

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
(ТГПУ)**

«УТВЕРЖДАЮ»
Декан физико-математического факультета



А.Н. Макаренко

«30» августа 2011 года

ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ЕН.В.01

Специальные вопросы современной алгебры и теории чисел

Направление подготовки

230200.62 - Информационные системы

Степень (квалификация) –

Бакалавр информационных систем

1. Цели и задачи дисциплины

1. Цель курса.

Ознакомление с важным разделом математики, который играет в вузовском математическом образовании примерно такую же роль, какая в средней школе отведена арифметике. Понятия и методы современной алгебры существенно используются, в том числе в прикладной математике и информатике, теории информационных систем и технологий.

2. Задача учебного курса.

Овладение понятиями и методами современной алгебры, умение применять изученные алгоритмы для описания, исследования и решения задач математического и естественнонаучного содержания.

2. Требования к уровню освоения дисциплины

Студенты должны понимать и правильно применять понятийный аппарат современной алгебры и теории чисел. Они должны понимать смысл теорем, их доказательства, а также уметь применять теоремы для анализа и решения задач. Должный уровень освоения курса подразумевает знание приемов решения задач и умение грамотно применять эти приемы (заботясь, в частности, и о сокращении объема необходимых выкладок).

3. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры			
Общая трудоемкость дисциплины	149	7			
Аудиторные занятия	70	70			
Лекции	28	28			
Практические занятия (ПЗ)	42	42			
Семинары (С)					
Лабораторные работы (ЛР)					
И (или) другие виды аудиторных занятий					
Самостоятельная работа	79	79			
Курсовой проект (работа)					
Расчетно-графические работы					
Реферат					
И (или) другие виды самостоятельной работы					
Вид итогового контроля (зачет, экзамен)		зачет			

4. Содержание дисциплины

4.1 Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Раздел дисциплины	Лекции	Практические занятия
1	Элементы теории решеток	6	8
2	Универсальные алгебры	4	4
3	Конгруэнции и гомоморфизмы групп и колец	6	10
4	Абелевы группы и модули	2	6
5	Алгебры над полем	6	8
6	Теорема Эйлера. Первообразные корни	4	6

4.2. Содержание разделов дисциплины

1. Элементы теории решеток

Упорядоченные множества. Условие минимальности и эквивалентные ему условия. Изоморфизм упорядоченных множеств. Диаграммы. Решетки, подрешетки. Решетки как алгебры. Виды решеток: дистрибутивные, модулярные, решетки с дополнениями. Булевы решетки. Булевы алгебры.

2. Универсальные алгебры

n -арная алгебраическая операция. Универсальная алгебра, ее подалгебра. Виды универсальных алгебр. Гомоморфизмы и изоморфизмы универсальных алгебр. Конгруэнции универсальных алгебр. Теорема о гомоморфизмах универсальных алгебр. Свободные универсальные алгебры.

3. Конгруэнции и гомоморфизмы групп и колец

Левые и правые эквивалентности группы, определяемые подгруппой. Теорема Лагранжа и следствия из нее. Нормальный делитель группы, его признаки. Фактор-группа. Теорема о фактор-группе. Свойства фактор-групп. Теорема о свойствах гомоморфизма групп. Теорема о ядре гомоморфизма групп. Теорема о гомоморфизмах групп. Связь между конгруэнциями и нормальными делителями групп.

Идеалы колец, операции над идеалами. Конгруэнция на кольце, ее признак. Теорема о гомоморфизмах колец. Связь между конгруэнциями и идеалами кольца.

4. Абелевы группы и модули

Основные понятия и важнейшие типы абелевых групп. Теорема о разложении конечнопорожденной абелевой группы в прямую сумму циклических групп. Понятие модуля над кольцом, его подмодуля, фактор-модуля, гомоморфизма. Теоремы о гомоморфизмах модулей.

5. Алгебры над полем

Линейные алгебры над полем. Виды линейных алгебр. Алгебра кватернионов. Теорема о существовании алгебры кватернионов. Действия над кватернионами. Теорема об алгебре кватернионов. Теорема Фробениуса об ассоциативных алгебрах с делителем конечного ранга над полем R . Октавы. Алгебра октав. Обобщенная теорема Фробениуса об алгебрах с делением над полем R .

6. Теорема Эйлера. Первообразные корни.

Идеалы и фактор-кольца кольца целых чисел. Мультипликативная группа обратимых элементов в кольце вычетов. Теоремы Эйлера, Ферма и их применение. Порядок класса вычетов. Первообразные корни по простому модулю. Индексы и их применение.

5. Лабораторный практикум

Не предусмотрен

6. Учебно-методическое обеспечение литературой

6.1. Рекомендуемая литература

а) основная литература:

1. Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник для вузов / Д. В. Беклемишев. - Изд. 11-е, испр. – М.: Физматлит, 2007.
2. Фаддеев, Д.К. Лекции по алгебре: учебное пособие для вузов / Д. К. Фаддеев. - 2-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2002. – 415 с.

б) дополнительная литература:

1. Кострикин, А.И. Введение в алгебру: Учебник: в 3 ч. / А.И. Кострикин. – М.: Физико-математическая литература. – 2000-2001. – Ч. 1-3.
2. Куликов, Л.Я. Алгебра и теория чисел: учебное пособие для педагогических институтов / Л. Я. Куликов. - М.: Высшая школа, 1979. – 558 с.
3. Куликов, Л.Я. Сборник задач по алгебре и теории чисел: учебное пособие для педагогических институтов / Л.Я. Куликов. – М.: Просвещение, 1993. – 287 с.
4. Курош, А. Г. Курс высшей алгебры: учебное пособие для вузов / А. Г. Курош. - Изд. 17-е, стереотип. – СПб. [и др.]: Лань, 2008. - 431 с.
5. Петрова, В. Т. Лекции по алгебре и геометрии: В 2 ч.: Учебник для вузов / В. Т. Петрова. – М.: ВЛАДОС – Ч. 1-2. – 1999.
6. Скорняков, Л.А. Элементы алгебры. Изд-во «Наука», 1980. – 225 с.
7. Шнеперман, Л. Б. Сборник задач по алгебре и теории чисел: учебное пособие для вузов / Л. Б. Шнеперман. - Изд. 3-е, стереотип. – СПб. [и др.]: Лань, 2008. – 222 с.

6.2. Средства обеспечения освоения дисциплины:

В процессе изучения дисциплины используются:

- методические указания для изучения лекционного материала;
- контрольные вопросы по курсу для подготовки к сдаче зачета.

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Оборудованная аудитория, наглядные пособия.

8. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины

8.1. Методические рекомендации для преподавателя

Изложение курса «Специальные вопросы современной алгебры и теории чисел» строится на уровне строгости, принятой в настоящее время в современной математике.

Изложение каждого раздела программы предполагает подробные доказательства основных приводимых результатов. В силу необходимости выработки навыков самостоятельной работы с литературой, некоторые результаты излагаются в обзорном порядке.

8.2. Методические указания для студентов

Подразумевается ознакомление с важным разделом математики, который играет в вузовском математическом образовании примерно такую же роль, какая в средней школе отведена арифметике. В данном курсе студентам предстоит овладеть понятиями и методами современной алгебры, использующимися, в том числе в прикладной математике и информатике, теории информационных систем и технологий.

Вопросы для самостоятельной работы

1. Диаграммы. Решетки, подрешетки. Решетки как алгебры. Виды решеток: дистрибутивные, модулярные, решетки с дополнениями.
2. Упорядоченные множества. Условие минимальности и эквивалентные ему условия. Изоморфизм упорядоченных множеств.
3. Булевы решетки. Булевы алгебры.
4. n -арная алгебраическая операция. Универсальная алгебра, ее подалгебра.
5. Виды универсальных алгебр. Гомоморфизмы и изоморфизмы универсальных алгебр.
6. Левые и правые эквивалентности группы, определяемые подгруппой. Теорема о гомоморфизмах групп.
7. Идеалы колец, операции над идеалами.
8. Понятие модуля над кольцом, его подмодуля, фактор-модуля, гомоморфизма.
9. Линейные алгебры над полем. Виды линейных алгебр.
10. Действия над кватернионами.
11. Идеалы и фактор-кольца кольца целых чисел.
12. Мультипликативная группа обратимых элементов в кольце вычетов.
13. Теоремы Эйлера, Ферма и их применение.
14. Теорема об алгебре кватернионов.
15. Теорема Фробениуса об ассоциативных алгебрах с делителем конечного ранга над полем R .
16. Октавы. Алгебра октав. Обобщенная теорема Фробениуса об алгебрах с делением над полем R .

Перечень вопросов к зачёту

1. n -арная алгебраическая операция. Универсальная алгебра, ее подалгебра.
2. Виды универсальных алгебр. Гомоморфизмы и изоморфизмы универсальных алгебр.
3. Конгруэнции универсальных алгебр. Теорема о гомоморфизмах универсальных алгебр. Свободные универсальные алгебры.
4. Левые и правые эквивалентности группы, определяемые подгруппой. Теорема Лагранжа и следствия из нее.
5. Теорема о ядре гомоморфизма групп.

6. Теорема о гомоморфизмах групп.
7. Связь между конгруэнциями и нормальными делителями групп.
8. Идеалы колец, операции над идеалами.
9. Конгруэнция на кольце, ее признак.
10. Теорема о гомоморфизмах колец.
11. Связь между конгруэнциями и идеалами кольца
12. Основные понятия и важнейшие типы абелевых групп. Теорема о разложении конечнопорожденной абелевой группы в прямую сумму циклических групп.
13. Понятие модуля над кольцом, его подмодуля, фактор-модуля, гомоморфизма. Теоремы о гомоморфизмах модулей.
14. Линейные алгебры над полем. Виды линейных алгебр.
15. Алгебра кватернионов. Теорема о существовании алгебры кватернионов. Действия над кватернионами.
16. Идеалы и фактор-кольца кольца целых чисел.
17. Мультипликативная группа обратимых элементов в кольце вычетов.
18. Теоремы Эйлера, Ферма и их применение.
19. Порядок класса вычетов. Первообразные корни по простому модулю.
20. Индексы и их применение.

Программа составлена в соответствии с Государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования по направлению **230200.62 – Информационные системы**, степень (квалификация) - **бакалавр информационных систем**

Программу составил:

к. ф.-м. н., профессор  А.И. Купцов

Программа дисциплины утверждена на заседании кафедры математики, теории и методики обучения математике протокол № 31 от «31» августа 2011 г.

Зав. кафедрой  Э.Г. Гельфман

Программа учебной дисциплины одобрена методической комиссией физико-математического факультета ТГПУ

Председатель методической комиссии  Г.К. Разина