**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«**ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**»
(ТГПУ)

«УТВЕРЖДАЮ»
Декан ФМФ
____________ А.Н. Макаренко
"____"_____________2014 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

**М.2.В.07 «ТЕОРИЯ ГРАФОВ»**

ТРУДОЁМКОСТЬ – 3 зачётных единицы

Направление: **01.04.02 Прикладная математика и информатика**

Магистерская программа: **Прикладная информатика**

Степень (квалификация) выпускника **– магистр**

## 1. Цели изучения дисциплины.

**Целью дисциплины** является формирование научного представления об основных современных математических подходах к описанию дискретных математических объектов, к построению и изучению прикладных дискретных математических моделей, адекватных реалиям и потребностям социально- экономической и общественно – политической жизни современного общества. Теория графов как часть дискретной математики является необходимым компонентом фундаментальной подготовки математиков, имеющих дело с современными математическими моделями и их практическими приложениями. Этот курс имеет большое значение для обучения дискретной математике в системе математического образования, состоящее в том, что теория графов является эффективным средством исследования кибернетических систем, получивших широкое распространение в науке, технике, экономике, военном деле и т. д.; служит теоретической базой информатики, изучаемой практически во всех учебных заведениях.

**Основной задачей** изучения дисциплины является формирование у студентов теоретических знаний и практических навыков в области описания дискретных математических объектов с помощью теории графов.

## 2. Место учебной дисциплины в структуре основной образовательной программы.

Дисциплина «Теория графов» относится к вариативной части В.07 профессионального цикла М.2 направления **01.04.02 «Прикладная математика и информатика»** магистерской программы «Прикладная информатика», соответствующей ФГОС ВПО. Успешное овладение дисциплиной предполагает предварительные знания элементов теории множеств, линейной алгебры и комбинаторики.

## 3. Требования к уровню освоения содержания дисциплины

Процесс изучения дисциплины «Теория графов» направлен на формирование следующих компетенций:

***Общекультурные компетенции (ОК)***:

- Выпускник должен иметь представление о современном состоянии прикладной математики и информатики и методологии их развития (ОК-2);
- Выпускник должен быть способен использовать углублённые теоретические и практические знания в области прикладной математики (ОК-3);
- Выпускник должен самостоятельно приобретать с помощью информационных технологий и использовать в практической деятельности новые знания и умения, в том числе в новых областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности, расширять и углублять своё научное мировоззрение (ОК-4);
- Выпускник должен быть способен порождать новые идеи и демонстрировать навыки самостоятельной научно-исследовательской работы и работы в научном коллективе (ОК-5).

***Профессиональные компетенции (ПК)***:

- Выпускник должен быть способен проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты (ПК-1);
- Выпускник должен быть способен разрабатывать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач (ПК-2);
- Выпускник должен обладать способностью углублённого анализа проблем, постановки и обоснования задач научной и проектно-технологической деятельности (ПК-3).

**4. Общая трудоемкость дисциплины 3 зачётных единицы и виды учебной работы**

| Вид учебной работы | Трудоемкость (в соответствии с учебным планом) (час) | Распределение по семестрам (в соответствии с учебным планом) (час) |
|---|---|---|
| | 108 | 2 |
| Аудиторные занятия | Всего часов 30 (в том числе интерактив – 6) | 30 (интерактив. – 6) |
| Лекции | | |
| Практические занятия | | 30 |
| Семинары | | |
| Лабораторные работы | | |
| Другие вид аудиторных работ | | |
| Другие виды работ | | |
| Самостоятельная работа | 78 | 78 |
| Курсовой проект (работа) | | |
| Реферат | | |
| Расчетно-графические работы | | |
| Формы текущего контроля | Реферат | Реферат |
| Формы промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом | Зачет | Зачет |

**5. Содержание учебной дисциплины.**

**5.1.** ***Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план).***

| № п/п | Наименование раздела дисциплины (темы) | Аудиторные часы | | | | Самост. работа (час) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | ВСЕГО | лекции | Практические занятия и семинары | В т.ч. интерак-тивные формы (не менее 20%) | |
| 1 | Теория графов. Основные понятия. | 5 | | 5 | 1 | 15 |
| 2 | Деревья. | 4 | | 4 | 0,5 | 12 |
| 3 | Оптимизационные задачи на графах. | 5 | | 5 | 0,5 | 12 |
| 4 | Оптимизационные задачи на графах (продолжение) | 5 | | 5 | 1 | 13 |
| 5 | Матричные методы анализа графов. Задача о раскраске графа | 5 | | 5 | 2 | 13 |
| 6 | Геометрическая реализация графов. | 6 | | 6 | 1 | 13 |
| | ИТОГО | 30 час / 0,83 зач. ед. | | 30 | 6 час 20 % | 78 |

**5.2.** ***Содержание разделов дисциплины.***

| № темы | Тема | Содержание темы |
|---|---|---|
| 1 | Теория графов. Основные понятия. | Определение графа. Место и роль теории графов в математике. Матрица смежности, степень вершины. Подграф и часть графа. Звезда вершины графа. Полный граф. Максимальный и минимальный (относительно некторого свойства) подграф. Изоморфизм графов. Неориентированные графы. Путь, цепь, простая цепь, цикл. Связанные вершины. Связный граф. Компоненты связности. Длина пути. Расстояние между вершинами в связном графе. Аксиомы метрики (расстояния).<br>Эйлеровы графы. Задача о гамильтоновом обходе (задача коммивояжера). Ориентированные графы (орграфы). Ориентированный путь, ориентированный цикл. Достижимость. Виды связности. |
| 2 | Деревья. | Деревья. Свойства. Каркасы: алгоритм нахождения. Кратчайший каркас графа. Алгоритм Прима. Пространство циклов, разрезов. |
| 3 | Оптимизационные задачи на графах | Взвешенные (нагруженные) графы. Задача о кратчайшем пути в неориентированном графе без весов. Ранжирование вершин. Задача о кратчайшем пути в взвешенном графе. Алгоритм Дейкстры. |
| 4 | Оптимизационные задачи на графах (продолжение) | Сетевое планирование. Потоки в сетях Сетевой график. Задача поиска максимальных путей в графе. Понятия раннего срока и позднего срока. Критический путь. Виды резерва: полный резерв, свободный резерв, независимый резерв. Потоки в сетях. Понятие потока, величина потока. Закон Кирхгофа. Увеличивающаяся цепь. Алгоритм поиска увеличивающей цепи. Разрезы. Пропускная способность разреза. |
| 5 | Матричные методы анализа графов. Задача о раскраске графа | Матричные методы анализа графов. Степень матрицы смежности графа. Сумма степеней матрицы смежности, достижимость и связность. Транзитивное замыкание. Графы и бинарные отношения. Отношения эквивалентности и отношения порядка в терминах графов. Матричные методы анализа мультиграфов. Двудольные графы. Задача о раскраске графа. |
| 6 | Геометрическая реализация графов. | Теорема о реализации графов в трехмерном пространстве. Планарные и плоские графы. Формула Эйлера. Теорема Понтрягина-Куратовского. |

**5.3.** ***Лабораторный практикум.***

Не предусмотрен.

## 6. Учебно-методическое обеспечение дисциплины.

### 6.1. *Основная литература*

1. Новиков, Ф. А. Дискретная математика для программистов : учебное пособие для вузов / Ф. А. Новиков. – 3-е изд. – Санкт-Петербург : Питер, 2009. – 383 с.
2. Судоплатов С.В. Дискретная математика : учебник для вузов / С. В . Судоплатов, Е. В. Овчинникова. – изд. 2-е, перераб. – Москва : ИНФРА-М, [и др.], 2009. – 255 с.
3. Чупахин, Н.П. Культура научного поиска / Н. П. Чупахин. – Москва : НИА «Наследие Отечества», 2010. – 24 с.
4. Яблонский, С. В. Введение в дискретную математику / С. В. Яблонский. – Москва : Высшая школа, 2008. – 384 с.

### 6.2. *Дополнительная литература*

1. Баврин, И. И. Дискретная математика / И. И. Баврин. – Москва : Высшая школа, 2007. – 199 с.
2. Нефедов, В. Н. Курс дискретной математики: учебное пособие / В. Н. Нефедов, В. А.Осипова. – Москва: Издательство МАИ, 1992. – 264 с.
3. Романовский, И. Ф. Дискретный анализ / И. Ф. Романовский. – Санкт-Петербург : Невский диалект, 2001. – 132с.
4. Редькин, Н. П. Дискретная математика / Н. П. Редькин. – Санкт-Петербург: Лань, 2006. – 95 с.
5. Спирина, М. С. Дискретная математика : учебник для среднего профессионального образования / М. С. Спирина, П. А. Спирин. – 4-е изд., испр. – Москва : Академия, 2007. – 367 с.

### 6.3. *Средства обеспечения освоения дисциплины.*

*Информационное обеспечение освоения дисциплины. Электронные информационные ресурсы:*

1. Образовательный математический сайт http://www.exponenta.ru.
2. Фонд знаний «Ломоносов» http://www.lomonosov-fund.ru/enc/ru/library:0135770
3. ВикиЗнание: гипертекстовая электронная энциклопедия http://www.wikiznanie.ru

### 6.4. *Материально-техническое обеспечение дисциплины*

Для обеспечения освоения данной учебной дисциплины необходимы оборудованные аудитории.

| № п/п | Наименование раздела (темы) учебной дисциплины | Наименование материалов обучения, пакетов программного обеспечения | Наименование технических и аудиовизуальных средств, используемых с целью демонстрации материалов |
|---|---|---|---|
| 1 | 1-8 (см. таб. 5.1) | Интерактивная технология DViT для показа статичных презентаций и для просмотра видео и фото файлов, модели, созданные по LCD технологии. | Мультимедий-ный компьютерный класс, интерактивная доска, наличие локальной и глобальной сети. |

## 7. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины.

### 7.1. *Методические рекомендации преподавателю:*

Пропедевтика понятий, связанных с дискретной математикой, позволит магистранту подготовится к восприятию прикладной информатики как теории дискретных математических дисциплин. Пропедевтика понятий, связанных с теорией графов позволяет установить связь между обучением дискретной и обучением непрерывной математике, между обучением дискретной математике и обучением прикладной информатике. В связи с этим в содержание дисциплины включены разделы теории графов, имеющие прямое отношение к электронике, вычислительной технике и информатике. Обратите на это внимание. Эти разделы отличаются наиболее яркой прикладной ориентацией. Их вполне можно рассматривать как составляющие минимум компетенций, обязательный для каждого, кто впервые приступает к изучению основ прикладной информатики с целью применения полученных сведений в своей практической деятельности.

Теоретические положения теории графов определяют компетенции, классифицированные по трем группам: а) определяющие содержание в связи с потребностями будущей деятельности обучаемых и уровнем математической и информационной культуры; б) определяющие содержание в связи с процессом информационной передачи знаний, их логической и смысловой оценки; в) определяющие единство и целостность содержания в процессе обучения математике и информатике. Особое место в обретении компетенции магистрантом занимает методика использования графов в качестве универсального языка при обучении построению математических моделей, установлении свойств функций и соответствий, переборе вариантов в случае исчерпывающего поиска, обучении понятию «алгоритм», для формирования математических знаний, для решения решении различных методических вопросов обучения прикладной информатике. Обратите внимание на то, что дискретный способ хранения информации очень экономный, что позволяет использовать небольшое число необходимых для хранения элементов. Дайте обучаемым возможность убедиться в том, что информация, обрабатываемая и передаваемая в дискретном виде, устойчива относительно помех. Поэтому в кибернетике распространены дискретные управляющие системы, параметры которых задаются как дискретные величины (приведите примеры). Даже в тех случаях, когда состояние элементов системы определяется непрерывными функциями, для анализа выбираются мгновенные состояния, а для преобразований - мгновенные значения. Следует учесть, что весьма важной причиной распространения теории графов и дискретных математических моделей является интенсивное развитие вычислительной техники, поскольку только она может обеспечить их изучение в связи с большим объемом вычислительной работы, необходимой для этого.

### 7.2. *Методические указания для магистрантов.*

Перед каждым ззанятием магистрант изучает план занятия с перечнем тем и вопросов, списком литературы и домашним заданием. Рекомендуется следующая схема подготовки к занятиям:

1)проработать конспект лекций;
2)проанализировать рекомендуемую основную и дополнительную литературу;
3) изучить подходы к решению тематически определенных проблем;
4)подготовить реферат на свою тему;
5)при затруднениях сформулировать вопросы к преподавателю.

В период самостоятельной интерактивной работы организуете соревнование между членами вашей группы для определения рейтинга каждого из участников.

**8. Формы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.**

Для контроля усвоения данной учебной дисциплины учебным планом предусмотрен зачет, который проводится в форме собеседования по темам курса. Магистранты, не выполнившие в полном объеме самостоятельную работу, а также задания для текущего и промежуточного контроля результатов изучения дисциплины, включающие перечни вопросов к зачету, реферативные темы и задания по разделам из выше указанных источников Интернета, не аттестуются как успевающие.

**8.1**. *Тематика рефератов.*

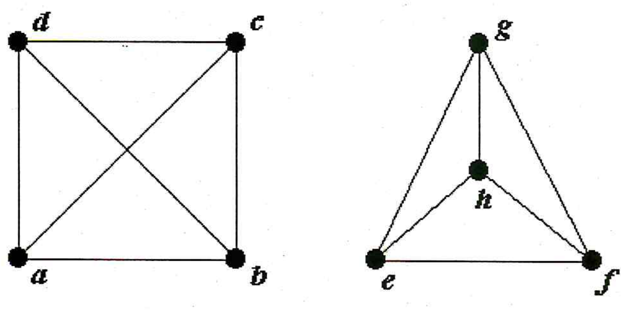
1. Основные понятия теории графов. Изоморфизм графов. Связность
2. Деревья. Свойства деревьев
3. Корневые деревья. Верхняя оценка их числа
4. Геометрическая реализация графов.
5. Теорема о реализации графов в трёхмерном пространстве
6. Планарные (плоские) графы. Формула Эйлера
7. Доказательство непланарности графов K5 и K3,3. Теорема Понтрягина-Куратовского
8. Теорема о раскраске планарных графов в пять цветов
9. Хроматическое число графа. Гипотеза четырех красок.
10. Орграфы и бинарные отношения. Диаграммы Хассе.
11. Сколько существует графов?
12. Задача о коммивояжере.
13. Матрицы смежности и инцидентности
14. Гамильтоновы графы
15. Двудольные графы. Теорема Кенига.

**8.2**. *Вопросы и задания для самостоятельной работы.*

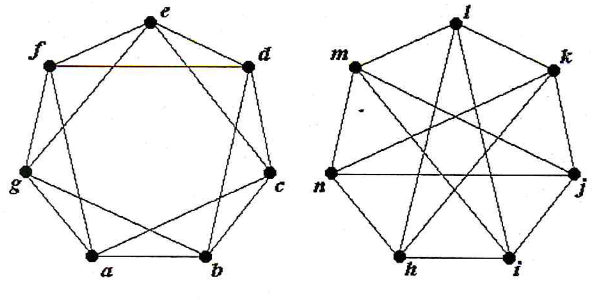
1. *Обязательный минимум для каждого.* Практика решения задач. Решить 5 задач. Для графа построить матрицу смежности, матрицу инциденций. Определить степени для вершин данного графа. По матрицам построить графы. Построить кратчайший путь между вершинами, помеченными на графе. Построить подграфы. Построить суграфы. Построить матрицу метрики, вычислить радиус и диаметр. Определить периферийные точки.

Предложение 1. *Для любых двух графов* $G_1 = \langle V_1, E_1; i_1 \rangle$ *и* $G_2 = \langle V_2, E_2; i_2 \rangle$ *без кратных рёбер справедливо следующее: если модели* $\langle V_1; c_1 \rangle$ *и* $\langle V_2; c_2 \rangle$ *(где* $c_1$ $(c_2)$ *– отношение смежности вершин в графе* $G_1$ *(соответственно* $G_2$*)) изоморфны, то и сами графы* $G_1$ *и* $G_2$ *изоморфны.*

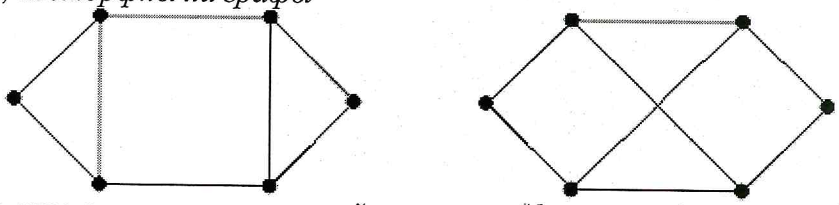
Пример 1 (*изоморфизм*). Покажем, что следующие два графа изоморфны. Действительно, отображение $a \to e$, $b \to f$, $c \to g$, $d \to h$, являющееся изоморфизмом легко представить как модификацию первого графа, передвигающую вершину $d$ в центр рисунка.




**1.1**. *Постройте изоморфизм графов*

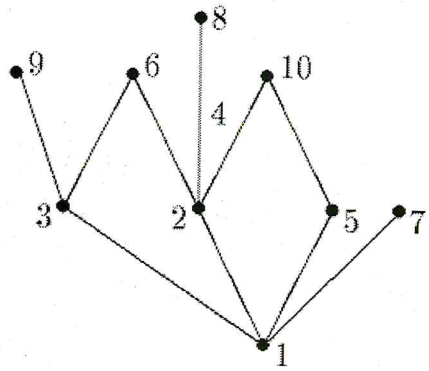


**Определение 1 (Степень вершины).**
*Степенью вершины* назовём удвоенное количество петель, инцидентных этой вершине плюс количество остальных инцидентных ей рёбер.
**1.2**. *Докажите, что изоморфизм сохраняет степени вершин графа. Иначе говоря, степень образа вершины при изоморфизме совпадает со степенью самой вершины.*
**1.3**. *Проверьте, изоморфны ли графы*



**1.4**. *Докажите, что сумма всех степеней вершин графа равна удвоенному количеству рёбер.*
**1.5**. *Докажите, что в любом графе количество вершин нечётной степени – чётное число.*
Два последних определения дают два вида максимальности подграфов: максимальность множества вершин и максимальность множества рёбер. Это подтверждают следующие три задачи:
**1.6** *Докажите, что подграф H графа G является порождённым множеством своих вершин тогда и только тогда, когда не существует ни одного другого подграфа графа G, для которого H являлся бы остовным подграфом.*
**1.7**. *Докажите, что подграф H графа G является остовным тогда и только тогда, когда не существует ни одного другого подграфа графа G, для которого H являлся бы подграфом, порождённым множеством своих вершин.*
**1.8**. *Докажите, что если подграф является остовным подграфом и подграфом, порождённым множеством своих вершин одновременно, то этот подграф – сам граф.*

Определение 2 (Пустой, полный графы). *Пустым* называется граф без рёбер. *Полным* называется граф, в котором каждые две вершины смежны.
**1.9**. *Докажите, что граф является пустым тогда и только тогда, когда все его подграфы – тоже пустые.*
**1.10**. *Докажите, что граф является полным тогда и только тогда, когда все его подграфы, порождённые некоторым множеством вершин – тоже полные.*
**1.11**. *Докажите, что полные (пустые) графы изоморфны тогда и только тогда, когда они имеют одинаковое количество вершин.*
**1.12**. *Докажите, что пустой граф с n вершинами содержит ровно n попарно неизоморфных подграфов.*
**1.13**. *Докажите, что граф с n вершинами является пустым тогда и только тогда, когда он содержит ровно n попарно неизоморфных подграфов.*
**1.14**. *Докажите, что полный граф с n вершинами содержит ровно n попарно неизоморфных подграфов, порождённых некоторыми множествами вершин.*
**1.15**. *Докажите, что граф с n вершинами является полным или пустым тогда и только тогда, когда он содержит ровно n попарно неизоморфных подграфов, порождённых некоторыми множествами вершин.*
**1.16**. *Докажите, что изоморфизм сохраняет циклы графа.*
*Пример 2 (граф отношения делимости)*. Построим граф, изображающее отношение делимости на множестве $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$. Принцип такой: если от одного числа до другого есть цепь, ведущая вверх, тогда второе число делится на первое.



Связность графа

Определение 3 (Связность). Граф называется *связным*, если любая пара его вершин связана.

**2.1**. *Покажите, что отношение связанности вершин является отношением эквивалентности.*

Определение 4 (Связные компоненты). *Связными компонентами* графа называются подграфы данного графа, вершины которых являются классами эквивалентности отношения связанности в данном графе.

**2.2**. *Докажите, что связная компонента является связным графом.*

Определение 5 (Эйлеров цикл). *Эйлеровым* называется цикл, проходящий по каждому ребру графа ровно один раз. Граф, имеющий эйлеров цикл, тоже будем называть эйлеровым.

Пример 3 *(эйлеров цикл).* Построим эйлеров цикл для второго графа из задачи 1.1. Это $h$, $\{h,l\}$, $l$, $\{l,i\}$, $i$, $\{i,m\}$, $m$, $\{m,j\}$, $j$, $\{j,n\}$, $n$, $\{n,k\}$, $k$, $\{k,h\}$, $h$, $\{h,i\}$, $i$, $\{i,j\}$, $j$, $\{j,k\}$, $k$, $\{k,l\}$, $l$, $\{l,m\}$, $m$, $\{m,n\}$, $n$, $\{n,h\}$, $h$.

Критерий эйлеровости графа. *Связный граф является эйлеровым тогда и только тогда, когда степени всех его вершин – чётные числа.*

Требование связности в теореме естественно – несвязный граф может быть эйлеровым только в том случае, если только одна связная компонента содержит рёбра.

**2.3**. *Какие из графов, упоминающихся в задачах и примерах являются эйлеровыми ?*

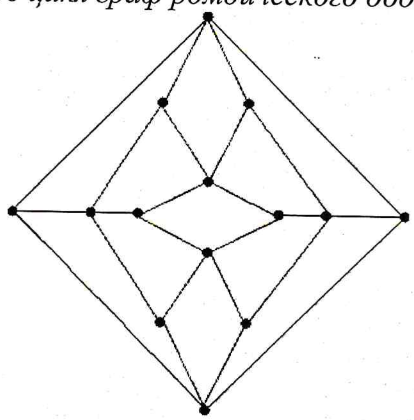
Кроме понятия эйлерова цикла в задачах часто возникает необходимость нахождения цепи, проходящей по каждому ребру ровно один раз (снимается требование замкнутости. Такие цепи будем называть *эйлеровыми цепями.*

**2.4**. *Докажите, что в связном графе существует эйлерова цепь тогда и только тогда, когда граф содержит не более двух вершин нечётной степени*

Определение 6 (Гамильтонов цикл). *Гамильтоновым* называется цикл, проходящий по каждой вершине графа ровно один раз.

**2.5**. *Все ли графы, упоминающиеся в задачах и примерах, содержат гамильтонов цикл?*

**2.6**. *Содержит ли гамильтонов цикл граф ромбического додекаэдра:*

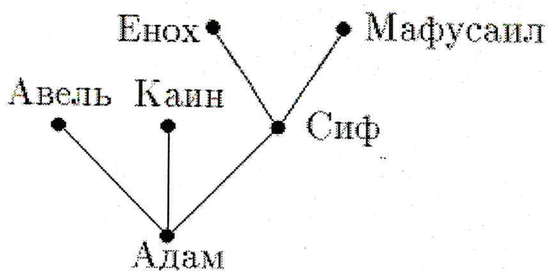


Деревья

Определение 7 (Дерево). Связный граф без циклов называется *деревом.*

Деревья особенно часто возникают на практике при изображении различных иерархий. Например, популярны генеологические деревья.

*Пример 4 (генеологическое дерево).* На рисунке показано библейское генеологическое дерево.




**2.7.** *Докажите, что граф является деревом тогда и только тогда, когда любая пара различных вершин соединена единственной цепью.*
**2.8.** *Докажите, что граф является деревом тогда и только тогда, когда он связен, но после удаления любого ребра становится несвязным.*
**2.9.** *Докажите, что количество рёбер дерева на единицу меньше количества вершин.*
Определение 8 (Лес, листья). Граф без циклов называется *лесом*. Вершины степени 1 в дереве называются *листьями*.
**2.10.** *Докажите, что связными компонентами леса являются деревья.*
**2.11** *Докажите, что цикломатическое число леса равно нулю.* *см. Указания*

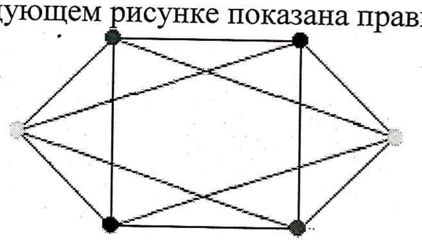
Деревья – очень удобный инструмент представления информации самого разного вида. Деревья отличаются общего случая от простых графов тем, что при обходе дерева невозможны циклы. Это делает графы очень удобной формой организации данных для различных алгоритмов. Таким образом, понятие дерева активно используется в информатике и программировании.
**2.12.** *Найдите количество остовных подграфов, являющихся деревьями, в полных подграфах с 3-мя, 4-мя, 5-ю, 6-ю вершинами.* *см. Указания*

## 3. *Раскраска, плоские графы*

Раскраска графов

*Хроматическим числом* графа называется минимальное количество красок, необходимое для правильной раскраски графа.

*Пример 5 (раскраска).* На следующем рисунке показана правильная раскраска.



**3.1**. *Найдите хроматические числа графов, упоминающихся в задачах и примерах.*
**3.2**. *Докажите, что если в графе все циклы имеют чётную длину, то существует правильная раскраска этого графа в 2 краски.*
**3.3**. *Докажите, что для любого дерева хроматическое число не превосходит 2.*
**3.4**. *Покажите, что необходимым условием существования гамильтонова цикла в графе с хроматическим числом равным 2 является равенство количества вершин, раскрашенных в разные краски.*
**3.5**. *Вернитесь к задаче 2.8 (о ромбическом додекаэдре) и получите её решение исходя из предыдущей задачи.*

Грани графа

Определение 9 (Плоский граф). Существует правило изображение графов на поверхности: рёбра графа должны пересекаться только своими концами, то есть в точках, представляющих вершины графа.

Для графа, который может быть изображён подобным образом на плоскости, существует название: *плоский граф*.

Определение 10 (Грань графа). *Гранью графа*, изображенного на некоторой поверхности, называется часть поверхности, ограниченная рёбрами графа.
Данное понятие грани, по-существу, совпадает с понятием грани многогранника. В качестве поверхности в этом случае выступает поверхность многогранника. Если многогранник выпуклый, его можно изобразить на плоскости, сохранив все грани.

Помимо использования в дискретной математике, графы находят применение и в непрерывной математике, особенно в топологии. При этом графы представляют геометрические объекты на некоторой поверхности (часто на плоскости или на поверхности сферы.). Приведите примеры.

8.3. *Перечень вопросов к зачету.*
1. ВВОДНЫЕ ПОНЯТИЯ
1.1. Граф
1.2. Псевдограф. Мультиграф
1.3.Подграф. Надграф. Частичный граф
1.4. Смежность. Инцидентность. Степень вершины
1.5. Однородный граф. Полный граф. Дополнение графа
1.6. Объединение и пересечение графов
1.7. Изоморфизм
1.8. Матрицы смежности и инцидентности
**2.** СВЯЗНЫЕ ГРАФЫ
2.1. Маршруты, цепи, циклы
2.2. Связность графа
2.3. Нахождение простых цепей
2.4. Применение метода нахождения всех простых цепей
2.5. Эйлеровы цепи и циклы. Уникурсальная линия
2.6. Гамильтоновы графы
2.7. Задача о коммивояжере
2.8. Двудольные графы
2.9. Метрика графа
**3.** ПЛАНАРНЫЕ И ПЛОСКИЕ ГРАФЫ
3.1. Вводные понятия
3.2. Теорема Эйлера о плоских графах
3.3. Гомеоморфизм
3.4. Критерий Понтрягина-Куратовского
3.5. Двойственные графы
3.6. Инверсные структуры и двойственные графы
3.7. Деревья и лес
3.8. Фундаментальная система циклов
3.9. Кодирование деревьев
3.10. Построение дерева по его коду
3.11. Разрезы
3.12. Хроматическое число графа. Гипотеза четырех красок
**4.** ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ГРАФЫ
4.1. Понятие орграфа. Матрица смежности. Изоморфизм
4.2. Степень вершины орграфа
4.3. Маршруты, цепи, циклы в орграфах
4.4. Связность орграфа. Эйлеровы цепи и циклы

в орграфе
4.5. Полный орграф
4.6. О теории трансверсалей
4.7. Метод нахождения всех трансверсалей
4.8. Нахождение максимальной пропускной способ-
ности транспортной сети
4.9. Орграфы и бинарные отношения. Диаграммы Хассе
4.10. Сколько существует графов?

8.4. *Формы контроля самостоятельной работы.*
На лекциях за счет интерактивного времени проводится контроль усвоения материала в виде: выполнения минитестов по тематике занятия; обсуждения практических ситуаций; решения типовых задач. Основная оценка самостоятельной деятельности дается на зачете как оценка ответа на вопросы и изложения реферата.

Рабочая программа учебной дисциплины составлена в соответствии с учебным планом, федеральным государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования по направлению подготовки **01.04.02 – Прикладная математика и информатика.**

Рабочую программу учебной дисциплины составил
доктор философских наук, к.ф.-м.н., старший научный сотрудник,
профессор кафедры математики,
теории и методики обучения математике __________ /Н. П. Чупахин/

Рабочая программа учебной дисциплины утверждена на заседании кафедры математики, теории и методики обучения математике,
протокол №_1_ от «29» августа 2014 г.

Зав. кафедрой __________ /Э.Г. Гельфман/

Рабочая программа учебной дисциплины одобрена методической комиссией физико-математического факультета
протокол №_1_ от «29» августа 2014 г.

Председатель методической комиссии ФМФ __________ /З.А. Скрипко/