

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Томский государственный педагогический университет»



**II Всероссийский фестиваль науки
XVI Международная конференция
студентов, аспирантов и молодых ученых
«Наука и образование»,
посвященная 110-летию ТГПУ
(23–27 апреля 2012 г.)**

**ТОМ I
ЕСТЕСТВЕННЫЕ И ТОЧНЫЕ НАУКИ**

Томск
2012

ББК 74.58
В 85

Печатается по решению
редакционно-издательского совета
Томского государственного
педагогического университета

- II Всероссийский фестиваль науки:**
В 85 XVI Международная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Наука и образование», посвященная 110-летию ТГПУ (23–27 апреля 2012 г.) : материалы конференции : в 5 т. – Том I : Естественные и точные науки ; ФГБОУ ВПО «Томский государственный педагогический университет». – Томск : Издательство ТГПУ, 2012. – 416 с.

ББК 74.58+65

Научные редакторы:

Э. Г. Гельфман, д-р пед. наук, профессор;
А. И. Забарина, канд. физ.-мат. наук, доцент;
Е. А. Румбеишта, д-р пед. наук, профессор;
Н. Л. Чуприков, д-р физ.-мат. наук;
В. Г. Тютерев, д-р физ.-мат. наук, профессор;
В. П. Первозкин, канд. биол. наук, доцент;
А. С. Минич, д-р биол. наук, профессор;
С. В. Ковалёва, д-р хим. наук, профессор;
И. А. Шабанова, канд. пед. наук, доцент;
Е. Е. Пугачёва, канд. геол.-минерал. наук, доцент;
А. В. Родикова, канд. биол. наук;
М. Л. Седокова, канд. биол. наук, доцент

Статьи публикуются в авторской редакции

**СЕКЦИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА**

РЕГУЛЯРНЫЕ И ХАОТИЧЕСКИЕ ДВИЖЕНИЯ В ЗАДАЧЕ ТРЕХ ТЕЛ

Т. А. Еретина, Ю. А. Рыбалов

*Томский государственный педагогический университет
Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доцент Т. С. Бороненко*

В данной работе рассматриваются вопросы, связанные с возникновением хаотической динамики в консервативных системах, в частности, в задаче трех тел. Более подробно изучается ограниченная задача трех тел на примере далеких спутников Юпитера, движение которых демонстрирует сложную динамику. Приводятся примеры численного интегрирования регулярных и возможных хаотических орбит этих объектов.

Проблема трех тел в небесной механике – первая задача, анализируя которую исследователи столкнулись с возникновением сложной динамики и хаоса. Истоки этих исследований можно найти в трудах выдающегося французского математика Анри Пуанкаре. В конце XIX в. А. Пуанкаре, занимаясь работой по динамике трех тел, на протяжении десяти лет искал объяснение полученного им результата о неустойчивости некоторых движений ограниченной задачи трех тел. В дальнейшем, он показал, что среди гамильтоновых систем можно выделить класс интегрируемых и неинтегрируемых систем, а также, что, в случае числа степеней свободы больше двух, неинтегрируемые системы являются более типичными и именно эти системы демонстрируют сложную динамику и хаос [1].

В середине XX в. в результате развития теории возмущений было обнаружено, что все системы, относящиеся к классу гамильтоновых неинтегрируемых систем, могут демонстрировать хаос. Одним из первых примеров компьютерного исследования сложной динамики стала работа французских астрофизиков (М. Hénon, С. Heiles, 1964), рассмотревших модель движения звезды через галактический диск.

Примеры нерегулярного движения можно показать на примере объектов Солнечной системы. В нашей работе мы рассматриваем систему Солнце – Юпитер, и изучаем движение пробных частиц в области фазового пространства, соответствующего движению нерегулярных спутников Юпитера.

В фазовом пространстве рассматриваемых систем возможно появление хаотических областей, причем, тесным образом перемешанных

с областями регулярного поведения. Если бы в рассматриваемом фазовом пространстве все траектории были регулярными, то оно было бы сплошь заполнено торами с такими траекториями, лежащими на их поверхностях. Для задач со сложными возмущениями между торами появляются промежутки, которые могут быть заполнены хаотическими траекториями.

Рассмотрим, что происходит с торами системы под действием возмущения. Влияние возмущений на невозмущённое движение исследуется, как правило, с помощью отображения Пуанкаре, которое определяется пересечением траектории с какой-либо гиперповерхностью в фазовом пространстве. В нашем случае, когда возмущения существенны, исходные торы будут расщепляться на все меньшие и меньшие торы и согласно КАМ-теореме [1], некоторые из возникших торов будут устойчивыми. В результате мы получим устойчивые торы с нерегулярным движением между ними.

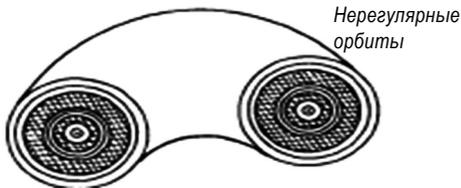


Рис. 1. Глобальная устойчивость нерегулярных траекторий для системы с двумя степенями свободы

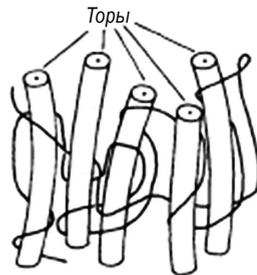


Рис. 2. Диффузия Арнольда для гамильтоновых систем с числом степеней свободы, больше двух

На рис. 1 области с нерегулярными, хаотическими траекториями заштрихованы. Эти области заперты регулярными торами. В этом и состоит суть глобальной устойчивости системы, несмотря на наличие областей хаотического движения.

Для систем с большим числом свободы, торы уже не делят фазовое пространство, и возможно появление хаотических блуждающих траекторий, как это показано на рис. 2.

Задачей данной работы было нахождение возможных хаотических траекторий в области фазового пространства, занимаемого нерегуляр-

ными спутниками Юпитера. Сложность движения спутников (рис. 3) объясняется большими солнечными возмущениями, известно так же, что орбиты этих спутников неустойчивы по Хиллу [2]. Это означает, что из-за больших эксцентриситетов эти спутники могут проходить в апоцентре достаточно близко от точки либрации L_1 , где возможно возникновение хаотических движений, т. е. движение становится настолько непредсказуемым, что, в принципе, возможен отрыв от Юпитера и переход на гелиоцентрическую орбиту. В последние десятилетия было открыто много новых нерегулярных спутников. Один из них, Мегаките [3], рассматривается в настоящей работе.

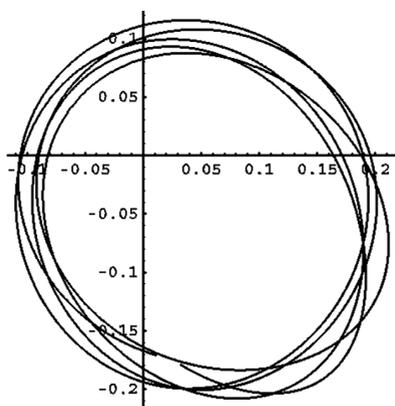


Рис. 3. Проекция на плоскость xy орбиты спутника Юпитера Мегаките в юпитероцентрической системе координат

Для изучения движения далеких спутников Юпитера была использована ограниченная задача трех тел, т. е. было рассмотрено движение трех материальных точек. Причем две из них имеют конечные массы и движутся по кеплеровским орбитам относительно их центра масс. Третье тело имеет бесконечно малую массу.

Пусть M , m_1 и m_2 – три гравитационно-взаимодействующие материальные точки, имеющие массы M , m_1 и m_2 ($M \gg m_1$; $M \gg m_2$; $m_2 \sim 0$). Здесь M – масса Солнца, m_1 – масса Юпитера, m_2 – масса спутника, r – расстояние между m_1 и m_2 , R_1 – расстояние между M и m_1 , R_2 – расстояние от M до m_2 .

Уравнения движения данной задачи имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \vec{R}_1}{dt^2} &= -\mu_1 \frac{\vec{R}_1}{R_1^3} - \mu_2 \frac{\vec{r}}{r^3}, \\ \frac{d^2 \vec{R}_2}{dt^2} &= -\mu_3 \frac{\vec{R}_2}{R_2^3}, \end{aligned} \quad (1)$$

где радиус-векторы имеют координаты:

$$\vec{R}_1(x_1, y_1, z_1), \vec{R}_2(x_2, y_2, z_2), \vec{r} = \vec{R}_1 - \vec{R}_2. \quad (2)$$

В уравнениях (1) коэффициенты называются: μ_1 – массовый параметр Солнца, μ_2 – массовый параметр Юпитера, а $\mu_3 = \mu_1 + \mu_2$.

$\mu_1 = f \times M$, а $\mu_2 = f \times m_1$, $f = k^2$, k – постоянная Гаусса. Принимаем, что $M = 1$, а $m_1 = 1/1047$.

Для решения этой задачи берется гелиоцентрическая система координат, и за основную плоскость взята плоскость экватора Земли. Ниже приведен рисунок поясняющий геометрию данной задачи.

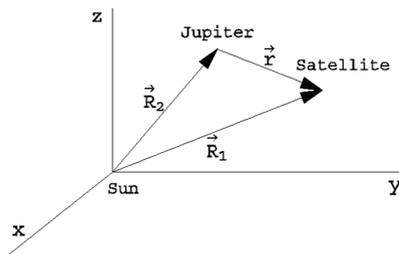


Рис. 4. Геометрия ограниченной задачи трех тел

Интегрирование уравнений (1) проводилось численно в пакете «Математика». Начальные данные были взяты на сайте Бюро долгот (Париж) на 1 января 2000 г. [4, 5]. Для нахождения хаотической орбиты были внесены изменения в начальные данные орбиты Мегаклите. Для фиктивного объекта M_1 были получены следующие результаты. На рис. 5 показан момент отрыва M_1 из сферы влияния Юпитера через $\Delta t = 41$ год.

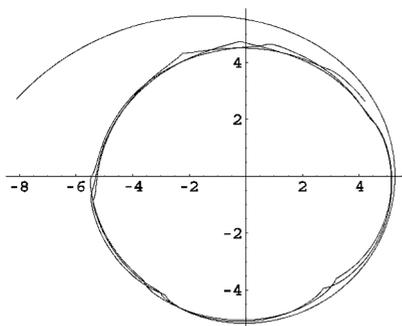


Рис. 5. Переход объекта M_1 на гелиоцентрическую орбиту

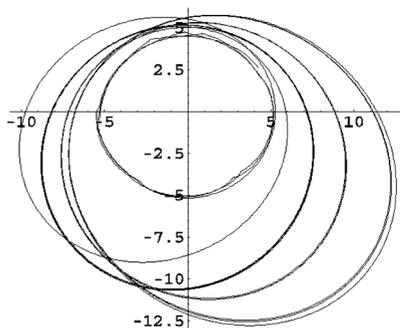


Рис. 6. Центральный круговой объект показывает положение орбиты Юпитера

Далее был изучен характер движения объекта M_1 на промежутке времени $\Delta t = 410$ лет. Орбита показана на рис. 6. Это типичная орбита астероида в гелиоцентрической системе координат.

Получение хаотической орбиты является непростой задачей. Для этого необходимо выбрать некоторую реальную орбиту (Мегаклите) и путем многократных просчетов отыскать возможную хаотическую орбиту в рассматриваемой области. Эта задача и была решена в данной работе.

Литература

1. Шустер, Г. Детерминированный хаос. Введение / Г. Шустер ; пер. с англ. М. : Мир, 1988. 240 с.
2. Nesvorny, D. Orbital and collisional evolution of the irregular satellites / D. Nesvorny, J. L. A. Alvarellos, L. Dones, H. F. Levison // The Astronomical Journal. 2003. 126. P. 398–429.
3. URL: <http://ssd.jpl.nasa.gov/horizons.cgi>
4. URL: <http://lnfm1.sai.msu.ru/neb/rw/natsat/index.htm>
5. URL: <http://www.imcce.fr/serveur.html>

ВЗАИМОСВЯЗЬ l -КОНФОРМНЫХ АЛГЕБР ГАЛИЛЕЯ И НЬЮТОНА – ГУКА

И. В. Мастеров

Томский политехнический университет

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, профессор

А. В. Галажинский

Последние достижения в области нерелятивистской версии АдС/КТП соответствия стимулируют изучение нерелятивистских конформных симметрий. Среди всех алгебр, характеризующих такие симметрии можно выделить наборы так называемых l -конформных алгебр Галилея и Ньютона – Гука. Алгебры в этих наборах характеризуются положительным параметром l , который может принимать целые и полуцелые значения [1–3], в частности, в наборе l -конформных алгебр Галилея $l = 1/2$ соответствует алгебре Шредингера (SA), а $l = 1$ – конформной алгебре Галилея (CGA). Эти две алгебры являются важными объектами исследований в области теоретической и математической физики. К примеру в недавних работах [4, 5] рассматриваются возможные динамические реализации CGA; АдС/КТП соответствие CGA обсуждаются в работах [6, 7, 8], а структуры Ньютона – Картана, связанные с этой алгеброй, рассматриваются в работах [9, 10].

Согласно анализу, проведенному в работе [9], конформную группу Галилея можно реализовать как группу преобразований пространства-времени Ньютона – Гука с отрицательной космологической постоянной. В свою очередь реализация l -конформной алгебры Галилея в нерелятивистском пространстве-времени с космологическим сжатием/отталкиванием была рассмотрена в работах [1, 2], но плоского предела в формулах, представленных в этих работах, не существует. Это обстоятельство противоречит с тем фактом, что алгебра Ньютона – Гука должна переходить в алгебру Галилея при стремлении космологической константы к нулю [11, 12].

Цель данной работы сформулировать l -конформное расширение алгебры Ньютона – Гука в базисе, в котором плоский предел существует. Для решения этой проблемы мы будем опираться на работы [13, 14], посвященные частному случаю $l = 1/2$, обобщая их на случай произвольного положительного целого и полуцелого значений параметра l .

Рассмотрим реализацию l -конформной алгебры Галилея:

$$\begin{aligned}
 [H, D] &= H, & [H, C_i^{(n)}] &= nC_i^{(n-1)}, \\
 [H, K] &= 2D, & [D, K] &= K, \\
 [D, C_i^{(n)}] &= (n-l)C_i^{(n)}, & [K, C_i^{(n)}] &= (n-2l)C_i^{(n+1)}, \\
 [M_{ij}, C_k^{(n)}] &= -\delta_{ik}C_j^{(n)} + \delta_{jk}C_i^{(n)}, & [M_{ij}, M_{kl}] &= \\
 & & &= -\delta_{ik}M_{jl} - \delta_{jl}M_{ik} + \delta_{il}M_{jk} + \delta_{jk}M_{il},
 \end{aligned} \tag{1}$$

в плоском $(d+1)$ -мерном пространстве-времени [2]

$$\begin{aligned}
 H &= \partial_t, & D &= t\partial_t + lx_i\partial_i, & K &= t^2\partial_t + 2ltx_i\partial_i, \\
 C_i^{(n)} &= t^n\partial_i, & M_{ij} &= x_i\partial_j - x_j\partial_i,
 \end{aligned} \tag{2}$$

где $n = 0, 1, \dots, 2l$ и $i = 1, \dots, d$; $\partial_t = \frac{\partial}{\partial t}$, $\partial_i = \frac{\partial}{\partial x_i}$, суммирование по повторяющимся индексам предполагается. Операторы H , D и K генерируют трансляции по времени, дилатации и специальные конформные преобразования, соответственно. Генераторы $C_i^{(n)}$ в случае $n = 0$ и $n = 1$ соответствуют трансляциям в пространстве и галилеевским бустам, в свою очередь, большие значения номера n соответствуют ускорениям.

Для начала рассмотрим случай отрицательной космологической постоянной, а затем обсудим случай положительной.

Для того чтобы построить l -конформное расширение алгебры Ньютона – Гука [1], введем константу R (характеристическое время)¹ и деформируем генераторы D и K по аналогии со случаем $l = 1/2$, рассмотренным в работе [13]:

$$\begin{aligned}
 D &= \frac{1}{2}R \sin\left(\frac{2t}{R}\right)\partial_t + l \cos\left(\frac{2t}{R}\right)x_i\partial_i, \\
 K &= R^2 \sin^2\left(\frac{t}{R}\right)\partial_t + lR \sin\left(\frac{2t}{R}\right)x_i\partial_i.
 \end{aligned} \tag{3}$$

¹ Характеристическое время связано с космологической постоянной посредством соотношения $\Lambda \sim \pm \frac{1}{(cR)^2}$.

Генераторы трансляции по времени и вращения оставим без изменения, в то время как векторные генераторы $C_i^{(n)}$ преобразуем к виду

$$C_i^{(n)} = R^n \left(\tan \left(\frac{t}{R} \right) \right)^n \left(\cos \left(\frac{t}{R} \right) \right)^{2l} \partial_i. \quad (4)$$

Можно показать, что полученные такой деформацией генераторы образуют замкнутую алгебру, в которой все коммутационные соотношения совпадают с (1), за исключением следующих

$$[H, D] = H - \frac{2}{R^2} K, \quad [H, C_i^{(n)}] = n C_i^{(n-1)} + \frac{(n-2l)}{R^2} C_i^{(n+1)}. \quad (5)$$

Получившаяся таким образом алгебра является l -конформным расширением алгебры Ньютона – Гука для случая отрицательной космологической постоянной.

Для случай универсального космологического отталкивания опять имеем деформацию только трех следующих генераторов

$$\begin{aligned} D &= \frac{1}{2} R \sinh \left(\frac{2t}{R} \right) \partial_i + l \cosh \left(\frac{2t}{R} \right) x_i \partial_i, \\ K &= R^2 \sinh^2 \left(\frac{t}{R} \right) \partial_i + l R \sinh \left(\frac{2t}{R} \right) x_i \partial_i, \\ C_i^{(n)} &= R^n \left(\tanh \left(\frac{t}{R} \right) \right)^n \left(\cosh \left(\frac{t}{R} \right) \right)^{2l} \partial_i. \end{aligned} \quad (6)$$

Коммутационные соотношения получившихся генераторов опять же совпадают с коммутационными соотношениями (1), за исключением двух

$$[H, D] = H + \frac{2}{R^2} K, \quad [H, C_i^{(n)}] = n C_i^{(n-1)} - \frac{(n-2l)}{R^2} C_i^{(n+1)}. \quad (7)$$

Эти соотношения определяют l -конформное расширение алгебры Ньютона – Гука для случая положительной космологической постоянной.

Стоит отметить, что, во-первых, при стремлении космологической константы к нулю в пределе в обоих случаях получаем l -конформную

алгебру Галилея (в т. ч. и на уровне генераторов). В этом отличие с результатами работ [1, 2], в которых плоского предела не существует.

Во-вторых, для любого возможного значения параметра l соответствующая l -конформная алгебра Галилея изоморфна аналогичной l -конформной алгебре Ньютона – Гука. Этот изоморфизм связан с линейной заменой базиса l -конформной алгебры Галилея

$$H \rightarrow H \mp \frac{1}{R^2} K, \quad (8)$$

где нижний/верхний знак соответствует отрицательной/положительной космологической постоянной.

Сравнивая выражения (2) и (3), (4), (8) можно построить координатные преобразования

$$t' = R \tan\left(\frac{t}{R}\right), \quad x_i' = \left(\cos\left(\frac{t}{R}\right)\right)^{-2l} x_i, \quad (9)$$

при помощи которых можно из (2) получить (3), (4), (8) (обсуждение этого факта можно найти в работе [5]). Для частного случая $l = 1/2$ преобразование (9) в точности воспроизводит осцилляторные координаты Нидерера [15]. Аналогичные преобразования (9) формулы имеют место быть и для случая положительной космологической постоянной (необходимо заменить тригонометрические функции гиперболическими).

l -конформная алгебра Галилея допускает бесконечномерное Вирасоро – Кац – Модии расширение [3, 7, 16]. Это расширение может быть реализовано при помощи операторов

$$L^{(n)} = t^{n+1} \partial_t + l(n+1)t^n x_i \partial_i, \quad C_i^{(n)} = t^n \partial_i, \quad M_{ij} = t^n (x_i \partial_j - x_j \partial_i), \quad (10)$$

где n принимает произвольные целые значения. Структурные соотношения бесконечномерного расширения имеют вид

$$\begin{aligned} [L^{(n)}, L^{(m)}] &= (m-n)L^{(n+m)}, & [L^{(n)}, C_i^{(m)}] &= [m-l(n+1)]C_i^{(n+m)}, \\ [L^{(n)}, M_{ij}^{(m)}] &= m M_{ij}^{(n+m)}, & [M_{ij}^{(n)}, C_k^{(m)}] &= -\delta_{ik} C_j^{(n+m)} + \delta_{jk} C_i^{(n+m)}, \\ [M_{ij}^{(n)}, M_{kl}^{(m)}] &= -\delta_{ik} M_{jl}^{(n+m)} - \delta_{jl} M_{ik}^{(n+m)} + \delta_{il} M_{jk}^{(n+m)} + \delta_{jk} M_{il}^{(n+m)}. \end{aligned} \quad (11)$$

В частности $L^{(-1)}, L^{(0)}, L^{(1)}$, воспроизводят генераторы H, D, K в (2).

Бесконечномерное расширение l -конформной алгебры Ньютона – Гука может быть построено из (10) аналогично тому, как строилась конечномерная подалгебра, рассмотренная выше. Для отрицательной космологической постоянной имеем

$$\begin{aligned}
 L^{(n)} &= R^n \left(\tan\left(\frac{t}{R}\right) \right)^n \left(\frac{1}{2} R \sin\left(\frac{2t}{R}\right) \partial_t + l \left(n + \cos\left(\frac{2t}{R}\right) \right) x_i \partial_i \right), \\
 C_i^{(n)} &= R^n \left(\tan\left(\frac{t}{R}\right) \right)^n \left(\cos\left(\frac{t}{R}\right) \right)^{2l} \partial_i, \\
 M_{ij}^{(n)} &= R^n \left(\tan\left(\frac{t}{R}\right) \right)^n (x_i \partial_j - x_j \partial_i),
 \end{aligned} \tag{12}$$

замена тригонометрических функций на гиперболические в этих формулах воспроизводит генераторы, соответствующие случаю положительной космологической постоянной.

Таким образом, в данной работе построена реализация l -конформного расширения алгебры Ньютона – Гука в базисе, в котором плоский предел существует. Найдены координатные преобразования, связывающие представления l -конформных алгебр Галилея и Ньютона – Гука.

Работа выполнена в рамках государственного заказа вузам РФ (проект № 1.604.2011).

Литература

1. *Negro, J.* Nonrelativistic conformal groups / *J. Negro, M. Olmo* // *J. Math. Phys.* 1997. Vol. 38, № 7. P. 3786–3809.
2. *Negro, J.* Nonrelativistic conformal groups. II. Further developments and physical applications / *J. Negro, M. Olmo* // *J. Math. Phys.* 1997. Vol. 38, № 7. P. 3810–3831.
3. *Henkel, M.* Local scale invariance and strongly anisotropic equilibrium critical systems / *M. Henkel* // *Phys. Rev. Lett.* 1997. Vol. 78, № 10. P. 1940–1943.
4. *Lukierski, J.* Acceleration-extended Galilean symmetries with central charges and their dynamical realizations / *J. Lukierski, P. Stichel, W. Zakrzewski* // *Phys. Lett. B.* 2007. Vol. 650, № 2. P. 203–207.
5. *Fedoruc, S.* Galilean conformal mechanics from nonlinear realizations / *S. Fedoruc, E. Ivanov, J. Lukierski* // *Phys. Rev. D.* 2011. Vol. 83. P. 085013.
6. *Henkel, M.* Schrodinger invariance in strongly anisotropic critical systems / *M. Henkel* // *J. Statist. Phys.* 1994. Vol. 75, № 5. P. 1023–1061.

7. *Martelli, D.* Comments on Galilean conformal field theories and their geometric realization / D. Martelli, Tachikawa // JHEP. 2010. Vol. 091. P. 1–37.
8. *Alishahiha, M.* On AdS/CFT of Galilean conformal field theories / M. Alishahiha, A. Davody, A. Vahedi // JHEP. 2009. Vol. 022. P. 1–16.
9. *Duval, C.* Conformal Galilei groups, Veronese curves, and Newton-Hooke spacetimes / C. Duval, P. Horvathy. 2011. 30 p. URL: <http://arxiv.org>
10. *Duval, C.* Non-relativistic symmetries and Newton-Cartan structures / C. Duval, P. Horvathy // J. Phys. A. 2009. Vol. 42, № 46. P. 465206.
11. *Bacry, H.* Possible kinematics / H. Bacry, J. Levy-Leblond // J. Math. Phys. 1968. Vol. 9, № 10. P. 1605–1614.
12. *Gibbons, G.* Newton-Hooke space-times, Hpp waves and the cosmological constant / G. Gibbons, C. Patricot // Class. Quant. Grav. 2003. Vol. 20, № 23. P. 5225–5239.
13. *Galajinsky, A.* Conformal mechanics in Newton-Hooke spacetime / A. Galajinsky // Nucl. Phys. B. 2010. Vol. 832, № 3. P. 586–604.
14. *Galajinsky, A.* $N = 2$ superconformal Newton-Hooke algebra and many-body mechanics / A. Galajinsky // Phys. Lett. B. 2009. Vol. 680, № 5. P. 510–515.
15. *Niederer, U.* The maximal kinematical invariance group of the harmonic oscillator / U. Niederer // Helv. Phys. Acta. 1973. Vol. 46. P. 191–200.
16. *Bagchi, A.* Galilean conformal algebras and AdS/CFT / A. Bagchi, R. Gopakumar // JHEP. 2009. Vol. 7. P. 1–21.

ДВИЖЕНИЯ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ В ПОЛЕ ПРЕЦЕССИРУЮЩЕГО МАГНИТНОГО ДИПОЛЬНОГО МОМЕНТА

М. А. Мастерова

*Томский государственный педагогический университет
Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, профессор В. Я. Эпп*

Поле магнитного дипольного момента и движение заряженных частиц в этом поле имеет большое практическое значение в астрофизике. Магнитные поля планет и звезд в хорошем приближении можно считать дипольными. Хорошо исследован стационарный случай, когда магнитный момент небесного тела совпадает с осью вращения. В частности довольно подробно исследовано движение заряженных частиц в поле Земли. Решение уравнений движения в магнитном поле покоящегося диполя дает замкнутые области, в которых могут двигаться заряженные частицы определенного диапазона энергий. Для планет эти области называются радиационными поясами [1].

Также известны тела, у которых направление магнитного момента отличается от направления оси вращения. В этом случае вокруг тела присутствует не только электрическое, но и магнитное поле. Примером таких тел могут служить нейтронные звезды, и в частности пульсары. Поля таких тел хорошо аппроксимируются полем прецессирующего магнитного дипольного момента [2].

Динамика заряженной частицы. Найдем функцию Лагранжа для заряда в поле прецессирующего магнитного дипольного момента [3]:

$$L = -mc^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} + \frac{e}{c} (\vec{A}, \vec{v}), \quad (1)$$

где \vec{v} – вектор скорости частицы, \vec{A} – векторный потенциал. Нетрудно убедиться в том, что векторный потенциал:

$$\vec{A} = -\frac{[\vec{n}, \vec{\mu}]}{r^2} - \frac{[\vec{n}, \dot{\vec{\mu}}]}{rc}, \quad (2)$$

где \vec{n} – единичный вектор нормали, $\vec{\mu}$ – вектор магнитного момента, дает поле прецессирующего магнитного дипольного момента [4].

В сферической системе координат имеем:

$$A_r = 0,$$

$$A_\theta = \frac{\mu}{r^2} \sin \alpha (\sin \tau + \rho \cos \tau), \quad (3)$$

$$A_\varphi = -\frac{\mu}{r^2} [(\cos \alpha \sin \theta - \sin \alpha \cos \theta \cos \tau) + \rho \sin \alpha \sin \tau],$$

где обозначено: $\tau = \omega t' - \varphi$, $\rho = r\omega/c$, $t' = t - r/c$.

Подставляя в функцию Лагранжа, найдем:

$$L = -mc^2 \sqrt{1 - \frac{\dot{r}^2 + \dot{\theta}r^2 + \dot{\varphi}^2 r^2 \sin^2 \theta}{c^2}} + \frac{e\mu}{cr} \{ \dot{\theta} \sin \alpha (\sin \tau + \rho \cos \tau) + \dot{\varphi} \sin \theta \cos \theta \sin \alpha (\cos \tau - \rho \sin \tau) + \sin^2 \theta \cos \alpha \dot{\varphi} \}. \quad (4)$$

Полученная функция Лагранжа содержит все обобщенные координаты и является явной функцией времени, которое входит только в сочетании $\omega t' - \varphi$.

Подставив (4) в уравнение Лагранжа можно получить уравнения движения заряженной частицы в поле прецессирующего магнитного дипольного момента [4].

Далее рассмотрим движение нерелятивистской заряженной частицы. Введем новые обобщенные координаты: $\rho = \rho\omega/c$, $\psi = \varphi - \omega t$.

Тогда в координатах ρ , θ , ψ , нерелятивистская функция Лагранжа примет вид:

$$L = \frac{mc^2}{\omega^2} \left[\dot{\rho}^2 + \rho^2 \dot{\theta}^2 + \rho^2 (\dot{\psi} + \omega)^2 \sin^2 \theta \right] - \frac{e\mu\omega}{\rho} \sin \alpha \left[\dot{\theta} (\sin \xi - \rho \cos \xi) + (\dot{\psi} + \omega) \sin \theta \cos \theta (\cos \xi + \rho \sin \xi) \right] + \frac{e\mu\omega}{\rho} \sin^2 \theta \cos \alpha (\dot{\psi} + \omega), \quad (5)$$

где $\xi = \psi + \rho$. Теперь функция Лагранжа, а следовательно, и функция Гамильтона системы не зависят явно от времени. В этом случае величина

$$H = \frac{mc^2}{2\omega^2} \left[\dot{\rho}^2 + \rho^2 \dot{\theta}^2 + \rho^2 \dot{\psi}^2 \sin^2 \theta \right] - \frac{1}{2} mc^2 \rho^2 \sin^2 \theta - \frac{e\mu\omega^2}{\rho} \cos \alpha \sin^2 \theta + \frac{e\mu\omega^2}{\rho} \sin 2\theta \sin \alpha (\cos \xi + \rho \sin \xi), \quad (6)$$

Представляющая собой функцию Гамильтона является интегралом движения. Первое слагаемое в этом выражении $K = \frac{mc^2}{2\omega^2} \left[\dot{\rho}^2 + \rho^2 \dot{\theta}^2 + \rho^2 \dot{\psi}^2 \sin^2 \theta \right]$ всегда положительно и может играть роль кинетической энергии. Оставшуюся часть обычно называют эффективной потенциальной энергией. Ее можно записать в форме:

$$V_{eff} = \frac{mc^2}{2} \left\{ -\rho^2 \sin^2 \theta + \frac{N_{\perp} \sin 2\theta}{\rho} (\cos \xi + \rho \sin \xi) - \frac{2N_{\parallel} \sin^2 \theta}{\rho} \right\}, \quad (7)$$

где $N_{\perp} = N \sin \alpha$, $N_{\parallel} = N \cos \alpha$, $N = \frac{e\mu\omega^2}{mc^4}$.

В этих обозначениях формулу (6) удобно переписать в виде: $K = H - V_{eff}$. Неравенство $H - V_{eff} \geq 0$ накладывает ограничения на допустимую область движения частиц.

Стационарные точки эффективной потенциальной энергии. Исследуем эффективную потенциальную энергию. В стационарных точках эффективной потенциальной энергии частица может находиться в состоянии равновесия – устойчивого, неустойчивого или безразличного. Для того, чтобы найти стационарные точки функции V_{eff} , найдем решение системы уравнений:

$$\frac{\partial V_{eff}}{\partial q_i} = 0, \quad (8)$$

где $q_i = \rho, \theta, \psi$. Отсюда получим систему из трех уравнений:

$$-2\rho^3 \sin^2 \theta + 2N_{\parallel} \sin^2 \theta - N_{\perp} \sin 2\theta(\cos \psi + \rho \sin \psi) = 0, \quad (9)$$

$$-\rho^3 \sin 2\theta - 2N_{\parallel} \sin 2\theta + 2N_{\perp} \cos 2\theta(\cos \psi + \rho \sin \psi) = 0, \quad (10)$$

$$N_{\perp} \sin 2\theta \sin \psi = 0. \quad (11)$$

Уравнение (9) имеет два решения:

$$\psi = 0, \pi, \quad (12)$$

$$\theta = \frac{\pi n}{2}, (n \in \mathbb{Z}). \quad (13)$$

Для первого решения ($\psi = 0, \pi$), получим следующие серии координат критических точек для функции V_{eff} для положительной частицы в случае когда $\sin 2\theta \neq 0$:

$$\begin{aligned} \rho_1^3 &= \frac{N}{4} \left[\cos \alpha + \sqrt{9 - \sin^2 \alpha} \right], \\ \tan \theta_1 &= -\frac{1}{2 \sin \alpha} \left[3 \cos \alpha + \sqrt{9 - \sin^2 \alpha} \right], \quad \psi_1 = 0, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\rho_2^3 = \frac{N}{4} \left[\cos \alpha + \sqrt{9 - \sin^2 \alpha} \right], \quad (15)$$

$$\tan \theta_2 = \frac{1}{2 \sin \alpha} \left[3 \cos \alpha + \sqrt{9 - \sin^2 \alpha} \right], \quad \psi_2 = \pi.$$

Для отрицательной частицы:

$$\rho_3^3 = \frac{N}{4} \left[\cos \alpha - \sqrt{9 - \sin^2 \alpha} \right], \quad (16)$$

$$\tan \theta_3 = \frac{1}{2 \sin \alpha} \left[-3 \cos \alpha + \sqrt{9 - \sin^2 \alpha} \right], \quad \psi_3 = 0$$

$$\rho_4^3 = \frac{N}{4} \left[\cos \alpha - \sqrt{9 - \sin^2 \alpha} \right], \quad (17)$$

$$\tan \theta_4 = \frac{1}{2 \sin \alpha} \left[3 \cos \alpha - \sqrt{9 - \sin^2 \alpha} \right], \quad \psi_4 = \pi.$$

Таким образом, решения уравнений (9)–(11) для случая $\sin 2\theta \neq 0$ дают нам две стационарные точки для положительной и две для отрицательной частицы.

Из (9)–(11) следует, что вдоль оси вращения ($\theta = 0, \pi$) все первые производные эффективной потенциальной энергии обращаются в ноль только в плоскости $\psi = 0, \pi$ и для любых ρ . Это означает, что на оси $\theta = 0, \pi$ нет стационарных точек.

В плоскости $\theta = \pi/2$ уравнения (9)–(11) имеют следующие решения:

$$\rho = N_{\parallel}^{1/3}, \quad \cos \psi = 0, \quad N_{\parallel} \succ 0. \quad (18)$$

Для ψ получаем два значения, так как $\psi \in (0, 2\pi)$.

Таким образом, для случая $\theta = \pi/2$ имеем две стационарные точки

$$\rho_5 = N_{\parallel}^{1/3}, \quad \theta_5 = \frac{\pi}{2}, \quad \psi_5 = \frac{\pi}{2}; \quad (19)$$

$$\rho_6 = N_{\parallel}^{1/3}, \quad \theta_6 = \frac{\pi}{2}, \quad \psi_6 = \frac{3\pi}{2}. \quad (20)$$

Из (18) следует, что $ec\cos\alpha > 0$. Это означает, что точки с координатами (19), (20) соответствуют положительной частице, если $\alpha < \pi/2$, и отрицательной частице, если $\alpha > \pi/2$.

Частица, находящаяся в стационарной точке, может находиться в состоянии равновесия. Проверим, удовлетворяют ли координаты частицы находящейся в критической точке уравнениям движения. Во всех найденных стационарных точках возвратимся к системе координат (ρ, θ, φ) . При подстановке всех полученных координат стационарных точек в уравнения движения [4] получим тождества. Отсюда следует, что найденные стационарные точки являются частными решениями данной системы уравнений движения.

Таким образом, получили четыре траектории, по которым может двигаться частица. Причем, радиус движения и угол для положительной и отрицательной частицы различны. Так же в плоскости $\theta = \pi/2$ получили две траектории, для которых частица может двигаться по окружности с постоянной скоростью.

Для определения существования максимума или минимума потенциальной энергии в стационарных точках обратимся к критерию Сильвестра: пусть в некоторой окрестности стационарной точки $M_i(\rho_i, \theta_i, \varphi_i)$ определены вторые производные функции $V_{eff}(\rho, \theta, \varphi)$. Функция имеет локальный максимум, если квадратичная форма $d^2V_{eff}(M_i)$ отрицательно определена, и локальный минимум, если $d^2V_{eff}(M_i)$ положительно определена. Если же $d^2V_{eff}(M_i)$ неопределена, то экстремумов нет [4].

Найдем все вторые частные производные и обозначим их значения в стационарных точках (14)–(17).

$$a_{11} = \frac{2}{mc^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \rho^2} = -4 + \cos^2 \alpha - q \cos \alpha \sqrt{9 - \sin^2 \alpha}, \quad a_{22} = \frac{2}{mc^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} = 6\rho^2,$$

$$a_{33} = \frac{2}{mc^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} = -\frac{N \sin^2 \alpha}{3\rho} (\cos \alpha - q \sqrt{9 - \sin^2 \alpha}), \quad a_{23} = \frac{2}{mc^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta \partial \varphi} = 0,$$

$$a_{22} = \frac{2}{mc^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} = -\frac{N \sin^2 \alpha}{3\rho} (\cos \alpha - q \sqrt{9 - \sin^2 \alpha}), \quad a_{13} = \frac{2}{mc^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \rho \partial \varphi} = 0.$$

Выражение для a_{11} можно переписать в виде $a_{11} = -6\sin^2\theta$. Как видно, a_{11} принимает только отрицательные значения.

Вычислим:

$$D_1 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = -\frac{2Nq}{\rho} \sin^2 \theta \sqrt{9 - \sin^2 \alpha},$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{33} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = D_1 a_{33}.$$

Очевидно, что $D_1 < 0$ как для отрицательных, так и для положительных частиц. Так как $a_{33} > 0$, D_2 принимает только отрицательные значения. Квадратичная форма является неопределенной. Таким образом, точки с координатами (14)–(17) не являются экстремумами функции V_{eff} .

Вычислим вторые производные для случая $\theta = \pi/2$:

$$a_{11} = -6; a_{12} = 6N_{\parallel}^{2/3}; a_{33} = 0; a_{12} = 0; a_{13} = 0; a_{23} = 2N_{\perp} N_{\parallel}^{-1/3} \delta.$$

Легко проверить, что квадратичная форма является неопределенной.

В результате мы получили шесть стационарных точек (14)–(17) и (19), (20).

Рассмотренные точки не исчерпывают всех решений уравнений движения для круговых орбит. При подстановке в уравнения движения $\rho = \text{const}$ мы найдем еще одно решение для $\text{ecos} \alpha > 0$: $\theta = \pi/2$, $\rho = (2N)^{1/3}$, $\varphi = \Omega t + \varphi_0$, где $\Omega = (1/2)\omega$, φ_0 – произвольная константа. Это решение справедливо для положительных частиц, если $\alpha < \pi/2$, и для отрицательных частиц, если $\alpha > \pi/2$.

Таким образом, в работе исследована динамика движения нерелятивистской заряженной частицы в поле прецессирующего магнитного дипольного момента. Найден интеграл движения и эффективная потенциальная энергия частицы. Найдено семь частных решений уравнений движения заряженной частицы в поле прецессирующего дипольного момента. Проведено их исследование на устойчивость.

Литература

1. *Holmes-Siedle, A. G.* Handbook of Radiotoins Effects / A. G. Holmes-Siedle, L. Adams. Oxford University Press, 2002.
2. *Michel, F. C.* Theory of Neutron Star Magnetospheres / F. C. Michel. London : Chikago Press, 1991. P. 287.
3. *Ландау, Л. Д.* Теория поля / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. М. : Наука, 1988. Т. 2. С. 378.

4. *Мастерова, М.А.* Исследование уравнений движения заряженной частицы в поле прецессирующего магнитного дипольного момента / М.А. Мастерова // Наука и образование: XVI Всеросс. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых с международ. участием. Томск, 2011. С. 21–26.

ОПЕРАТОР ЭВОЛЮЦИИ И ОПЕРАТОР СИММЕТРИИ НЕЛОКАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ФИШЕРА – КОЛМОГороВА

Е. А. Левченко

Томский политехнический университет

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, профессор

А. Ю. Трифонов

В математической биологии классическое популяционное уравнение Фишера – Колмогорова (УФК) [1, 2] описывает пространственно-временную эволюцию микробиологических популяций (бактерии или клетки). Чтобы учитывать дальнедействующее взаимодействие между организмами колониальных микробных популяций [3], используются нелокальные обобщения УФК [4, 5]. Нелокальные модели направлены, в частности, на описание структур в бактериальных колониях [4], что вносит существенный вклад в изучение морфогенеза, который является одной из фундаментальных проблем современной микробиологии [3].

Оператор эволюции уравнения Фишера – Колмогорова. Рассмотрим уравнение Фишера – Колмогорова следующего вида:

$$[-\partial_t + D\partial_x^2 + a(t) - \int_{-\infty}^{+\infty} b(x, y, t)u(y, t)dy]u(x, t) = 0, \quad (1)$$

где $b(x, y, t)$ – потенциал, отвечающий за потери в результате борьбы за пищевые ресурсы; $a(t)$ – произвольная функция, отвечающая за рождение бактерий. Чтобы более наглядно продемонстрировать процесс вычисления операторов симметрии уравнения ФКПП, возьмем $b(x, y, t) = k$, $a(t) = a = \text{const}$.

Запишем уравнение в эквивалентной форме:

$$[-D\partial_t + \hat{H}_m[u](\vec{x}, t)]u(\vec{x}, t) = 0, \quad (2)$$

где D – коэффициент диффузии; $\hat{H}_{nl}[u]$ оператор характеризует реакционную кинетику уравнения. Таким образом, $\hat{H}_{nl}[u]$ в формуле (2) записывается в виде

$$H[u] = Du_{xx} + au - km_u u. \quad (3)$$

Для уравнения (1) в классе функций $u(x, t)$, убывающих при $|x| \rightarrow \infty$, поставим задачу Коши. Предположим, что функции $u(x, t)$ принадлежат пространству Шварца \mathcal{S} по переменным $x \in \mathbb{R}^n$ равномерно по $t \geq 0$:

$$u(x, t)|_{t=0} = \gamma(x), \quad \gamma(x) \in \mathcal{S}. \quad (4)$$

Введем обозначения

$$m_u(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(x, t) dx, \quad (5)$$

$$X_u(t) = \frac{1}{m_u(t)} \int_{-\infty}^{+\infty} xu(x, t) dx, \quad (6)$$

$m_u(t)$ – момент нулевого порядка функции $u(x, t)$; $X_u(t)$ представляет собой первый нормированный момент функции $u(x, t)$.

Продифференцируем (5) и (6) по переменной t с учетом (3). Тогда для $m_u(t)$ и $X_u(t)$ получим уравнения

$$\dot{m}_u = am_u - km_u^2, \quad (7)$$

$$\dot{X}_u = 0. \quad (8)$$

Из определений (5), (6) и начального условия (4) следует, что функции $m_u(t)$ и $X_u(t)$ удовлетворяют условиям

$$m_u(t)|_{t=0} = m_\gamma, \quad m_\gamma = \int_{-\infty}^{+\infty} \gamma(x) dx, \quad X_u(t)|_{t=0} = X_\gamma, \quad X_\gamma = \frac{1}{m_\gamma} \int_{-\infty}^{+\infty} x\gamma(x) dx. \quad (9)$$

Соотношения (7), (8) можно рассматривать как систему уравнений для определения функций $m(t)$ и $X(t)$:

$$\dot{m} = am - km^2, \dot{X} = 0. \quad (10)$$

Систему (10) будем называть системой Эйнштейна – Эренфеста. Решение системы Эйнштейна – Эренфеста (10), удовлетворяющее начальным условиям (9), будем обозначать $m[\gamma](t)$ и $X[\gamma](t)$. Нетрудно заметить, что

$$m_u(t) = m[\gamma](t), X_u(t) = X[\gamma](t), m_\gamma = m[\gamma](0), X_\gamma = X[\gamma](0).$$

Для вычисления оператора эволюции уравнения (1) запишем уравнение (2) с учетом (10) в виде

$$\left[-D\partial_t + D^2\partial_x^2 + D\frac{\dot{m}[\gamma](t)}{m[\gamma](t)} \right] u(x, t) = 0. \quad (11)$$

Введем вспомогательную функцию

$$u(x, t) = m[\gamma](t)w(x - X[\gamma](t), t). \quad (12)$$

Подставив (12) в (11), получим для функции $w(x, t)$ следующее уравнение:

$$[-\partial_t + D\partial_x^2]w(\vec{x}, t) = 0. \quad (13)$$

Начальное условие для уравнения (13) с учетом (4) и (12) имеет вид

$$w(x, t)|_{t=0} = \tilde{\gamma}(x) = \frac{1}{m_\gamma} \gamma(x + X_\gamma). \quad (14)$$

Уравнение (14) – уравнение теплопроводности, его функция Грина хорошо известна. Запишем ее в следующем виде:

$$G_{in}[\gamma](x, y, t) = \sqrt{\frac{M_1(t)}{2\pi DM_2(t)}} \exp\left[-\frac{1}{2D} \frac{M_1(t)}{M_2(t)} (x - M_3(t)y)^2\right], \quad (15)$$

где $M_1(t)$, $M_2(t)$, $M_3(t)$ – блоки матрицанты системы

$$\dot{M} = H_{\text{var}}[\gamma](t)M, \quad M(t)|_{t=0} = I_{2 \times 2}, \quad (16)$$

$$\text{где } M = M[\gamma](t) = \begin{pmatrix} M_1(t) & 0 \\ M_2(t) & M_3(t) \end{pmatrix}, \quad H_{\text{var}}[\gamma](t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ядро оператора эволюции для нелинейного уравнения (1) в одномерном случае:

$$\begin{aligned} \tilde{G}[\gamma](x, y, t) &= \frac{m[\gamma](t)}{m[\gamma](0)} G_{\text{lin}}[\gamma](x - X[\gamma](t), y - X[\gamma](0), t) = \frac{m[\gamma](t)}{m[\gamma](0)} \times \\ &\times \sqrt{\frac{M_1(t)}{2\pi D M_2(t)}} \exp\left[\frac{-1}{2D} \frac{M_1(t)}{M_2(t)} (x - X[\gamma](t) - M_3(t)(y - X[\gamma](0)))^2\right], \end{aligned} \quad (17)$$

где $m[\gamma](t)$ и $X[\gamma](t)$ удовлетворяют системе Эйнштейна – Эрэнфеста (10).

Пусть оператор $\hat{U}(t, \gamma)(x)$ определен соотношением

$$\hat{U}(t, \gamma)(x) = \frac{m[\gamma](t)}{m[\gamma](0)} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{\text{lin}}(x - X[\gamma](t), y - X[\gamma](0), t) \gamma(y) dy, \quad (18)$$

где $G_{\text{lin}}(t, x, y)$ определена соотношением (15), а функции $m[\gamma](t)$ и $X[\gamma](t)$ являются решениями системы Эйнштейна – Эрэнфеста (10) с начальными условиями (9). Тогда функция

$$u(x, t) = \hat{U}(t, \gamma)(x) \quad (19)$$

является точным решением задачи Коши для уравнения Фишера – Колмогорова (1) с начальным условием $u(t, x)|_{t=0} = \gamma(x)$, а оператор $\hat{U}(t, \gamma)(x)$ является оператором эволюции уравнения (1).

В качестве примера поставим для уравнения (1) задачу Коши:

$$u(x, t)|_{t=0} = \gamma(x) = \sqrt{\frac{1}{0,2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-2)^2}{0,2}\right]. \quad (20)$$

Функция $u(x, t)$, вычисленная с помощью формулы (19), равна

$$\begin{aligned}
 u(x, t) &= m[\gamma](t) \sqrt{\frac{M_1(t)}{2\pi D(M_2(t) + M_3(t))}} \times \\
 &\times \exp\left[-\frac{1}{2D} \frac{M_1(t)}{M_2(t) + M_3(t)} (x - X[\gamma](t))^2\right] = \\
 &= \frac{ae^{at}}{a + k_0(e^{at} - 1)} \sqrt{\frac{1}{2\pi D(2t + 1)}} \exp\left[-\frac{1}{2D(2t + 1)} (x - 2)^2\right].
 \end{aligned} \tag{21}$$

Оператор симметрии уравнения Фишера – Колмогорова. Согласно определению, оператор $\hat{A}(x, t)$, определяемый из условия

$$(-D\partial_t + \hat{H}_{nl}[u_A])(x, t)\hat{A}(x, t) = \hat{B}(x, t)(-D\partial_t + \hat{H}_{nl}[u](x, t)), \tag{22}$$

$$\hat{A}(x, t)|_{t=0} = \hat{a}_0(x), \tag{23}$$

есть оператор симметрии для уравнения (2). Здесь имеет смысл $\hat{B}(x, t)$ множителя Лагранжа. Установим, как оператор симметрии уравнения (2) связан с его оператором эволюции. Для этого запишем уравнение для нахождения оператора симметрии уравнения (2) в следующем виде:

$$\hat{L}_1 \hat{A}_{nl}(x, t) = \hat{B}(x, t) \hat{L}_2, \quad \hat{A}_{nl}(x, t)|_{t=0} = \hat{a}_0(x), \tag{24}$$

где

$$\hat{L}_1 = -D\partial_t + \hat{H}_{nl}[u_A], \quad \hat{L}_2 = -D\partial_t + \hat{H}_{nl}[u]. \tag{25}$$

Пусть функция $u(x, t)$ является решением уравнения

$$\hat{L}_2 u(x, t) = 0, \quad u(x, t)|_{t=0} = \gamma(x). \tag{26}$$

Решение уравнения (26) можно записать в виде

$$u(x, t) = \hat{U}(t, \gamma)(x), \tag{27}$$

где $\hat{U}(t, \gamma)(x)$ – оператор эволюции уравнения (26), определенный соотношением (19). Для выполнения равенства (24) необходимо, чтобы функция $u_A(x, t) = \hat{A}_{\text{нл}}(x, t)u(x, t)$ была решением уравнения:

$$\hat{L}_1 u_A(x, t) = 0, \quad u_A(x, t)|_{t=0} = \hat{a}_0(x)\gamma(x). \quad (28)$$

Решение уравнения (28) можно записать аналогично решению уравнения (26):

$$u_A(x, t) = \hat{U}(t, \gamma_A)(x), \quad (29)$$

где $\hat{U}(t, \gamma_A)(x)$ – оператор эволюции уравнения (28). Учитывая, что $\gamma_A(x) = \hat{a}_0(x)\gamma(x)$ и $\gamma(x) = \hat{U}^{-1}(t, u)(x)$, запишем связь между $u_A(x, t)$ и $u(x, t)$:

$$u_A(x, t) = \hat{U}(t, \hat{a}_0 \hat{U}^{-1}(t, u))(x). \quad (30)$$

Из соотношения (30) следует, что оператор

$$\hat{A}_{\text{нл}}(x, t) = \hat{U}(t, \hat{a}_0 \hat{U}^{-1}(t, \cdot))(x) \quad (31)$$

является оператором симметрии уравнения (2).

В качестве примера построим функцию $u_A(x, t)$ с использованием оператора симметрии (31) уравнения (2). В качестве $u(x, t)$ возьмем функцию, определяемую соотношением (21), а $\hat{a}(0)$ примем равным $\hat{a}_0 = D\partial_x + 2x$. Тогда $\gamma_A(x) = \hat{a}_0\gamma(x) = (2+x)\gamma(x)$. Аналогично с помощью оператора эволюции (19) вычислим функцию $u_A(x, t)$:

$$\begin{aligned} u_A(x, t) = & \sqrt{\frac{1}{2\pi D(2t+1)}} \times \\ & \times \frac{m[\gamma_A](t)}{m_{\gamma_A}} \left(\frac{x - X_{\gamma_A} + 2t(2 - X_{\gamma_A})}{2t+1} + X_{\gamma_A} + 2 \right) \times \\ & \times \exp \left[-\frac{1}{2D(2t+1)} (x-2)^2 \right]. \end{aligned} \quad (32)$$

На рис. 1 приведен график функций $u_A(x, t)$ в моменты времени $t = 0, 1, 2, 4$ при $a = 2, k = 0,1, D = 0,1$.

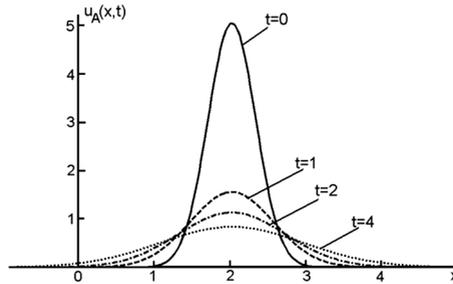


Рис. 1. График функции $u_A(x, t)$ в моменты времени $t = 0, 1, 2, 4$

Работа выполнена в рамках Государственного задания вузам на 2012 г., регистрационный № 1.604.2011. и при поддержке ФЦП «Кадры»: контракты № П691 и П789.

Литература

1. Fisher, R. A. The wave of advance of advantageous genes / R. A. Fisher // Annual Eugenics. 1937. 7. P. 255–369.
2. Kolmogorov, A. N. A study of the diffusion equation with increase in the amount of substance and its application to a biology problem / A. N. Kolmogorov, I. Petrovskii, N. Piskunov // Bull. Univ. Moscow. 1937. 1. P. 1–16.
3. Murray, J. D. Mathematical Biology. I. An Introduction, third edition / J. D. Murray // Springer-Verlag, N. Y., Berlin, Heidelberg, 2001.
4. Fuentes, M. A. Nonlocal interaction effects on pattern formation in population dynamics / M. A. Fuentes, M. N. Kuperman, V. M. Kenkre // Phys. Rev. Lett. 2003. 91. P. 158104 (4 p).
5. Pattern formation in a nonlocal convective Fisher equation / J. A. R. da Cunha et al. // Acta Physica Polonica B. 2009. Vol. 40.

О МЯГКОМ НАРУШЕНИИ БРСТ СИММЕТРИИ В ФОРМАЛИЗМЕ БАТАЛИНА – ВИЛКОВЫСКОГО

О. В. Радченко

Томский государственный педагогический университет

В работе рассматриваются проблемы, связанные с зависимостью функций Грина от калибровок при так называемом мягком нарушении БРСТ симметрии в формализме Баталина – Вилковыского [1, 2], предложенного в работах [3, 4].

Такое нарушение в теориях Янга – Миллса связано с ограничением области интегрирования в функциональном интеграле, обусловленным горизонтом Грибова [5] и введением действия Грибова – Цванцигера [6, 7]. Эти исследования в данных теориях были проведены только в калибровке Ландау (см., напр., статью [8] и литературные ссылки в ней). В то же время известно, что физические величины и, в частности, S -матрица могут быть вычислены в разных калибровках в рамках метода Баталина – Вилковыского квантования калибровочных теорий, но от выбора калибровочного условия они зависеть не должны. Недавно в работах [3, 4] было предложено обобщение понятия мягкого нарушения БРСТ симметрии для калибровочных теорий общего вида в произвольных калибровках в формализме Баталина – Вилковыского.

Целью нашей работы является детализация свойств оператора, используемого в [4], при записи вариаций производящих функционалов функций Грина при варьировании калибровки.

Мы будем использовать конденсированные обозначения, принятые Б. Девиттом [9]. Производные по источнику и антиполям понимаются как левые, а по полям – как правые. Грассманову четность любой однородной (в смысле грассмановой четности) величины A обозначаем как $\varepsilon(A)$.

Рассмотрим конфигурационное пространство, параметризованное полями $\Phi \equiv \{\Phi^A\} = \{A^i, \dots\}$ с $\varepsilon(\Phi^A) = \varepsilon_{A^i}$, где точками обозначен полный набор полей, дополняющий калибровочные поля A^i исходной калибровочной теории в методе Баталина – Вилковыского в зависимости от ее стадии приводимости. Для каждого поля Φ^A этого конфигурационного пространства вводится также соответствующее антиполе $\Phi^* \equiv \{\Phi_A^*\} = \{A_i^*, \dots\}$ противоположной грассмановой четностью $\varepsilon(\Phi_A^*) = \varepsilon_{A^i} + 1$.

В работе [4] было показано, что для производящего функционала функций Грина $Z(J, \Phi^*)$,

$$Z(J, \Phi^*) = \int D\Phi \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \left(S(\Phi, \Phi^*) + J_A \Phi^A \right) \right\} \quad (1)$$

с квантовым действием $S(\Phi, \Phi^*)$, в свою очередь, являющимся аддитивным расширением обычного калибровочно-фиксирующего действия $S_{ext}(\Phi, \Phi^*)$ посредством бозонного функционала $M(\Phi, \Phi^*)$, вариация $Z(J, \Phi^*)$ записывается в виде:

$$\begin{aligned} \delta Z(J, \Phi^*) = & \frac{i}{\hbar} \left[\left(J_A + M_A \left(\frac{\hbar}{i} \frac{\delta}{\delta J}, \Phi^* \right) \right) \left(\frac{\delta}{\delta \Phi_A^*} - \frac{i}{\hbar} M^A \left(\frac{\hbar}{i} \frac{\delta}{\delta J}, \Phi^* \right) \right) \right] \times \\ & \times \delta \Psi \left(\frac{\hbar}{i} \frac{\delta}{\delta J} \right) + \delta M \left(\frac{\hbar}{i} \frac{\delta}{\delta J}, \Phi^* \right) \Big] Z(J, \Phi^*). \end{aligned} \quad (2)$$

При выводе соотношения (2), во-первых, было учтено в работе [4], что несовпадающие функционалы $S_{ext}(\Phi, \Phi^*)$ и $(-M)$ удовлетворяют по отдельности квантовым мастер-уравнениям метода Баталина – Вилковского, во-вторых, J_A обозначают обычные внешние источники к полям Φ^A , $\varepsilon(J_A) = \varepsilon_{A^*}$, и, в-третьих, введены обозначения:

$$\begin{aligned} M_A \left(\frac{\hbar}{i} \frac{\delta}{\delta J}, \Phi^* \right) & \equiv \left. \frac{\delta M(\Phi, \Phi^*)}{\delta \Phi^A} \right|_{\Phi \rightarrow \frac{\hbar}{i} \frac{\delta}{\delta J}}, \\ M^A \left(\frac{\hbar}{i} \frac{\delta}{\delta J}, \Phi^* \right) & \equiv \left. \frac{\delta M(\Phi, \Phi^*)}{\delta \Phi_A^*} \right|_{\Phi \rightarrow \frac{\hbar}{i} \frac{\delta}{\delta J}}. \end{aligned}$$

Здесь $M = M(\Phi, \Phi^*)$ и является тем функционалом, в терминах которого описывается мягкое нарушение БРСТ симметрии в [4].

Введем нечетный оператор \hat{q} :

$$\hat{q} = \left(J_A + M_A \left(\frac{\hbar}{i} \frac{\delta}{\delta J}, \Phi^* \right) \right) \left(\frac{\delta}{\delta \Phi_A^*} - \frac{i}{\hbar} M^A \left(\frac{\hbar}{i} \frac{\delta}{\delta J}, \Phi^* \right) \right), \quad (3)$$

отличающийся наличием ненулевых слагаемых, $M_A \left(\frac{\hbar}{i} \frac{\delta}{\delta J}, \Phi^* \right) \times M^A \left(\frac{\hbar}{i} \frac{\delta}{\delta J}, \Phi^* \right)$, от аналогичного оператора в работе [3]. Тогда $\delta Z(J, \Phi^*)$

(2) переписывается в виде:

$$\delta Z(J, \Phi^*) = \frac{i}{\hbar} \left[\hat{q} \delta \Psi \left(\frac{\hbar}{i} \frac{\delta}{\delta J} \right) + \delta M \left(\frac{\hbar}{i} \frac{\delta}{\delta J}, \Phi^* \right) \right] Z(J, \Phi^*).$$

Докажем свойство нильпотентности оператора \hat{q} , т. е. что $\hat{q}^2 = 0$.

При выводе для краткости будем использовать следующие обозначения:

$$M_A = M_A \left(\frac{\hbar}{i} \frac{\delta}{\delta J}, \Phi^* \right), M^A = M^A \left(\frac{\hbar}{i} \frac{\delta}{\delta J}, \Phi^* \right).$$

Оператор \hat{q}^2 можно непосредственно представить в виде суммы четырех операторов,

$$\begin{aligned} \hat{q}^2 &= \left[\left(J_A + M_A \right) \left(\frac{\delta}{\delta \Phi_A^*} - \frac{i}{\hbar} M^A \right) \right]^2 \equiv \sum_{i=1}^4 D_i = \\ &= (J_A + M_A) \frac{\delta}{\delta \Phi_A^*} (J_B + M_B) \frac{\delta}{\delta \Phi_B^*} - \frac{i}{\hbar} (J_A + M_A) \frac{\delta}{\delta \Phi_A^*} (J_B + M_B) M^B - \\ &- (J_A + M_A) M^A (J_B + M_B) \frac{\delta}{\delta \Phi_B^*} - \left(\frac{i}{\hbar} \right)^2 (J_A + M_A) M^A (J_B + M_B) M^B. \end{aligned} \quad (4)$$

Рассмотрим первый член в разложении (4),

$$D_1 = (J_A + M_A) \frac{\delta M_B}{\delta \Phi_A^*} \frac{\delta}{\delta \Phi_B^*} + (J_A + M_A) (J_B + M_B) \frac{\delta}{\delta \Phi_B^*} \frac{\delta}{\delta \Phi_A^*} (-1)^{\varepsilon_A + 1}. \quad (5)$$

В свою очередь, второе слагаемое D_1 в (5) имеет вид:

$$(-1)^{\varepsilon_A + 1} \left(J_A J_B + M_A M_B + J_A M_B + (-1)^{\varepsilon_A \varepsilon_B} J_B M_A + \frac{\hbar}{i} M_{AB} \right) \frac{\delta}{\delta \Phi_B^*} \frac{\delta}{\delta \Phi_A^*}, \quad (6)$$

где учтено, что суперкоммутатор $[M_A, J_B] = \frac{\hbar}{i} M_{AB}$, причем

$$M_{AB} = \frac{\delta^2 M(\Phi, \Phi^*)}{\delta \Phi^A \delta \Phi^B} \Big|_{\Phi \rightarrow \frac{\hbar}{i} \frac{\delta}{\delta J}} \quad \text{и} \quad M_{AB} = (-1)^{\varepsilon_A \varepsilon_B} M_{BA}. \quad (7)$$

Заметим, что при замене индексов $A \leftrightarrow B$ свойства обобщенной симметрии выражения, стоящего в скобках, и второй производной по антиполям – противоположны, вследствие чего (6) обращается в ноль, а член D_1 определяется только первым слагаемым.

Обращаясь к слагаемому D_2 , видим, что после перестановки производных по антиполям D_2 принимает вид:

$$D_2 = -\frac{i}{\hbar} (J_A + M_A) \frac{\delta M_B}{\delta \Phi_A^*} M^{B*} - \frac{i}{\hbar} (J_A + M_A) (J_B + M_B) \times \\ \times \frac{\delta M^{B*}}{\delta \Phi_A^*} (-1)^{(\varepsilon_A+1)\varepsilon_B} - \frac{i}{\hbar} (J_A + M_A) (J_B + M_B) M^{B*} \frac{\delta}{\delta \Phi_A^*} (-1)^{\varepsilon_A+1}. \quad (8)$$

Учитывая свойство обобщенной симметрии

$$\frac{\delta M^{B*}}{\delta \Phi_A^*} = \frac{\delta M^A}{\delta \Phi_B^*} (-1)^{(\varepsilon_A+1)(\varepsilon_B+1)}, \quad (9)$$

второй член в представлении (8) для D_2 обратиться в ноль.

Для слагаемого D_3 после серии преобразований имеем:

$$D_3 = -\frac{i}{\hbar} (J_A + M_A) M^A J_B \frac{\delta}{\delta \Phi_B^*} - \frac{i}{\hbar} (J_A + M_A) M^A M_B \frac{\delta}{\delta \Phi_B^*} = \\ = -\frac{i}{\hbar} (J_A + M_A) \left(\frac{\hbar}{i} M^A M_B + J_B M^A (-1)^{\varepsilon_B(\varepsilon_A+1)} \right) \frac{\delta}{\delta \Phi_B^*} - \\ - \frac{i}{\hbar} (J_A + M_A) M^A M_B \frac{\delta}{\delta \Phi_B^*} = \\ = -(J_A + M_A) M^A M_B \frac{\delta}{\delta \Phi_B^*} - \frac{i}{\hbar} (J_A + M_A) (J_B + M_B) M^A \frac{\delta}{\delta \Phi_B^*} (-1)^{\varepsilon_B(\varepsilon_A+1)}, \quad (10)$$

где нами использовано следующее обозначение:

$$M^A_B = \frac{\delta^2 M(\Phi, \Phi^*)}{\delta \Phi_A^* \delta \Phi_B^*} \Bigg|_{\Phi \rightarrow \frac{\hbar}{i} \delta}. \quad (11)$$

Наконец, тождественно преобразуя четвертое слагаемое D_4 в разложении (4) следующим образом:

$$\begin{aligned} D_4 &= \left(\frac{i}{\hbar}\right)^2 \left(J_A + M_A\right) \left(\frac{\hbar}{i} M^A_B + J_B M^A (-1)^{\varepsilon_B(\varepsilon_A+1)}\right) M^{B_s} + \\ &\quad + \left(\frac{i}{\hbar}\right)^2 \left(J_A + M_A\right) M^A M^{B_s} M_B = \\ &= \left(\frac{i}{\hbar}\right)^2 \left(J_A + M_A\right) M^A M^{B_s} M_B + \left(\frac{i}{\hbar}\right)^2 J_B J_A M^A M^{B_s} (-1)^{\varepsilon_B} + \\ &\quad + \left(\frac{i}{\hbar}\right)^2 \left(\frac{\hbar}{i} M_{AB} + J_B M_A (-1)^{\varepsilon_A \varepsilon_B}\right) M^A M^{B_s} (-1)^{\varepsilon_B(\varepsilon_A+1)} + \\ &\quad + \left(\frac{i}{\hbar}\right)^2 \left(J_A + M_A\right) M^A M^{B_s} M_B, \end{aligned}$$

получим окончательно,

$$\begin{aligned} D_4 &= \frac{i}{\hbar} \left(J_A + M_A\right) M^A M^{B_s} M_B + \left(\frac{i}{\hbar}\right)^2 J_B J_A M^A M^{B_s} (-1)^{\varepsilon_B} + \\ &\quad + \frac{i}{\hbar} M_{AB} M^A M^{B_s} (-1)^{\varepsilon_B(\varepsilon_A+1)} + \left(\frac{i}{\hbar}\right)^2 J_B M_A M^A M^{B_s} (-1)^{\varepsilon_B} - \quad (12) \\ &\quad - \left(\frac{i}{\hbar}\right)^2 J_A M_B M^{B_s} M^A (-1)^{\varepsilon_A} + \left(\frac{i}{\hbar}\right)^2 M_A M_B M^A M^{B_s} (-1)^{\varepsilon_B(\varepsilon_A+1)}. \end{aligned}$$

Легко видеть, что второй, третий и шестой члены в последнем выражении тождественно обращаются в ноль вследствие свойств обобщенной симметрии при замене индексов $A \leftrightarrow B$. Действительно, величины $(J_B J_A)$, M_{AB} – обобщенно симметричны, тогда как $(M^A M^{B_s} (-1)^{\varepsilon_B})$ – обоб-

щенно антисимметричны, а $(M_A M^{A_4})^2 \equiv 0$. Сумма четвертого и пятого членов равна нулю. Следовательно, D_4 определяется лишь первым членом в выражении (12).

С учетом вышесказанного, имеем окончательное представление для D_1, D_2, D_3, D_4 :

$$D_1 = (J_A + M_A) \frac{\delta M_B}{\delta \Phi_A^*} \frac{\delta}{\delta \Phi_B^*}, \quad (13)$$

$$D_2 = -\frac{i}{\hbar} (J_A + M_A) \frac{\delta M_B}{\delta \Phi_A^*} M^{B_4} - \frac{i}{\hbar} (J_A + M_A) (J_B + M_B) M^{B_4} \frac{\delta}{\delta \Phi_A^*} (-1)^{\varepsilon_A + 1}, \quad (14)$$

$$D_3 = -(J_A + M_A) M^{A_4} \frac{\delta}{\delta \Phi_B^*} - \frac{i}{\hbar} (J_A + M_A) (J_B + M_B) M^{A_4} \frac{\delta}{\delta \Phi_B^*} (-1)^{\varepsilon_B (\varepsilon_A + 1)} \quad (15)$$

$$D_4 = \frac{i}{\hbar} \left(J_A + M_A \right) M^{A_4} M^{B_4}. \quad (16)$$

Отсюда непосредственно получаем, во-первых, что сумма оператора D_4 и первого слагаемого в операторе D_2 равна нулю, во-вторых, что сумма D_1 и первого слагаемого в операторе D_3 зануляется, и, в-третьих, что сумма вторых слагаемых в операторах D_2 и D_3 , соответственно, также обращается в ноль.

Таким образом, нильпотентность оператора \hat{q} доказана.

Литература

1. Batalin, I. A., Vilkovisky, G. A. // Phys. Lett. B. 1981. Vol. 102. P. 27.
2. Batalin, I. A., Vilkovisky, G. A. // Phys. Rev. D. 1983. Vol. 28. P. 2567.
3. Lavrov, P. M., Radchenko, O. V., Reshetnyak, A. A. // Mod. Phys. Lett. A. 2012. Vol. 27. P. 1250067.
4. Gribov, V. N. // Nucl. Phys. B. 1978. Vol. 139. P. 1.
5. Zwanziger, D. // Nucl. Phys. B. 1988. Vol. 321. P. 591.
6. Zwanziger, D. // Nucl. Phys. B. 1989. Vol. 323. P. 513.
7. Capri, M. A. L., Gomes, A. J., Guimaraes, M. S. et al. // Phys. Rev. D. 2011. Vol. 83. P. 105001.
8. DeWitt, B. S. Dynamical theory of groups and fields / B. S. DeWitt. New-York : Gordon and Breach, 1965.

ПОСТРОЕНИЕ ЛАГРАНЖИАНОВ ДЛЯ МОДЕЛЕЙ СКАЛЯРНЫХ ПОЛЕЙ

Л. Л. Рыскина

Томский государственный педагогический университет

Данная статья носит обзорный характер, лагранжиан скалярного поля – известен, однако основная ее ценность заключается в приведении некоторых технических нюансов, позволяющих глубже осмыслить вопрос о построении лагранжианов для различных моделей исходя из релятивистской теории.

1. Модель скалярного поля

Предположение о структуре лагранжиана. Рассмотрим модель теории поля с набором полей $\varphi^i(x)$ ¹ и действием следующего вида:

$$S[\varphi] = \int d^4x \mathcal{L}(\varphi_i, \partial_\mu \varphi).$$

Сделаем некоторые предположения о структуре лагранжиана:

- все поля $\varphi^i(x)$ – являются некоторыми спин-тензорами;
- лагранжиан должен быть лоренцовским скаляром, т. е. все спин-тензорные индексы полей и производных полей должны быть свернуты;
- лагранжиан может быть представлен в виде суммы: $\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{\text{int}}$; \mathcal{L}_0 – свободный лагранжиан, квадратичен по полям и производным полей; \mathcal{L}_{int} – лагранжиан взаимодействия содержит сумму производных высших порядков (т. е. выше 2-го порядка).

$$\frac{\partial \mathcal{L}_0}{\partial \varphi^i} - \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}_0}{\partial \partial_\mu \varphi^i} = - \left(\frac{\partial \mathcal{L}_{\text{int}}}{\partial \varphi^i} - \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}_{\text{int}}}{\partial \partial_\mu \varphi^i} \right). \quad (1.1)$$

Так как \mathcal{L}_0 – квадратичен по полям и производным полей, то левая часть этого уравнения будет линейна по полям и содержать производные не выше второго порядка. Поэтому:

¹ Далее, при вычислениях, мы будем опускать зависимость поля φ от x .

– если $\mathcal{L}_{\text{int}} = 0$, в этом случае уравнение движения будет линейным дифференциальным уравнением в частных производных не выше второго порядка с постоянными коэффициентами;

– если $\mathcal{L}_{\text{int}} \neq 0$, отличный от нуля лагранжиан взаимодействия говорит о взаимодействии полей.

Рассмотрим уравнение движения, отвечающее свободному лагранжиану \mathcal{L}_0 , оно называется свободным уравнением движения. Поскольку поля являются спин-тензорами, то уравнение движения – линейное дифференциальное уравнение в частных производных. Если потребовать, чтобы в этом уравнении спин-тензоры соответствовали представлению группы Пуанкаре, то уравнение движения является ни чем иным как релятивистским волновым уравнением.

В результате, задача о построении лагранжиана \mathcal{L}_0 сводится к задаче нахождения лагранжиана, генерирующего известные уравнения. Эта задача решена в литературе. Основная проблема заключается в нахождении лагранжиана взаимодействия \mathcal{L}_{int} , так как не существует общего алгоритма его отыскания. Построение лагранжиана \mathcal{L}_{int} подобно искусству, так как может основываться только на догадках, продиктованных самой Природой.

Построение лагранжиана для модели скалярного поля. Рассмотрим вещественное скалярное поле $\phi(x)$, уравнением движения для данного поля будет служить волновое уравнение Клейна – Гордона.

$$(\square + m^2)\phi = 0. \quad (1.2)$$

Наша *цель* состоит в построении лагранжиана для модели вещественного скалярного поля.

Лагранжиан должен быть квадратичной формой по полям $\phi(x)$ и производным полей $\partial\phi(x)$, может содержать m^2 , поскольку уравнение Клейна – Гордона не содержит обратных степеней массы, то их не должно быть и в лагранжиане.

Перечислим все величины, из которых может быть построен искомый лагранжиан: ϕ , $\partial_\mu\phi$, m^2 . Можно построить два лоренцовских скаляра, имеющих одинаковую размерность: $\eta^{ab}\partial_a\phi\partial_b\phi$ и $m^2\phi^2$, поэтому наиболее общий вид лагранжиана имеет вид:

$$\mathcal{L}_0 = \frac{1}{2}c_1\partial_\alpha\phi\partial^\alpha\phi + \frac{1}{2}c_2m^2\phi^2, \quad (1.3)$$

где c_1 и c_2 – произвольные вещественные константы. Лагранжиан (1.3) записан с точностью до коэффициентов. Таким образом, задача сводится к нахождению постоянных c_1 и c_2 . Теперь надо получить уравнение движения и сравнить его с уравнением Клейна – Гордона.

Уравнение движения устроено следующим образом: $\frac{\partial \mathcal{L}_0}{\partial \phi} - \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}_0}{\partial \partial_\mu \phi} = 0$. Продифференцируем лагранжиан (1.3), получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}_0}{\partial \phi} &= c_2 m^2 \phi, \\ \frac{\partial \mathcal{L}_0}{\partial \partial_\mu \phi^i} &= \frac{1}{2} c_1 \eta^{\alpha\beta} (\delta_\alpha^\mu \partial_\beta \phi + \delta_\beta^\mu \partial_\alpha \phi) = \\ &= \frac{1}{2} c_1 (\eta^{\mu\beta} \partial_\beta \phi + \eta^{\mu\alpha} \partial_\alpha \phi)_{\beta \rightarrow \alpha} = c_1 \eta^{\mu\nu} \partial_\nu \phi. \end{aligned}$$

Полученные выражения подставляем в уравнение движения: $c_1 \eta^{\mu\nu} \partial_\mu \partial_\nu \phi - c_2 m^2 \phi = 0$. Используем соотношение $\eta^{\mu\nu} \delta_\mu^\alpha \delta_\nu^\beta = \square$. После замены имеем: $(c_1 \square - c_2 m^2) \phi = 0$, сравним это соотношение с уравнением Клейна – Гордона (1.2), следовательно: $c_2 = -c_1$. Используя лагранжиан (1.3), получим:

$$\mathcal{L}_0 = c_1 \left(\frac{1}{2} \eta^{\alpha\beta} \partial_\alpha \phi \partial_\beta \phi + \frac{1}{2} m^2 \phi^2 \right). \quad (1.4)$$

Теперь остается только разобраться с постоянной c_1 , содержащейся в лагранжиане (1.4). Используем условие того, что из лагранжиана должно вытекать уравнение Клейна – Гордона, и потребуем, чтобы энергия была положительной. Энергия определяется из вектора энергии-импульса:

$$P_\nu = \int d^3 x T_\nu^0 = \int d^3 x \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}} \partial_\nu \phi - \delta_\nu^0 \mathcal{L}_0 \right), \quad (1.5a)$$

$$\begin{aligned} P_0 &= \int d^3 x \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}} \dot{\phi} - \mathcal{L} \right) = c_1 \int d^3 x \left\{ \dot{\phi}^2 - \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} \partial_i \phi \partial_i \phi + \frac{1}{2} m^2 \phi^2 \right\} = \\ &= c_1 \int d^3 x \left\{ \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} (\partial_i \phi)^2 + \frac{1}{2} m^2 \phi^2 \right\}, \end{aligned} \quad (1.5b)$$

где P_ν из уравнения (1.5a) называется *вектором энергии-импульса*, P_0 из уравнения (1.5б) называется *энергией поля*.

Таким образом, энергия положительна при любом $c_1 > 0$. В дальнейшем, исходя из удобства, будем использовать $c_1 = 1$.

Свободный лагранжиан скалярного поля имеет вид:

$$\mathcal{L}_0 = \frac{1}{2} \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi - \frac{1}{2} m^2 \varphi^2. \quad (1.6)$$

Включение взаимодействия, в простом случае, достигается добавлением к свободному лагранжиану \mathcal{L}_0 функции $V(\varphi)$, где $V(\varphi)$ – это вещественная скалярная функция, зависящая от $\varphi(x)$ и не зависящая от производных полей, ее разложение в ряд Тейлора начинается с φ^3 . Имеем:

$$\mathcal{L} = \underbrace{\frac{1}{2} \partial^\mu \varphi \partial_\mu \varphi}_{\text{кинетический член}} - \underbrace{\frac{1}{2} m^2 \varphi^2}_{\text{массовый член}} - \underbrace{V(\varphi)}_{\text{потенциал взаимодействия}} \quad (1.7)$$

Выражение $U(\varphi) = \frac{1}{2} m^2 \varphi^2 + V(\varphi)$ называется *скалярным потенциалом* или *потенциалом скалярного поля*. Обычно $V(\varphi)$ выбирают в виде:

$$V(\varphi) = \frac{\lambda_1}{3!} \varphi^3 + \frac{\lambda_2}{4!} \varphi^4 + \dots + \frac{\lambda_{n-2}}{n!} \varphi^n,$$

где $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-2}$ – константы связи.

Типичный член в лагранжиане: $\lambda_{k-2} \varphi^k$, где $k = 3, 4 \dots n$. Известный факт из квантовой теории поля, что модель имеет выделенный случай при $k = 4$, тогда константа связи λ_2 – безразмерная, и модель является перенормированной. Обозначим $\lambda_2 = \lambda$, получим выделенный потенциал:

$$V(\varphi) = \frac{\lambda}{4!} \varphi^4. \quad (1.8)$$

Основываясь на лагранжиане (1.7), можно построить более сложные модели скалярного поля.

2. Примеры

Построение лагранжиана для модели комплексного скалярного поля. Рассмотрим модель теории поля с набором полей вида: $\varphi = \sqrt{2}(\varphi_1 + i\varphi_2)$. Запишем лагранжиан для полей $\varphi_1(x)$ и $\varphi_2(x)$:

$$\mathcal{L} = \underbrace{\frac{1}{2} \partial^\mu \varphi_1 \partial_\mu \varphi_1 - \frac{1}{2} m^2 \varphi_1^2}_{\text{для поля } \varphi_1} + \underbrace{\frac{1}{2} \partial^\mu \varphi_2 \partial_\mu \varphi_2 - \frac{1}{2} m^2 \varphi_2^2}_{\text{для поля } \varphi_2} - \underbrace{V(\varphi_1, \varphi_2)}_{\text{взаимодействие полей } \varphi_1 \text{ и } \varphi_2}. \quad (2.1)$$

Запишем поле, комплексно сопряженное к полю φ : $\varphi^* = \sqrt{2}(\varphi_1 - i\varphi_2)$. Перепишем лагранжиан в терминах полей $\varphi(x)$ и $\varphi^*(x)$:

$$\mathcal{L} = \partial^\mu \varphi^* \partial_\mu \varphi - m^2 \varphi^* \varphi - \tilde{V}(\varphi^*, \varphi). \quad (2.2)$$

Функция $\tilde{V}(\varphi^*, \varphi)$, в лагранжиане (2.2), может быть записана в терминах полей $\varphi_1(x)$ и $\varphi_2(x)$:

$$\tilde{V}(\varphi^*, \varphi) = V(\varphi_1, \varphi_2) \Big|_{\varphi_1 = \frac{\varphi + \varphi^*}{2\sqrt{2}}, \varphi_2 = \frac{\varphi - \varphi^*}{2i\sqrt{2}}}.$$

Обратим внимание, что свободная часть лагранжиана (2.2), инвариантна относительно такого преобразования группы $U(1)$:

$$\varphi' = e^{i\alpha} \varphi \text{ и } \varphi'^* = e^{-i\alpha} \varphi^*.$$

Естественно предположить, что и потенциал $\tilde{V}(\varphi^*, \varphi)$ обладает инвариантностью (тем самым весь лагранжиан будет инвариантен относительно этих преобразований), это означает, что мы требуем выполнение следующего соотношения:

$$\tilde{V}(e^{-i\alpha} \varphi^*, e^{i\alpha} \varphi) = \tilde{V}(\varphi^*, \varphi),$$

т.е. $\tilde{V} = \tilde{V}(\varphi^*, \varphi)$, разложим в ряд Тейлора до первого порядка по φ : $\varphi \frac{\partial \tilde{V}}{\partial \varphi} = \varphi^* \frac{\partial \tilde{V}}{\partial \varphi^*}$ – это единственное решение, следовательно, опять имеем выделенный случай $\lambda(\varphi^*, \varphi)^2$.

Построение лагранжиана для модели многокомпонентного скалярного поля. Рассмотрим модель теории поля с набором полей $\varphi^I(x)$, где $I = 1, 2 \dots n$. Исходя из лагранжиана (1.7), можно записать лагранжиан вида:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \delta_{IJ} \partial^\mu \varphi^I \partial_\mu \varphi^J - \frac{1}{2} m_{IJ}^2 \varphi^I \varphi^J - V(\varphi^I), \quad (2.3)$$

где величина m_{IJ}^2 – массовая матрица. Если ограничиться только безразмерной константой связи, то

$$V(\varphi^I) = \frac{1}{4!} \lambda_{IJKL} \varphi^I \varphi^J \varphi^K \varphi^L,$$

где λ_{IJKL} – это константа скалярной связи.

Построение лагранжиана для сигма модели. В (2.3) положим $m_{IJ}^2 = 0$ и $V(\varphi^I) = 0$, заменяем δ_{IJ} на $g_{IJ}(\varphi)$, где $\varphi \equiv \{\varphi^I, I = 1, 2\}$, тогда получаем:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} g_{IJ}(\varphi) \partial^\mu \varphi^I \partial_\mu \varphi^J. \quad (2.4)$$

Потребуем, чтобы форма лагранжиана (2.4) была инвариантна относительно произвольных преобразований вида $\varphi^I = f^I(\varphi')$:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \frac{1}{2} g_{IJ}(\varphi) \frac{\partial \varphi^I}{\partial \varphi'^K} \partial^\mu \varphi'^K \frac{\partial \varphi^J}{\partial \varphi'^L} \partial_\mu \varphi'^L = \\ &= (\text{потребуем равенство}) = \frac{1}{2} g_{KL}(\varphi') \partial^\mu \varphi'^K \partial_\mu \varphi'^L. \end{aligned}$$

Сравнивая левую и правую части равенства, получаем:

$$g_{KL}(\varphi') = \frac{\partial \varphi^I}{\partial \varphi'^K} \frac{\partial \varphi^J}{\partial \varphi'^L} g_{IJ}(\varphi). \quad (2.6)$$

Соотношение (2.6) называется преобразование компонент ковариантного тензора относительно преобразования координат.

Из лагранжиана (2.4) следует, что $g_{IJ} = g_{JI}$, должна быть симметрия индексов. Принимается следующая интерпретация полученного резуль-

тата: поле $\varphi'(x)$, трактуются как координаты на некотором многообразии, $g_{\mu\nu}(\varphi)$ – как римманова метрика на этом многообразии. В целом, лагранжиан (2.4) полностью формулируется в геометрических терминах.

Модель теории поля с лагранжианом (2.4) называется сигма моделью.

Литература

1. *Buchbinder, I.L.* Ideas and methods of supersymmetry and supergravity: or a walk through superspace / I.L. Buchbinder, S.M. Kuzenko. Bristol, UK : IOP, 1998. 656 p.
2. *Вайнберг, С.* Квантовая теория поля : в 3 т. / С. Вайнберг ; пер. с англ. М. : ФИЗМАТЛИТ, 2003. Т. 1. 648 с. Т. 2. 528 с.
3. *Ициксон, К.* Квантовая теория поля : в 2 т. / К. Ициксон, Ж. Зюбер ; пер. с англ. М. : Мир, 1984. Т. 1. 448 с. Т. 2. 400 с.
4. *Пескин, М.Е.* Введение в квантовую теорию поля / М.Е. Пескин, Д.В. Шрёдер. Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. 784 с.
5. *Райдер, Л.* Квантовая теория поля / Л. Райдер ; пер. с англ. Волгоград : ПЛАТОН, 1998. 511 с.
6. *Рамон, П.* Теория поля. Современный вводный курс / П. Рамон. М. : Мир, 1984. 336 с.
7. *Рубаков, В.А.* Классические калибровочные поля : в 2 т. / В.А. Рубаков. М. : КомКнига, 2005. Т. 1. 300 с. Т. 2. 240 с.

МОДЕЛИ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ СКАЛЯРНЫХ И СПИНОРНЫХ ПОЛЕЙ

Л. Л. Рыскина

Томский государственный педагогический университет

Данная статья носит обзорный характер, приведен метод построения лагранжиана для спинорного поля в релятивистской теории. Так же построен лагранжиан, описывающий взаимодействие скалярного и спинорного поля, демонстрирующий способ введения взаимодействия для различных моделей полей.

1. Модель спинорного поля

Рассмотрим модель теории спинорного поля $\psi(x)$, уравнением движения для данного поля будет служить релятивистское уравнение Дирака:

$$i\gamma^\mu \partial_\mu \psi - m\psi = 0. \quad (1.1)$$

Наша *цель* состоит в построении лагранжиана для модели спинорного поля, который генерирует уравнения Дирака.

Наиболее общий вид лагранжиана имеет вид:

$$\mathcal{L}_0 = \bar{\psi} i \gamma^\mu \partial_\mu \psi - m \bar{\psi} \psi. \quad (1.2)$$

Уравнение движения устроено таким образом: $\frac{\partial \mathcal{L}_0}{\partial \bar{\psi}} - \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}_0}{\partial \partial_\mu \bar{\psi}} = 0$.

Второе слагаемое обращается в ноль $\partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}_0}{\partial \partial_\mu \bar{\psi}} = 0$, так как лагранжиан (1.2) зависит от $\bar{\psi}$ линейно. Вычислим первое слагаемое, для этого продифференцируем лагранжиан (1.2) по $\bar{\psi}$, получим:

$$\frac{\partial \mathcal{L}_0}{\partial \bar{\psi}} = i \partial^\mu \partial_\mu \psi - m \psi,$$

откуда

$$i \partial^\mu \partial_\mu \psi - m \psi = 0.$$

Покажем, что лагранжиан (1.2) является двухкомпонентным скаляром, для этого перейдем к следующим обозначениям:

$$\gamma^\mu = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^\mu \\ \tilde{\sigma}^\mu & 0 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} \varphi_a \\ \chi^{\dot{a}} \end{pmatrix}, \quad \bar{\psi} = (\bar{\chi}^a \quad \bar{\varphi}_{\dot{a}}),$$

где $\bar{\chi}^a$ и $\bar{\varphi}_{\dot{a}}$ комплексно сопряжены $\chi^{\dot{a}}$ и φ_a соответственно:

$$\bar{\chi}^a = (\chi^{\dot{a}})^*, \quad \bar{\varphi}_{\dot{a}} = (\varphi_a)^*. \quad (1.3)$$

Рассмотрим произведение полей $\bar{\psi}$ и ψ , по правилу произведения матриц, имеем:

$$\bar{\psi} \psi = \bar{\chi}^a \varphi_a + \bar{\varphi}_{\dot{a}} \chi^{\dot{a}}.$$

Оба слагаемые являются спинорами. Учитывая выражения (1.3), получаем, что их сумма будет вещественным числом.

Аналогичным образом вычисляем следующее произведение:

$$\bar{\psi}\gamma^{\mu}\psi = \bar{\chi}^a \left(\sigma^{\mu}\right)_{aa} \chi^a + \bar{\varphi}_a \left(\bar{\sigma}^{\mu}\right)^{aa} \varphi_a.$$

Каждое из этих слагаемых вектор, а с учетом соотношения (1.3), получаем, что их сумма будет вещественным числом.

Базовое соотношение для γ -матриц:

$$\gamma^{\mu}\gamma^{\nu} + \gamma^{\nu}\gamma^{\mu} = 2\eta^{\mu\nu}I,$$

где I – единичная матрица размера 4×4 .

Можно рассматривать γ -матрицы как исходные, тогда можно совершить преобразование полей $\bar{\psi}$, ψ и γ -матриц, которые не меняют форму лагранжиана.

$$\psi = S\psi' \text{ и } \bar{\psi} = \bar{\psi}'S^+.$$

Перепишем лагранжиан (1.2), новые поля ψ' и $\bar{\psi}'$ называются *бесспи́норы*.

$$\mathcal{L}_0 = \bar{\psi}'iS^+\gamma^{\mu}S\partial_{\mu}\psi' - m_1\bar{\psi}'S^+S\psi'.$$

Потребуем, чтобы матрица S была унитарной:

$$S^+S = I, \gamma^{\mu} = S^+\gamma^{\mu}S,$$

тогда

$$\mathcal{L}_0 = \bar{\psi}'i\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\psi' - m_1\bar{\psi}'\psi'.$$

Рассмотрим свойства γ -матриц:

$$\begin{aligned} \gamma^{\mu}\gamma^{\nu} + \gamma^{\nu}\gamma^{\mu} &= S^+\gamma^{\mu}\underbrace{SS^+}_I\gamma^{\nu}S + S^+\gamma^{\nu}\underbrace{SS^+}_I\gamma^{\mu}S = \\ &= S^+\left(\underbrace{\gamma^{\mu}\gamma^{\nu} + \gamma^{\nu}\gamma^{\mu}}_{2\eta^{\mu\nu}I}\right)S = 2\eta^{\mu\nu}I\underbrace{SS^+}_I = 2\eta^{\mu\nu}I. \end{aligned}$$

Получили, что матрицы γ^μ удовлетворяют тому же базовому соотношению, что и исходные γ^μ матрицы, а это означает, что форма лагранжиана осталась неизменной.

Рассмотрим вопрос о введении взаимодействия. Если следовать по аналогии со скалярным полем (описанное в предыдущей статье), то получим лагранжиан следующего вида:

$$\mathcal{L} = \underbrace{\bar{\psi} i \gamma^\mu \partial_\mu \psi - m \bar{\psi} \psi}_{\text{свободный лагранжиан}} - \underbrace{V(\bar{\psi}, \psi)}_{\text{потенциал}}. \quad (1.4)$$

Свободная часть лагранжиана (1.4) инвариантна относительно такого преобразования:

$$\psi' = e^{i\alpha} \psi \text{ и } \bar{\psi}' = e^{-i\alpha} \bar{\psi},$$

α – произвольный вещественный параметр.

Потребуем, чтобы и потенциал $V(\bar{\psi}, \psi)$ был инвариантен относительно этих преобразований (тем самым весь лагранжиан будет инвариантен относительно этих преобразований), это означает, что мы требуем выполнение следующего соотношения:

$$V(e^{-i\alpha} \bar{\psi}, e^{i\alpha} \psi) = V(\bar{\psi}, \psi),$$

следовательно $V = V(\bar{\psi}, \psi)$, наиболее простой случай:

$$V(\bar{\psi}, \psi) = \lambda (\bar{\psi}, \psi)^2. \quad (*)$$

Можно построить:

$$V(\bar{\psi}, \psi) = \lambda_1 (\bar{\psi} \gamma^\mu \psi) (\bar{\psi} \gamma_\mu \psi). \quad (**)$$

Постоянные λ и λ_1 называются константы связи, оба потенциала (*) и (***) называются *потенциалами Ферми четырехмерного взаимодействия*.

2. Модели взаимодействующих скалярных и спинорных полей

Построим лагранжиан для описания взаимодействия скалярного и спинорного полей. Лагранжиан для описания скалярного поля получен в предыдущей статье.

Лагранжиан Дирака инвариантен относительно таких преобразований:

$$\psi' = e^{i\alpha}\psi \text{ и } \bar{\psi}' = e^{-i\alpha}\bar{\psi}.$$

Естественно потребовать, чтобы и лагранжиан взаимодействия тоже был инвариантен относительно этих преобразований.

$$\mathcal{L}_{\text{int}}(\varphi, \bar{\psi}, \psi) = \mathcal{L}_{\text{int}}(\varphi, e^{-i\alpha}\bar{\psi}, e^{i\alpha}\psi).$$

Тогда $\mathcal{L}_{\text{int}} = \mathcal{L}_{\text{int}}(\varphi, \bar{\psi}, \psi)$. Разложим в ряд, получим:

$$\mathcal{L}_{\text{int}}(\varphi, \bar{\psi}, \psi) = -h\varphi\bar{\psi}\psi + \dots$$

остальные члены содержат суммарные степени полей выше третьего порядка (высшие порядки).

Приведем наиболее простую форму лагранжиана взаимодействия:

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = -h\varphi\bar{\psi}\psi + \dots \quad (2.1)$$

Выражение (2.1) представляет собой *потенциал взаимодействия Юкавы*. Параметр h – константа юкавской связи.

С учетом (2.1) полный лагранжиан системы скалярного и спинорно-го полей запишется в виде:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial^\mu\varphi\partial_\mu\varphi - \frac{1}{2}m_1^2\varphi^2 - \frac{\lambda}{4!}\varphi^4 + \bar{\psi}i\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m_2\bar{\psi}\psi - h\varphi\bar{\psi}\psi, \quad (2.2)$$

где m_1 – это масса скалярного поля; m_2 – масса спинорного поля; λ – константа взаимодействия скалярного поля; h – константа юкавской связи.

В (2.2) можно добавить член $-h_1\varphi\bar{\psi}\gamma_5\psi$, где

$$\gamma_5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \frac{i}{4!}\sum_{\mu\nu\alpha\beta}\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\alpha\gamma^\beta.$$

Обобщение на случай многокомплексного скалярного поля. Для случая многокомплексного скалярного поля можно ввести юкавское взаимодействие следующим образом:

$$h_{JK} \Phi^I \bar{\Psi}^J \Psi^K \text{ или } h_{1JK} \Phi^I \bar{\Psi}^J \gamma_5 \Psi^K .$$

При рассмотрении вопроса в феноменологии элементарных частиц используется лагранжиан взаимодействия с производными по полям:

$$g_1 \bar{\Psi} \gamma^\mu \Psi \partial_\mu \Phi \text{ или } g_2 \bar{\Psi} \gamma^\mu \gamma_5 \Psi \partial_\mu \Phi .$$

Литература

1. *Buchbinder, I.L.* Ideas and methods of supersymmetry and supergravity: or a walk through superspace / I.L. Buchbinder, S.M. Kuzenko. Bristol, UK : IOP, 1998. 656 p.
2. *Вайнберг, С.* Квантовая теория поля : в 3 т. / С. Вайнберг ; пер. с англ. М. : ФИЗМАТЛИТ, 2003. Т. 1. 648 с. Т. 2. 528 с.
3. *Ициксон, К.* Квантовая теория поля : в 2 т. / К. Ициксон, Ж. Зюбер ; пер. с англ. М. : Мир, 1984. Т. 1. 448 с. Т. 2. 400 с.
4. *Пескин, М.Е.* Введение в квантовую теорию поля / М.Е. Пескин, Д.В. Шрёдер. Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. 784 с.
5. *Райдер, Л.* Квантовая теория поля / Л. Райдер ; пер. с англ. Волгоград : ПЛАТОН, 1998. 511 с.
6. *Рамон, П.* Теория поля. Современный вводный курс / П. Рамон. М. : Мир, 1984. 336 с.
7. *Рубаков, В.А.* Классические калибровочные поля : в 2 т. / В.А. Рубаков. М. : КомКнига, 2005. Т. 1. 300 с. Т. 2. 240 с.

КОГЕРЕНТНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ АТОМОВ И КАНАЛИРУЮЩЕЙ ЧАСТИЦЫ

М. А. Соседова

*Томский государственный педагогический университет
Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, профуссор В. Я. Эпп*

Каналирование ускоренных частиц исследовано довольно подробно как теоретически, так и экспериментально. Эффект каналирования послужил фундаментом для создания новых экспериментальных методов исследования состава и структуры твердого тела.

В процессе взаимодействия каналирующей частицы с кристаллом генерируется электромагнитное излучение. В рамках классической электродинамики это излучение можно представить как излучение из разных источников (например, излучение частицы, излучение электронного газа, излучение возбужденных атомов кристаллической решетки).

Было показано что, зависимость поля излучения атомов от их частот имеет резонансный характер [1]. Однако, излучение самой частицы не было принято во внимание. В настоящей работе мы рассмотрим сумму полей излучения каналирующей частицы и атомов с помощью методов классической электродинамики.

Динамика атомов кристаллической решетки. Рассмотрим сильно упрощенную модель кристаллической решетки. Для каналирования заряженных частиц необходимо, чтобы угол, образуемый скоростью частицы и осью атомного ряда, не превышал некоторого критического угла ψ , называемого углом Линдхарда [2]. Пусть релятивистская, положительно заряженная частица, с зарядом e , влетает в кристалл между двумя цепочками атомов, вдоль оси OX . Обозначим расстояние между соседними атомами, лежащими параллельно оси OX , через b , а расстояние между цепочками атомов через $2D$.

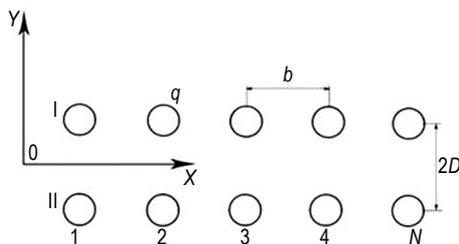


Рис. 1. Модель двумерной кристаллической решетки

Будем считать, что энергия частицы велика по сравнению с ее потерями на излучение и взаимодействие с веществом. Тогда скорость заряженной частицы при движении в кристалле остается постоянной и равной скорости влета V .

Поле релятивистской каналирующей частицы относительно лабораторной системы отчета сосредоточено, в основном, в плоскости, перпендикулярной направлению движения частицы [3]. Ее взаимодействие с атомом вещества эффективно осуществляется в течение короткого

отрезка времени и сводится к передаче импульса в направлении, ортогональном скорости каналирующей частицы.

$$\frac{P_y}{P_x} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma.$$

Из этого выражения видно, что $P_y \gg P_x$. Здесь γ – Лоренц-фактор, $\beta = V/c$, c – скорость света. Поэтому рассматриваем колебания ядра только вдоль оси OY .

Наиболее существенным для дальнейших расчетов является учет затухания колебаний атомов в узлах кристаллической решетки. На языке квантовой механики этот процесс описывается как излучение фононов. Предполагая, что энергия фононов много меньше энергии колебательного состояния атома, мы можем учесть затухание колебаний, вводя экспоненциальный множитель в амплитуду колебаний.

$$p_{yi} = (x_i, t) = \begin{cases} A_i e^{-\alpha\left(t-\frac{x_i}{V}\right)} \sin \omega\left(t-\frac{x_i}{V}\right), & t > \frac{x_i}{V}, \\ 0, & t \leq \frac{x_i}{V}, \end{cases}$$

где α – коэффициент затухания; A_i – амплитуда колебаний i -го дипольного момента:

$$A_i = \frac{2eq^2K}{mVD^2\omega} \cos \frac{\Omega x_i}{V},$$

где K и Ω – амплитуда и частота колебаний каналирующей частицы; q – эффективный заряд атома, экранированного внутренними оболочками; ω – частота колебаний ядра атома; m – масса частицы; x_i – координаты атомов, $x_i = ib$.

Электрическое поле излучения дипольного момента определяется следующей формулой [3]:

$$\mathbf{E}_i(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{rc^2} \left[\mathbf{n}, \left[\mathbf{n}, \ddot{\mathbf{p}}_i(t') \right] \right], \quad (1)$$

где единичный вектор \mathbf{n} определяется равенством $\mathbf{n} = \mathbf{r}/r$, \mathbf{r} – вектор, соединяющий диполь с точкой, для которой записан вектор \mathbf{E}_i , $r = |\mathbf{r}|$, дипольный момент \mathbf{p}_i следует брать в предшествующий момент времени $t' = t - r/c$.

Спроектируем уравнение (1) на орты сферической системы координат, тогда получим:

$$E_i(\mathbf{R}, t) = \frac{e_0}{Rc^2} \ddot{p}_{yi}(t') \sin \theta.$$

Угол θ отсчитывается от оси OY .

Пусть атомная цепочка состоит из большого, но конечного числа атомов N . Результирующее поле излучения является дискретной суммой полей отдельных атомов кристалла.

$$\mathbf{E}(\mathbf{R}, t) = \sum_{i=0}^N \mathbf{E}_i(\mathbf{R}, t).$$

Поскольку расстояние между атомами много меньше длины волны излучения, можно перейти к непрерывному распределению дипольного момента по оси OX , а суммирование заменить интегрированием. Тогда формула для поля излучения принимает вид

$$E_{a0}(t) = \frac{A_0 \omega}{k} \frac{\left\{ 2\alpha \Omega'^3 \sin \Omega' t + \cos \Omega' t \left[(\alpha^2 + \omega^2) + \Omega'^2 (3\alpha^2 - \omega^2) \right] \right\}}{\left[(\alpha^2 + \omega^2 - \Omega'^2)^2 + 4\alpha^2 \Omega'^2 \right]}, \quad (2)$$

где $A_0 = \frac{2eq^2 K}{mVD^2 \omega b Rc^2} \sin \theta$.

Это есть формула для излучения атомной цепочки, возбужденной каналирующей частицей. Это излучение генерируется на двух частотах – на частоте колебаний атомов кристаллической решетки и на частоте колебаний каналирующей частицы, смещенной эффектом Доплера $\Omega' = \Omega/(1 - \beta n_x)$.

Поле каналирующей частицы. Посчитаем поле излучения каналирующей частицы. Воспользуемся простым законом движения частиц:

$$x(t) = Vt, y(t) = K\cos\Omega t, z(t) = 0, V = \text{const},$$

который выполняется при $K \ll D$. Поле движущегося заряда имеет вид:

$$\mathbf{E} = \frac{q}{c^2 (r - \beta r)^3} [\mathbf{r} [(r - \beta r)] \dot{\mathbf{V}}]. \quad (3)$$

Поскольку частица движется вдоль оси OX , то относительно медленными колебаниями частицы вдоль оси OY , мы пренебрежем.

В сферической системе координат компоненты вектора имеют вид $\mathbf{r} = r(\sin\theta\sin\varphi, \cos\theta, \sin\theta\cos\varphi)$, где угол φ отсчитывается от оси OZ .

Тогда векторное произведение в формуле (3) будет равно:

$$\left[\mathbf{r} [(r - \beta r)] \dot{\mathbf{V}} \right]_0 = -(\beta \mathbf{e}_\theta) r (\mathbf{r} \dot{\mathbf{V}}) - (\dot{\mathbf{V}} \mathbf{e}_\theta) r^2 (1 - \beta n), \quad (4)$$

$$\left[\mathbf{r} [(r - \beta r)] \dot{\mathbf{V}} \right]_\varphi = -(\beta \mathbf{e}_\varphi) r (\mathbf{r} \dot{\mathbf{V}}) - (\dot{\mathbf{V}} \mathbf{e}_\varphi) r^2 (1 - \beta n). \quad (5)$$

Подставляя (4) и (5) в формулу для поля излучения частицы (3) и делая несложные вычисления, получаем компоненты поля частицы в сферической системе координат:

$$E_{0c} = \frac{eK\Omega^2 (\beta \sin\varphi - \sin\theta) \cos\Omega't}{c^2 R (1 - \beta \sin\theta \sin\varphi)^3}, \quad (5)$$

$$E_{\varphi c} = \frac{eK\Omega^2 \beta \cos\varphi \cos\theta \cos\Omega't}{c^2 R (1 - \beta \sin\theta \sin\varphi)^3}. \quad (6)$$

Суперпозиция полей излучения. Результирующее поле излучения есть сумма полей атомной цепочки кристалла и каналирующей частицы.

Складывая формулы (5), (6) и (2) получаем:

$$E_0 = E_{0a} + E_{0c}, \quad E_\varphi = E_{\varphi c}. \quad (7)$$

E_0 и E_φ взаимно ортогональные компоненты поляризации. Выражение (7) есть быстроосциллирующая функция. Измерительные приборы

обычно регистрируют энергию, поступающую за период. Чтобы посчитать ее необходимо усреднить по времени.

Возводя в квадрат и усредняя формулу (7) имеем:

$$\bar{E}_0^2 = E_0^2 \left\{ \frac{1}{2} \frac{(\beta \sin \varphi - \sin \theta)^2}{(1 - \beta \sin \theta \sin \varphi)^4} + \frac{1}{2} \eta^2 \frac{\sin^2 \theta [(\alpha^2 + \omega^2)^2 + 4\alpha^2 \Omega'^2]}{(\alpha^2 + \Delta_-^2)(\alpha^2 + \Delta_+^2)} - \right. \\ \left. - \eta \frac{(\beta \sin \varphi - \sin \theta)^2 \sin \theta [(\alpha^2 + \omega^2)^2 + \Omega'^2 (3\alpha^2 - \omega^2)]}{(1 - \beta \sin \theta \sin \varphi)^2 (\alpha^2 + \Delta_-^2)(\alpha^2 + \Delta_+^2)} \right\}, \quad (8)$$

$$\bar{E}_\varphi^2 = \frac{E_0^2}{2} \frac{\beta^2 \cos^2 \varphi \cos^2 \theta}{(1 - \beta \sin \theta \sin \varphi)^4}, \quad (9)$$

где $\eta = \frac{2q^2}{\Omega^2 b m D^2}$, $E_0 = \frac{e \Omega^2 K}{c^2 r (1 - \beta n_x)}$.

В формулах (8) и (9) сделаем замену: $\tilde{\alpha} = \alpha / \omega$, $\tilde{\Omega}' = \Omega' / \omega$. Так как мы рассматриваем малый угол падения, то можно приближенно записать:

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \delta\theta, \quad \varphi = \frac{\pi}{2} - \delta\varphi, \\ \gamma^2 \delta\theta^2 = \Psi_y^2, \quad \gamma^2 \delta\varphi^2 = \Psi_z^2, \quad \Psi_y^2 + \Psi_z^2 = \Psi^2.$$

И соответственно: $1 - \beta \sin \theta \sin \varphi = \frac{1}{2} \gamma^{-2} (1 + \Psi^2)$, $\beta = 1 - \frac{1}{2} \gamma^{-2}$.

Тогда в этом приближении (8) и (9) принимают вид:

$$\bar{E}_0^2 = E_0^2 \left\{ 2\gamma^4 \frac{(1 - \Psi_y^2 + \Psi_z^2)^2}{(1 + \Psi^2)^4} + \frac{\eta^2}{2} \frac{(\tilde{\alpha}^2 + 1)^2 + 4\tilde{\alpha}^2 \tilde{\Omega}'^2}{(\tilde{\alpha}^2 + 1)^2 + 2\tilde{\Omega}'^2 (\tilde{\alpha}^2 - 1) + \tilde{\Omega}'^4} + \right. \\ \left. + 2\eta\gamma^2 \frac{(1 - \Psi_y^2 + \Psi_z^2)^2}{(1 + \Psi^2)^4} \frac{[(\tilde{\alpha}^2 + 1)^2 + \tilde{\Omega}'^2 (3\tilde{\alpha}^2 - 1)]}{(\tilde{\alpha}^2 + 1)^2 + 2\tilde{\Omega}'^2 (\tilde{\alpha}^2 - 1) + \tilde{\Omega}'^4} \right\}, \quad \bar{E}_\varphi^2 = E_0^2 16\gamma^4 \frac{\Psi_y^2 \Psi_z^2}{(1 + \Psi^2)^4}.$$

Теперь построим график зависимости результирующего поля от функций ψ_y и ψ_z .

Частота Ω зависит от непрерывного взаимодействия потенциала атомных цепочек с каналирующей частицей, и она порядка $\Omega \approx c\psi/D$, где ψ – угол Линдхарда.

$$\psi = \sqrt{\frac{eq}{Eb}},$$

где E – энергия частицы.

Будем считать, что частица, влетающая в кристалл, – это протон. Каналирование таких тяжелых частиц, как протоны и ионы, наблюдается при энергиях больше нескольких кэВ и при очень малых углах падения частицы на ось или плоскость.

Вид результирующего поля излучения в этом случае представлен на рисунке ниже:

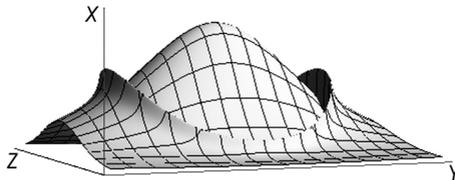


Рис. 2. Супрпозиция полей излучения

Закключение. В данной работе рассмотрено суммарное излучение частицы и атомов кристаллической решетки. Когда мы складываем поле каналирующей частицы и поле атомов, получаем когерентное излучение полей, и в результате мы наблюдаем острый всплеск под определенным углом (рис. 2).

Эти результаты ранее нигде не публиковались. Они вносят новый вклад в исследование этого интересного физического феномена.

Литература

1. Epp, V., Sosedova, M. A. Radiation of the atomic chains exited by a channeling particle / V. Epp, M. A. Sosedova // Вестн. Томского гос. пед. ун-та (Tomsk State Pedagogical University Bulletin). 2011. Вып. 8. С. 38.
2. Lindhard, J. // Phys. Let. 1964. Vol. 12. P. 126.
3. Ландау, Л. Д. Теория поля / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. М. : Наука, 1988. Т. 2. С. 378.

**СЕКЦИЯ
ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА
ПРЕПОДАВАНИЯ ФИЗИКИ**

ФОРМИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ ОБЩЕУЧЕБНЫХ УМЕНИЙ И НАВЫКОВ (ОУУН) У ШКОЛЬНИКОВ

Н. Д. Артёмова

*Томский государственный педагогический университет
Научный руководитель – д-р пед. наук, профессор З. А. Скрипко*

Современное школьное образование опирается на такие понятия, как «компетенция», «универсальные учебные действия» (УУД), «общеучебные умения и навыки» (ОУУН). Данные понятия очень близки, а в некоторых ситуациях и взаимозаменяемы. Согласно Федеральному государственному стандарту основного общего образования УУД (или ОУУН) включают в себя совокупность ключевых компетенции, в том числе учебно-познавательные компетенции [1]. К ним относятся компетенции ученика в сфере самостоятельной познавательной деятельности, включающие элементы логической, методологической, общеучебной деятельности. Сюда входят способы организации исследования, планирования, анализа, рефлексии, самооценки. Ученик овладевает креативными способами добывания знаний при изучении окружающей действительности, организации действий в нестандартных ситуациях. В рамках учебно-познавательных компетенций лежит естественнонаучная грамотность: умение отличать факты от домыслов, владение измерительными навыками, использование вероятностных, статистических и иных методов познания и т. п.

Каждый предмет, изучаемый в рамках школьной программы, должен ставить целью формирование системы ОУУН у школьников. Физика как одна из наук, формирующих научное мировоззрение, не является исключением, поскольку навыки, приобретенные в рамках изучения данного предмета должны развивать способность применять полученные знания в реальной жизни для решения практических задач.

Считается [2], что решение компетентностно-ориентированных заданий способствует формированию общеучебных умений и навыков, которые в свою очередь можно разделить на коммуникативные, оценочные, интеллектуальные, организационные.

Однако, формируя ОУУН на уроках физики, следует учитывать, что физика – прикладная наука и одной из важных ее составляющих явля-

ется лабораторная работа. Поэтому следует уделять пристальное внимание формированию ОУУНов при выполнении лабораторных работ в школьном курсе физике.

В данной работе мы решили проверить, как влияет выполнение лабораторных работ на формирование общеучебных умений и навыков.

Эксперимент проходил в Гимназии № 56 г. Томска на базе 8-х классов. Всего в эксперименте участвовало 108 человек, разделенных на контрольную (КГ) и экспериментальную группы (ЭГ). Перед проведением эксперимента каждая группа выполняла контрольное тестирование по курсу физики за первые три четверти 8-го класса. Задания охватывали знания основных физических величин, формул, физических понятий и явлений. Тест состоял из 20 вопросов, за каждый верный ответ ставился один балл. Начальные результаты контрольной и экспериментальной групп имели близкие значения (13,7 баллов для контрольной группы и 13,9 – для экспериментальной).

Нами было сделано предположение, что введение так называемых «краткосрочных» или «вводных» лабораторных работ приводит к формированию ОУУНов. В данном случае под краткосрочной лабораторной работой понимается набор заданий, для выполнения которых необходим небольшой промежуток времени (7–10 минут) и наличие реальных физических приборов.

Контрольная группа состояла из 52 человек. В данной группе занятия проходили в стандартной форме: сначала шло изложение нового материала учителем, после которого учащимся предлагалось ознакомиться с условием лабораторных работ дома и на следующем уроке выполнить данную лабораторную работу.

Экспериментальная группа состояла из 56 человек и имела другой план деятельности. Отличие состояло в том, что после изложения учителем нового материала, каждому ученику предлагалось выполнить *краткосрочную лабораторную работу*, далее учащиеся знакомились с условием лабораторной работы в домашних условиях и на следующем занятии ее выполняли.

Лабораторные работы проводились по теме «Электрический ток» [3].

Контрольная группа выполняла три обязательные лабораторные работы, предусмотренные данным учебно-методическим комплектом, экспериментальная группа помимо трех обязательных, выполняла *три краткосрочных лабораторных*. Список лабораторных приведен в табл. 1.

Перечень лабораторных работ

Обязательные	Краткосрочные
1. Сборка электрической цепи и измерение силы тока на различных ее участках (Л.р. № 1). 2. Измерение напряжения на различных участках электрической цепи (Л.р. № 2). 3. Измерение сопротивления проводника при помощи вольтметра и амперметра (Л.р. № 3)	1. Сборка элементарной электрической цепи. 2. Подключение вольтметра к различным элементам цепи. 3. Сборка цепи с вольтметром и амперметром

Оценка выполненных обязательных лабораторных работ проводилась по следующим критериям:

1. Соблюдение техники безопасности.
2. Правильность оформления отчета лабораторной работы.
3. Верное выполнение схемы электрической цепи.
4. Умение верно определять цену деления прибора.
5. Умение правильно рассчитывать абсолютную погрешность приборов.
6. Умение правильно снимать показания приборов.
7. Умение сопоставлять эксперимент и теорию и делать верные выводы.

Каждый из этих критериев при верном выполнении оценивался в два балла, при частичном выполнении – в один балл и при невыполнении – в 0 баллов. Таким образом, максимальное количество баллов соответствует 14, а минимальное – 0 баллов.

Результаты проведения обязательных лабораторных работ представлены в табл. 2.

Таблица 2

Средний балл за выполнение лабораторной работы в контрольной и экспериментальной группах

Лабораторная работа	Средний балл контрольной группы	Средний балл экспериментальной группы
Л.р. № 1	8,6	10,4
Л.р. № 2	9,1	11,1
Л.р. № 3	9,4	11,8
ИТОГО	9,0	11,1

Данные результаты показывают, что внедрение в практику проведение краткосрочных лабораторных работ способствует формированию ряда ОУУН.

Литература

1. *Федеральный* государственный стандарт основного общего образования от 17 декабря 2010 г. № 1 897.
2. *Сборник* ситуационных задач : практикум / отв. ред. О. А. Крысанова. Самара : Изд-во «Самарский университет», 2010. 103 с.
3. *Физика*. 8-й кл. : учеб. для общеобразоват. учреж. / Н. С. Пурышева, Н. Е. Важеевская. 6-е изд., стереотип. М. : Дрофа, 2010. 255 с.

РОЛЬ ЗНАНИЕВОГО КОМПОНЕНТА В КОМПЕТЕНТНОСТНОМ ПОДХОДЕ

А. С. Бармашова

*Томский государственный педагогический университет
Научный руководитель – д-р пед. наук, профессор З. А. Скрипко*

В России идет становление новой системы образования, ориентированного на вхождение в мировое образовательное пространство. На данном этапе ее развития, как отмечается в Концепции модернизации российского образования за период до 2010 г., «нужны современно образованные, нравственные, предприимчивые люди, которые могут самостоятельно принимать ответственные решения в ситуации выбора, прогнозируя их возможные последствия, способные к сотрудничеству, отличающиеся мобильностью, динамизмом, конструктивностью» [1].

По отношению к общеобразовательной школе программа модернизации «предполагает ориентацию не только на усвоение обучающимся определенной суммы знаний, но и на развитие его личности, его познавательных и созидательных способностей» [2, с. 12].

Задачей школы является создание условий для более полного определения границ знания ученика, формирование у детей желания и умения учиться, применять полученные знания не только в привычной для него обстановке, но и в новой, нестандартной. Знания продолжают оставаться основным компонентом содержания образования, но происходит

уточнение структуры знания и способов его освоения. Знания лежат в основе компетенций. Под воздействием изменяющихся целей и задач школьного образования в его содержании помимо предметных научных знаний появляются и другие, обусловленные потребностями современного школьника.

О. Н. Крылова [3] отмечает, что в настоящее время ключевой задачей образовательной практики продолжает оставаться задача формирования системы знаний учащихся как основы для развития ключевых компетенций, что обуславливает обновление содержания образования. Учиться тому, как трансформировать информацию в новые знания, превращать их в конкретные действия, оценивать, понимать значение этих знаний для самого себя, это становится более важным, чем запоминание конкретной информации.

Основным условием продуктивной реализации изменений современного содержания школьного образования на основе знаниевой традиции является развитие дидактической компетентности учителя – способности применять в процессе обучения различные виды знаний, технологию работы с учебным содержанием, проектировать учебные материалы, конструировать тексты и эффективно использовать систему методического сопровождения деятельности учащихся [3].

Одним из составляющих элементов работы современного педагога выступает эффективное и объективное использование методов оценивания знаний учащихся.

Необходимы новые оценочные средства, построенные на основе современных достижений теории педагогических измерений, позволяющих измерять уровень сформированности многоплановых характеристик выпускников, которые не должны сводиться к простой сумме предметных знаний и умений. В процессе обучения школьник должен достичь определенного достаточно высокого уровня самостоятельности, открывающего возможность справиться с разными заданиями, добывать в процессе решения учебных задач.

Некоторые современные ученые отрицают важность знаниевой составляющей современного образования и утверждают, что усвоение всех видов знаний можно проверять через формирование компетенций. Но, во-первых, аппарат отслеживания различных компетенций еще окончательно не сформирован, а во-вторых, некоторые виды знаний проявляются в компетенциях опосредованно, и очень трудно определить, на

каком этапе обучающиеся не усвоили определенные элементы знания. Кроме того, для будущих учителей физики важным моментом является формирование тезауруса, необходимого для преподавания предмета.

В плане решения данных проблем студентам – будущим учителям физики, изучающим методы оценивания знаний учащихся, излагается метод поэлементного анализа знаний. Учащимся предлагается таблица [4], где весь учебный материал представлен в виде разделов, после изучения которых, они отвечают на ряд вопросов, выполняют определенные задания, а также решают компетентностные задачи. Компетентностные задачи составляются так, чтобы в них были включены приобретенные школьниками знания, умения и навыки, используемые в контексте конкретных практических ситуаций.

Особенностью компетентностных задач является собственное решение, выполненное и представленное учеником, чтобы его могли оценить учитель и другие учащиеся.

Таким образом, знаниевый компонент является основой формирования информационной компетенции, выступающей составной частью профессиональной компетентности.

Литература

1. *Истомина, Н.Б.* Роль методической науки в модернизации начального математического образования / Н.Б. Истомина // Начальная школа. 2003. № 11. С. 45.
2. *Концепция модернизации российского образования за период до 2010 г.* // Начальная школа. 2002. № 9. С. 12–18.
3. *Крылова, О.Н.* Развитие знаниевой традиции в современном содержании отечественного школьного образования : дис. ... д-ра пед. наук / О.Н. Крылова. СПб., 2010.
4. *Скрипко, З.А.* Использование традиционного и компетентностного подходов в оценивании результатов обучения на уроках физики / З.А. Скрипко, А.С. Бармашова // Вестн. Томского гос. пед. ун-та (Tomsk State Pedagogical University Bulletin). 2011. Вып. 6 (108). С. 51–55.

МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ ПРИКЛАДНОГО МАТЕРИАЛА В КУРСЕ ФИЗИКИ ДЛЯ СТУДЕНТОВ МЕДИЦИНСКОГО КОЛЛЕДЖА

С. С. Севрюгина

Томский государственный педагогический университет

Сейчас наше общество вступило в постиндустриальный период, в общественной жизни происходят значительные перемены. И для того чтобы развиваться, чувствовать себя комфортно нужно обучаться всю жизнь, кроме того, в настоящий период общество становится информационным, поэтому каждому члену общества необходимо постоянно работать с информацией. Для комфортной жизни в современном обществе необходимы первичные прикладные знания и практические умения.

Поэтому к выпускникам школ как членам общества предъявляются определенные требования. Требования к выпускнику школ представлены в ФГОС.

И наиболее важным является понимание физических основ и принципов действия (работы) машин и механизмов, средств передвижения и связи, бытовых приборов, промышленных и технологических процессов.

Чтобы развиваться ученик должен самообразовываться и работать с информацией, для успешного образования нужно ученика мотивировать, так как любая деятельность без мотивации пуста.

Ученики бывают разные, у всех свои интересы (речь идет о фармацевтическом колледже). Первоначально было выяснено, что им нравится получать знания о бытовых приборах и медицинской технике, которую используют медики.

Было высказано пожелания получать подобные знания при помощи информационных проектов.

Цель работы – пробудить интерес к физике и обучить самостоятельно получать информацию, систематизировать, представлять.

Задачи:

- проанализировать ФГОС, выделяя требования для учащихся, изучающих физику;
- определить интересы учащихся;
- выявить содержание прикладного материала курса физики;

– проанализировать работы, направленные на разработку методики изучения прикладных вопросов курса физики, повышения мотивации учащихся и организации проектов;

– разработать методику применения информационных проектов и применить ее в обучение учащихся колледжа;

– описать методику работы с учениками.

А. Н. Леонтьев говорит в своих трудах о мотивации, что учебно-познавательные мотивы проявляются на уроке: когда присутствует самостоятельное обращение школьника к поиску информации, самостоятельно, но при поддержке учителя как направляющего на правильный «путь истины».

А. К. Маркова пишет, что мотив – внутреннее побуждение личности к тому или иному виду активности (деятельность, общение, поведение) к достижению цели.

Мотивация учения – это направленность ученика на различные стороны учебной деятельности, связанная с внутренним отношением ученика к ней.

Существует два типа мотиваций – внутренняя и внешняя.

Были проанализированы следующие типы проектов.

Исследовательские проекты. Такие проекты требуют хорошо продуманной структуры, обозначенных целей, актуальности предмета исследования для всех участников, социальной значимости, продуманных методов, в том числе экспериментальных и опытных работ, методов обработки результатов. Такие проекты полностью подчинены логике исследования и имеют структуру, приближенную или полностью совпадающую с подлинным научным исследованием.

Творческие проекты. Творческие проекты предполагают соответствующее оформление результатов. Такие проекты, как правило, не имеют детально проработанной структуры совместной деятельности участников.

Ролевые, игровые проекты. В таких проектах структура также только намечается и остается открытой до окончания проекта. Участники принимают на себя определенные роли, обусловленные характером и содержанием проекта. Это могут быть литературные персонажи или вымышленные герои, имитирующие социальные или деловые отношения.

Ознакомительно-ориентировочные или информационные проекты. Этот тип проектов изначально направлен на сбор информации

о каком-то объекте, явлении; ознакомление участников проекта с этой информацией, ее анализ и обобщение фактов, предназначенных для широкой аудитории. Такие проекты также, как и исследовательские, требуют хорошо продуманной структуры, возможности систематической коррекции по ходу работы над проектом.

Структура такого проекта может быть обозначена следующим образом: цель проекта, его актуальность (источники информации – литературные источники, средства СМИ, базы данных, в том числе электронные, интервью, анкетирование, в том числе и зарубежных партнеров, проведение «мозговой атаки», и пр.), обработка информации (анализ, обобщение, сопоставление с известными фактами, аргументированные выводы), результат (статья, реферат, доклад, видео, пр.), презентация (публикация в сети, обсуждение в телеконференции, пр.) первоначального направления (если требуется); дальнейший поиск информации по уточненным направлениям; анализ новых фактов; обобщение; выводы и т. д. до получения данных, удовлетворяющих всех участников проекта; заключение, оформление результатов (обсуждение, редактирование, презентация, внешняя оценка).

Практико-ориентированные проекты. Эти проекты отличает четко обозначенный с самого начала результат деятельности участников проекта. Причем этот результат обязательно ориентирован на социальные интересы самих участников (документ, созданный на основе полученных результатов исследования – по экологии, биологии, географии, агрохимии, исторического, литературоведческого и другого характера, программа действий, рекомендации, направленные на ликвидацию выявленных несоответствий в природе, обществе, проект закона, справочный материал, словарь, например обиходной школьной лексики, аргументированное объяснение какого-то физического, химического явления, проект зимнего сада, школы и пр.).

Выбрав информационные проекты, мы прописали методику изучения материала основы проекта.

Этапы:

1. Анализируем курс физики на выявление знаний прикладной направленности.
2. На основе анализа курса физики выделяем вопросы, которые будут интересны для учащихся.
3. Распределяем темы проектов.

4. Вместе с учащимися определяем деятельность при выполнении проекта:

- знакомство с проектной деятельностью;
- составление плана;
- консультации по проектам;
- организация работы в группах.

5. Защита проектов согласно плану:

- история возникновения прибора;
- принцип действия;
- интересные факты;
- меры предосторожности.

6. Организуем вопросы от аудитории.

7. Выставляем оценки.

По окончанию проектной деятельности выявилось следующее:

1. До выполнения проекта 20% выступали у доски, после проектной деятельности – 100%.

2. Студенты научились систематизировать материал в виде конспекта.

3. Студенты научились выстраивать логику своего доклада.

4. Студенты научились работать с источниками литературы.

Отзыв студента фармацевтического колледжа: «Мы недавно проходили на уроке физики прибор „микроволновая печь“, и я не знал, почему именно в микроволновке есть блюдце и оно крутится, а теперь знаю благодаря предмету „физика“. Это очень интересно» (Руслан, студент гр. 914 1-го курса).

Литература

1. *Маркова, А. К.* Формирование мотивации учения в школьном возрасте : пос. для учителя / А. К. Маркова. 1999. С. 250.

2. *Леонтьев, А. Н.* Деятельность. Сознание. Личность / А. Н. Леонтьев. М. : Политиздат, 1987. 100 с.

3. URL: http://wiki.irkutsk.ru/index.php/Типология_проектов

ФОРМИРОВАНИЕ МИРОВОЗЗРЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ В ПРОЦЕССЕ ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Ю. Смирнова

*Томский государственный педагогический университет
Научный руководитель – д-р пед. наук, профессор З. А. Скрипко*

Лабораторные работы по физике связаны с умением проводить физические измерения. В физике измерениям всегда уделялось особое внимание. Но при описании лабораторных работ обычно реализуется операциональный подход к физическим измерениям, описывается процесс проведения и обработки результатов измерения.

Однако физические измерения имеют большое значение для формирования научного мировоззрения. Большинство ученых отмечают, что физика имеет приоритетное положение среди школьных учебных предметов по формированию мировоззрения. Изучение физики важно для всех учащихся, не зависимо от того, планируют они или нет дальнейшее изучение физико-математических наук. Однако часто ученики на уроках задают следующий вопрос: для чего вообще нужно изучать физику в школе всем учащимся, независимо от их интересов? Физика знакомит нас с универсальными способами познания мира, учит критически мыслить, знакомит с культурными ценностями, накопленные человечеством. Именно физика как наиболее развитая естественная наука занимает особое место в общечеловеческой культуре, являясь основой современного научного миропонимания.

Существует много определений научного мировоззрения. Обобщая эти определения, можно сказать, что научное мировоззрение представляет собой теоретическую систему обобщенных научных знаний о мире и о месте человека в нем. Почему же именно в физике как учебном предмете наиболее остро задается вопрос о мировоззренческой функции? Согласно определению, данному в Физическом энциклопедическом словаре, физика – наука «о формах материи... которые входят в состав любых сложных материальных систем, о взаимодействии этих форм материи и их движении» [3]. Таким образом, физика в естественнонаучном

плане рассматривает такие категории, как материя, пространство и время, движение и взаимодействие, причинность и закономерность. Все эти категории мировоззренческие, и при раскрытии представлений физики как науки по этим проблемам у учащихся формируется научное понимание мира.

Лабораторные работы являются частным случаем наблюдения в физике. Ученые отмечают, что только сознательное восприятие превращается в наблюдение. Направленный характер является неотъемлемой чертой наблюдения, что отличает его от восприятия. Восприятие может осуществляться на различных уровнях: если на низших уровнях процесс протекает как бы стихийно, то в высших формах, связанных с мышлением, восприятие превращается в сознательно регулируемую деятельность наблюдения. Осознанное наблюдение, имеющее целевые установки и систематический характер превращается в метод научного познания.

Лишь в некоторых работах измерение рассматривается по своей сути как явление физического взаимодействия объекта с прибором, однако это рассмотрение остается теоретически общим, бедным в прикладном плане [4]. Проблема формирования мировоззрения при проведении физических измерений как исследовательская проблема вообще не ставится, хотя из сказанного следует, что на современном этапе совершенствования теории и практики обучения физике развитие школьников средствами предмета носит приоритетный характер. На предмет сформированности у учащихся умений проводить физические измерения рядом авторов было проведено тестирование. Один вариант подобного теста приводится в работе [5]. Обобщенные результаты таковы: 75% учеников понимают, зачем проводятся измерения величин в физике, 35% – знают, зачем определяют погрешность при измерениях, но на практике свои знания не подтверждают (задание на измерение длины и объема тела все 100% учеников выполняют на бытовом уровне, без погрешности), теоретически умеют определять погрешность на уровне 7-го класса только 24% тестируемых, но на практике и этого нет. Школьники не понимают, когда и каким образом необходимо выполнять множественные измерения для того, чтобы уменьшить случайные погрешности, какие физические величины можно измерить прямыми измерениями, а какие лишь косвенно (80%). Многие из учеников понимают, что состояние прибора при измерениях меняется всегда, но лишь 2% отмечают, что и объект измерения тоже всегда меняется.

Анализ полученных данных, наш опыт преподавания физики, а также наблюдения учебного процесса в средней школе позволяют утверждать, что типичными являются следующие недостатки: обучающиеся, производя измерения, часто не умеют вычислять погрешности измерений, а абсолютное большинство не понимают, зачем их вообще нужно вычислять, на практике за технической стороной измерений отходит на дальний план физика процесса.

Чтобы поставить измерения в лабораторных работах на должный уровень, можно реализовать следующие идеи:

а) физические измерения как экспериментальный метод имеют самостоятельное значение. Как элемент физические измерения входят в содержание любого физического эксперимента;

б) школьное учебное физическое измерение – сложный по материалу, процессам и приемам вид учебной деятельности, который должен быть специально организован и усвоен; в качестве материала и приемов работы могут быть использованы все известные знания и виды деятельности, но они должны быть подчинены логике проведения и смыслу физических измерений;

в) содержание школьных учебных физических измерений должно входить в разные формы деятельности (демонстрационный, фронтальный, индивидуальный эксперименты, лабораторная работа и др.);

г) по мировоззренческому значению физические измерения должны рассматриваться как метод познания реальных объектов и явлений в разных сферах деятельности человека – быту, производстве, науке.

Осуществляя эти идеи, можно улучшить ситуацию с физическими измерениями в школе, вывести их на мировоззренческий уровень.

Литература

1. *Оценка качества подготовки выпускников средней (полной) школы по физике* / сост. В. А. Коровин, В. А. Орлов. М. : Дрофа, 2001. 192 с.
2. *Мощанский, В. Н.* Формирование мировоззрения учащихся при изучении физики / В. Н. Мощанский. М. : Просвещение, 1989. 192 с.
3. *Мултановский, В. В.* Рассмотрение в школьном курсе роли физических взаимодействий при измерении / В. В. Мултановский, Ю. А. Сауров // Физика в школе. 1980. № 1. С. 30–33.
4. *Диагностика достижений школьников при обучении физике: базовый курс: из опыта работы* / под ред. Ю. А. Саурова. Киров, 2002. 55 с.
5. *Атепалихин, М. С.* Проблема формирования мировоззрения школьников при проведении физических измерений : автореф. дис. ... канд. пед. наук / М. С. Атепалихин. Киров, 2005. 19 с.ц

**СЕКЦИЯ
АЛГЕБРА И ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ**

ОСНОВНОЕ ТОЖДЕСТВО В ГЕОМЕТРИИ РИМАНА

Я. С. Гамизова

Томский государственный педагогический университет

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, профессор П. М. Лавров

Одним из важных объектов дифференциальной геометрии, используемых в современной теоретической физике, является метрическое многообразие M , оснащенное метрикой g , которая локально описывается невырожденным симметричным тензором [1]

$$g = g_{ij} dx^j dx^i, \quad g_{ij} = g_{ji}.$$

Формулировка общей теории относительности использует именно метрическое многообразие. При этом основные уравнения (уравнения Эйнштейна) данной теории имеют вид [2]:

$$R_{ij} - \frac{1}{2} g_{ij} R = -8\pi G T_{ij}, \quad R_{ij} = R_{ikj}, \quad R = g^{ij} R_{ij}, \quad g^{ik} g_{kj} = \delta^i_j,$$

где R_{ikj}^k – тензор кривизны Римана, R_{ij} – тензор Риччи, R – тензор скалярной кривизны (данные понятия мы рассмотрим чуть позже), G – гравитационная постоянная Ньютона, T_{ij} – тензор энергии-импульса, причем, мы учитываем тот факт, что существует единственная симметричная связность $(\Gamma = (\Gamma_{jk}^i))$ (ковариантная производная $\nabla = (\nabla_j)$), согласованная с данным метрическим тензором:

$$\Gamma_{jk}^i = \frac{1}{2} g^{il} (g_{jl,k} + g_{kl,j} - g_{jk,l}), \quad \nabla_k g_{ij} = g_{ij,k} - \Gamma_{ki}^l g_{lj} - \Gamma_{kj}^l g_{li} = 0.$$

Тензор Римана можно определить из рассмотрения коммутатора ковариантных производных, действующих на векторное поле T^i

$$[\nabla_j, \nabla_k] T^i = -R_{mj k}^i T^m, \quad R_{mj k}^i = -R_{mkj}^i. \quad (1)$$

Этот тензор обладает рядом свойств симметрии, которые удобно формулировать в терминах тензора $R_{ijkl} = g_{in} R_{jkl}^n$:

$$R_{ijkl} = -R_{jikl}, \quad R_{ijkl} = R_{klij}. \quad (2)$$

И подчиняется следующим тождествам:

– тождество Якоби:

$$R_{ijk}^i + R_{jkl}^i + R_{kji}^i \equiv 0, \quad (3)$$

– тождество Бианки: если связность симметрична, то выполняется равенство

$$\nabla_l R_{mki}^i + \nabla_j R_{mik}^i + \nabla_k R_{mji}^i = 0 \quad (4)$$

для всех $i, j, k, l = 1, \dots, n$.

И из тождества Бианки следует основное тождество в геометрии Римана

$$R_{i;j}^j = \frac{1}{2} R_{,i}. \quad (5)$$

В современной математике и физике используются более сложные объекты, так называемые супермногообразия [3], которые можно рассматривать как обобщение обычных многообразий на тот случай, когда для описания точек этого множества привлекаются антикоммутирующие переменные.

Данные переменные удовлетворяют следующему свойству: $\xi_i \xi_k + \xi_k \xi_i = 0$, в частности, $\xi_i^2 = 0$, где ξ_i – образующие, $i = 1, 2, \dots, q$.

Пусть супермногообразие M , оснащено метрической структурой g :

$$g = g_{ij} dx^j dx^i, \quad g_{ij} = (-1)^{\epsilon_i \epsilon_j} g_{ji}, \quad \epsilon(g_{ij}) = \epsilon(g) + \epsilon_i + \epsilon_j \quad (6)$$

и симметричной связностью Δ (ковариантной производной ∇), согласованной с заданной метрикой g , то $g\nabla = 0$. В координатном базисе это условие имеет вид:

$$g_{ij} \nabla_k = g_{ij,k} - g_{im} \Delta_{jk}^m - g_{jm} \Delta_{ik}^m (-1)^{\epsilon_i \epsilon_j} = 0, \quad (7)$$

$$\text{или } g_{ij,k} = g_{im} \Delta_{jk}^m + g_{jm} \Delta_{ik}^m (-1)^{\epsilon_i \epsilon_j}. \quad (8)$$

Метрическое супермногообразие (M, g) , оснащенное (четной или нечетной) симметричной связностью Δ , согласованной с заданной метрической структурой g , определяет (четное или нечетное) риманово супермногообразие (M, g, Δ) .

Тензор кривизны вводится по следующему правилу:

$$T^i [\nabla_j, \nabla_k] = -(-1)^{\epsilon_i(\epsilon_j + \epsilon_k)} T^l R_{ljk}^i, \quad R_{ljk}^i = -(-1)^{\epsilon_j \epsilon_k} R_{lkj}^i, \quad (9)$$

где $[\nabla_i, \nabla_j] = \nabla_i \nabla_j - (-1)^{\epsilon_i \epsilon_j} \nabla_j \nabla_i$.

Непосредственное вычисление приводит к следующему виду тензора R_{ijk}^i [4]:

$$R_{ijk}^i = -\Gamma_{lj,k}^i + \Gamma_{lk,j}^i (-1)^{\epsilon_j \epsilon_k} + \Gamma_{jn}^i \Gamma_{lk}^n (-1)^{\epsilon_j \epsilon_l} - \Gamma_{kn}^i \Gamma_{lj}^n (-1)^{\epsilon_k(\epsilon_l + \epsilon_j)}.$$

Тензор R_{ijkl} обладает свойством обобщенной симметрии по перестановке пар индексов:

$$R_{ijkl} = (-1)^{(\epsilon_i + \epsilon_j)(\epsilon_k + \epsilon_l)} R_{klij}. \quad (10)$$

Тензор Риччи может быть определен сверткой двух индексов тензора кривизны:

$$R_{ij} = R_{ikj}^k (-1)^{\epsilon_k(\epsilon_i + \epsilon_j)} = g^{kn} R_{nikj} (-1)^{\epsilon_i \epsilon_k + (\epsilon_k + \epsilon_n)(\epsilon(j) + 1)}, \quad (11)$$

где $\epsilon(R_{ij}) = \epsilon_i + \epsilon_j$. Из выражения (10) следует, что тензор Риччи обладает свойством обобщенной симметрии:

$$R_{ij} = R_{ji} (-1)^{\epsilon_j \epsilon_i + \epsilon(g)}. \quad (12)$$

Отсюда можно сделать вывод, что в четном случае ($\epsilon(g) = 0$) тензор Риччи является симметричным, а в нечетном случае ($\epsilon(g) = 1$) – антисимметричным.

Свертка обратного метрического тензора g^{ij}

$$g^{ij} = (-1)^{\epsilon_i \epsilon_j + \epsilon(g)} g^{ji} \quad (13)$$

с тензором Риччи определяет тензор скалярной кривизны:

$$R = g^{ij} R_{ij} (-1)^{\epsilon_i + \epsilon_j}, \quad \epsilon(R) = \epsilon(g), \quad (14)$$

который в общем случае в ноль не обращается [5]. Для нечетной метрической структуры квадрат скалярной кривизны равен нулю, $R^2 = 0$.

Тензор кривизны удовлетворяет супертождеству Якоби:

$$(-1)^{\epsilon_i \epsilon_k} R_{ljk}^i + (-1)^{\epsilon_j \epsilon_l} R_{jkl}^i + (-1)^{\epsilon_k \epsilon_j} R_{klj}^i \equiv 0 \quad (15)$$

и супертождеству Бианки:

$$(-1)^{\epsilon_i \epsilon_j} R_{mjk;i}^n + (-1)^{\epsilon_i \epsilon_k} R_{mij;k}^n + (-1)^{\epsilon_k \epsilon_j} R_{mki;j}^n \equiv 0, \quad (16)$$

где использовано обозначение $R_{mjk;i}^n := R_{mjk}^n \nabla_i$.

Из данного тождества можно вывести основное тождество в геометрии Римана на супермногообразиях [5]:

$$R_{;i} = \left[1 + (-1)^{\epsilon(g)} \right] R_{i;j}^j (-1)^{\epsilon_j(\epsilon_i+1)}. \quad (17)$$

Данное тождество обладает следующими особенностями:

1. Для четной геометрии Римана ($\epsilon(g) = 0$) тождество превращается в следующее соотношение:

$$R_{i;j}^j = \frac{1}{2} R_{;i}. \quad (18)$$

Это тождество совпадает формально с известным тождеством в геометрии Римана на многообразиях.

2. Для нечетной геометрии Римана ($\epsilon(g) = 1$) это тождество превращается в соотношение:

$$R_{;i} = 0,$$

из которого следует, что скалярная кривизна является постоянной

$$R = \text{const}, \quad R^2 = 0.$$

Таким образом, мы рассмотрели обобщение основного тождества в геометрии Римана на случай супермногообразия.

Литература

1. *Мищенко, А. С.* Курс дифференциальной геометрии и топологии / А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко. М. : Моск. ун-та, 1980. 439 с.
2. *Уолд, Р. М.* Общая теория относительности / Р. М. Уолд. М. : Российский университет дружбы народов, 2008. 692 с.
3. *Березин, Ф. А.* Введение в алгебру и анализ с антикоммутирующими переменными / Ф. А. Березин. М., 1983. 208 с.
4. *Лавров, П. М.* Супермногообразия Федосова / П. М. Лавров, О. В. Радченко // Теоретическая и математическая физика. 2006. Т. 149, № 2.
5. *Asorey, M.* Fedosov and Riemannian supermanifolds / M. Asorey, P. M. Lavrov // Journal of Mathematical Physics. 2009. 50. 013530.

МОДЕЛИ СИСТЕМ С УПРАВЛЯЕМЫМ РЕЗЕРВОМ

В. Н. Губин, В. В. Травкина

Томский государственный университет

В работе рассмотрены две модели оптимального резервирования на бесконечном промежутке времени по критерию максимального времени безотказной работы.

Модель 1. Задача повышения надежности аппаратуры остается актуальной, несмотря на значительный прогресс в технологии изготовления отдельных блоков и усовершенствование структуры различных устройств. Использование свойств оптимальных стратегий [1–3] позволяет в значительной степени сократить алгоритм их поиска. Модели резервирования с дробной кратностью были изучены В. А. Томиленко [4].

В данной работе анализируются поведение и свойства оптимальных стратегий включений резервных элементов по критерию среднего времени безотказной работы системы.

Постановка задачи. Пусть система состоит из конечного числа параллельно включенных (в смысле надежности) идентичных элементов. Через фиксированный промежуток времени Δ в моменты $t_0 = 0$, $t_1 = \Delta$, $t_2 = 2\Delta \dots$ производится проверка исправности включенных в работу элементов. Время на проверку и на включение новых элементов считается

пренебрежимо малым и в дальнейшем не учитывается. К моменту начала работы системы имеется r исправных элементов.

Часть элементов находится в холодном резерве (эти элементы своего ресурса не расходуют). Выход из строя элемента, включенного в работу, не влияет на исправность других элементов. Отказ системы наступает, если в промежутке между проверками выйдут из строя все элементы, включенные в работу.

Обозначим через q вероятность отказа элемента на интервале длиной Δ , через $p = 1 - q$ – вероятность безотказной работы элемента на этом же интервале Δ . Всюду в дальнейшем принимаем $p \geq 0,5$.

Вещественную функцию $k(r)$, определенную на множестве натуральных чисел, принимающую положительные целочисленные значения и удовлетворяющую неравенству $1 \leq k(r) \leq r$, назовем *стратегией резервирования*. Функция $k(r)$ имеет простой смысл: если в момент проверки имеется в наличии r исправных элементов, то в работу следует включить $k(r)$ элементов. Требуется найти стратегию резервирования, оптимальную по критерию среднего времени безотказной работы системы.

Введем обозначения:

$k_0(r)$ – стратегия, оптимальная по критерию среднего времени безотказной работы;

$T(r)$ – математическое ожидание времени безотказной работы при оптимальной стратегии;

$T(r, k)$ – математическое ожидание времени безотказной работы при следующей стратегии: имеется r исправных элементов, в начальный момент в работу включается k элементов, в последующие моменты используется оптимальная стратегия.

Пусть в работу включено k элементов. Тогда до момента следующей проверки может произойти одно из k различных событий: E_1, E_2, \dots, E_k , где E_i есть событие, состоящее в том, что за время от включения системы до первой проверки выйдет из строя точно i элементов из числа включенных в работу k элементов. Вероятность наступления события E_i равна $C_k^i p^{k-i} q^i$. Множество событий E_1, E_2, \dots, E_k образуют полную группу событий. Далее, для $0 \leq i \leq k - 1$ выполнено $M(T/E_i) = M(T(r - i) + 1)$. Наконец, $M(T/E_k) = 1$.

Теперь по формуле полного математического ожидания $M\xi = M[M(\xi/\eta)]$ [5, с. 123–124], где ξ и η – случайные величины, имеем

$$T(r, k) = \sum_{i=0}^{k-1} M(T / E_i)P(E_i) + M(T / E_k)q^k, \quad (1.1)$$

$$T(r, k) = \sum_{i=0}^{k-1} C_k^i p^{k-i} q^i (T(r-i) + 1) + q^k = \sum_{i=0}^{k-1} C_k^i p^{k-i} q^i T(r-i) + 1. \quad (1.2)$$

Сигма-оператор. Оператор σ . В работе исследуются оптимальные стратегии с помощью линейного оператора σ , который определяется для оптимальной стратегии резервирования соотношением $\sigma T(r) = T(r-1)$:

Сигма-оператор определен на множестве всех функций вида $\sum_{i=1}^s a_i T(r-b_i)$, где a_i, b_i – вещественные неотрицательные константы, $b_i \leq r$.

Перепишем (1.2), используя σ -оператор. Для функции $T(r, k)$ получим равенство:

$$T(r, k) = \sum_{i=0}^{k-1} C_k^i p^{k-i} q^i (\sigma^i T(r) + 1) + q^k = \sum_{i=0}^{k-1} C_k^i p^{k-i} q^i \sigma^i T(r) + 1.$$

Откуда:

$$T(r, k) = [(p + q\sigma)^k - (q\sigma)^k]T(r) + 1. \quad (1.3)$$

Назовем уравнение, содержащее сигма-оператор, σ -уравнением, а линейную комбинацию степеней σ -оператора с вещественными коэффициентами – σ -многочленом. Так, (1.3) является примером σ -уравнения, а правая часть этого равенства служит примером σ -многочлена. Впервые сигма-оператор был введен в [2].

Сигма-оператор оказался эффективным орудием исследования свойств оптимальных стратегий резервирования [1, 2, 4]. Основную роль при этом играет определение знаков сигма-многочленов.

Лемма 1.1. $T(r)$ монотонно возрастает с ростом r .

Лемма 1.2. При фиксированном $k < r$ функция $T(r, k)$ строго монотонно возрастает с ростом r .

Доказательство непосредственно следует из (1.2).

Лемма 1.3. При всех натуральных k, r имеет место неравенство $T(r+1, k+1) > T(r, k)$.

В самом деле,

$$\begin{aligned} T(r+1, k+1) - T(r, k) &= T(r+1, k+1) - \sigma T(r+1, k) = \\ &= \{[(p + q\sigma)^{k+1} - (q\sigma)^{k+1}] - \sigma[(p + q\sigma)^k - (q\sigma)^k]\}T(r+1) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= [(p + q\sigma)^k p(1 - \sigma) - (q\sigma)^k p(1 - \sigma)]T(r + 1) + (q\sigma)^k p(1 - \sigma) - \sigma(q\sigma)^k(-p)T(r) = \\
&= p(1 - \sigma)T(r + 1, k) + (q\sigma)^k pT(r + 1) = \\
&= pT(r + 1, k) - pT(r, k) + q^k T(r + 1 - k) > 0.
\end{aligned}$$

Теорема 1.4. При фиксированном r функция $T(r, k)$ 1) выпукла вверх по k в области $1 < k < k_0(r) + 1$; 2) принимает наибольшее значение не более, чем в двух точках; 3) при $1 < k < k_0(r)$ возрастает; при $k_0(r) < k \leq r$ убывает.

Доказательство. Запишем разность $\Delta = T(r, k + 1) - T(r, k) - q[T(r, k) - T(r, k - 1)]$, переходя к сигма-соотношениям. Получим:

$$\begin{aligned}
\Delta &= [(p + q\sigma)^{k+1} - (q\sigma)^{k+1}] - [(p + q\sigma)^k - (q\sigma)^k] - \\
&\quad - q[(p + q\sigma)^k - (q\sigma)^k] - [(p + q\sigma)^{k-1} - (q\sigma)^{k-1}]. \\
&= q[(p + q\sigma)^k - (q\sigma)^k](\sigma - 1)T(r) + p(q\sigma)^k T(r) - \\
&\quad - q^2[(p + q\sigma)^{k-1} - (q\sigma)^{k-1}](\sigma - 1)T(r) - qp(q\sigma)^{k-1} T(r) =
\end{aligned}$$

Раскроем квадратные скобки и добавим и вычтем слагаемое

$$qp(q\sigma)^{k-1}(\sigma - 1)T(r).$$

$$\begin{aligned}
\Delta &= q(p + q\sigma)^k (\sigma - 1)T(r) - q(q\sigma)^k (\sigma - 1)T(r) + \\
&\quad + p(q\sigma)^k T(r) - q^2(p + q\sigma)^{k-1} (\sigma - 1)T(r) + \\
&\quad + q^2(q\sigma)^{k-1} (\sigma - 1)T(r) - qp(q\sigma)^{k-1} T(r) - qp(q\sigma)^{k-1} (\sigma - 1)T(r) + \\
&\quad + qp(q\sigma)^{k-1} (\sigma - 1)T(r) =
\end{aligned}$$

Сгруппируем первое слагаемое с четвертым, второе с пятым и седьмым, третье с шестым и восьмым:

$$\begin{aligned}
&= q(p + q\sigma)^{k-1} (\sigma - 1)(p + q\sigma - q)T(r) - \\
&\quad - q(q\sigma)^{k-1} (\sigma - 1)(p + q\sigma - q)T(r) + 2qp(q\sigma)^{k-1} (\sigma - 1)T(r) = \\
&= q[(p + q\sigma)^{k-1} - (q\sigma)^{k-1}]((p - q) + q\sigma)(\sigma - 1)T(r) + \\
&\quad + 2pq^k \sigma^{k-1} (\sigma - 1)T(r) =
\end{aligned}$$

Разбивая первое слагаемое на два, имеем:

$$= q(p - q)[T(r - 1, k - 1) - T(r, k - 1)] + q^2[T(r - 2, k - 1) - T(r - 1, k - 1)] + \\ + 2pq^k[T(r - k) - T(r - k + 1)] < 0,$$

так как по принятому соглашению ($q < p$), и $p - q > 0$.

Итак,

$$T(r, k + 1) - T(r, k) - q[T(r, k) - T(r, k - 1)] < 0. \quad (1.4)$$

Из этого неравенства следует, что когда $T(r, k) - T(r, k - 1) > 0$, то $[T(r, k + 1) - T(r, k)] - [T(r, k) - T(r, k - 1)] < 0$. Это означает, что $T(r, k)$ выпукла по k при $0 < k \leq k_0(r) + 1$, где $k_0(r)$ – значение k , при котором $T(r, k)$ достигает максимума. Из (2.4) вытекает, что $T(r, k) - T(r, k - 1) < 0$, влечет $T(r, k + 1) - T(r, k) < 0$. Таким образом, $T(r, k)$ в области $0 < k \leq k_0(r)$ возрастает по k , а в области $k_0(r) < k \leq r$ убывает. Далее, функция $T(r, k)$, как функция от k , выпукла на участке $[1, k_0(r)]$ и принимает натуральные значения. Следовательно. Она принимает максимальное значение не более, чем в двух точках.

Следствие 1.5. Если $T(r, k - 1) \leq T(r, k)$, то $k_0(r) \geq k$; если $T(r, k - 1) > T(r, k)$, то $k_0(r) \leq k$.

Теорема 1.6. Если $k_1(r)$ и $k_2(r)$ – две оптимальные стратегии резервирования, то при всех r выполнено $|k_1(r) - k_2(r)| \leq 1$.

Доказательство: Пусть, k_1 и k_2 – две оптимальные стратегии резервирования. Если для некоторого r имеем $k_1(r) = k_2(r)$, то $|k_1(r) - k_2(r)| \leq 1$. Пусть $k_1(r) \neq k_2(r)$ и, для определенности, $k_1(r) < k_2(r)$. Тогда, по определению оптимальной стратегии, $T(k_1(r), r) = T(k_2(r), r)$. На промежутке $[1, k_2(r) + 1]$ функция $T(k, r)$ выпуклая. Если бы $|k_1(r) - k_2(r)| > 1$, то, в силу выпуклости $k(r)$, между $k_1(r)$ и $k_2(r)$ нашлось бы натуральное k_3 , такое что $T(k_3, r) > T(k_1(r), r) = T(k_2(r), r)$ – противоречие. Итак, и в этом случае $|k_1(r) - k_2(r)| \leq 1$, что и требовалось.

Теорема 1.7. Имеет место неравенство: $k_0(r) + 1 \geq k_0(r + 1)$. Иными словами, при возрастании резерва на 1, оптимальное количество включаемых работу элементов не может возрасти более, чем на единицу.

Доказательство: Убедимся, что разность

$$[T(r + 1, k + 1) - T(r + 1, k)] - q[T(r, k) - T(r, k - 1)]$$

отрицательна. Представим это выражение как сигма-многочлен:

$$\begin{aligned}
 & [T(r+1, k+1) - T(r+1, k)] - q[T(r, k) - T(r, k-1)] = \\
 & = [(p+q\sigma)^{k+1} - (q\sigma)^{k+1} - (p+q\sigma)^k + (q\sigma)^k]T(r) - \\
 & - q\sigma[(p+q\sigma)^k - (q\sigma)^k - (p+q\sigma)^{k-1} + (q\sigma)^{k-1}]T(r) = \\
 & = \{[(p+q\sigma)^{k+1} - (p+q\sigma)^k] - \\
 & - q\sigma[(p+q\sigma)^k - (p+q\sigma)^{k-1}]\}T(r) = \\
 & = pq(\sigma-1)(p+q\sigma)^{k-1}T(r) < 0.
 \end{aligned}$$

Итак,

$$[T(r+1, k+1) - T(r+1, k)] - q[T(r, k) - T(r, k-1)] < 0. \quad (1.5)$$

Подставим в (1.5) $k = k_0(r+1) - 1$. Получим

$$\begin{aligned}
 & [T(r+1, k_0(r+1)) - T(r+1, k_0(r+1) - 1)] - \\
 & - q[T(r, k_0(r+1) - 1) - T(r, k_0(r+1) - 2)] < 0.
 \end{aligned}$$

Отсюда $T(r, k_0(r+1) - 1) - T(r, k_0(r+1) - 2) > 0$. Теперь по следствию 1 имеем $k_0(r) \geq k_0(r+1) - 1$, что и требовалось.

Алгоритм поиска оптимальной стратегии. Найдем стратегию k_0 , которая максимизирует $T(r, k)$.

Для ее нахождения воспользуемся рекуррентным соотношением

$$T(r, k) = \sum_{i=0}^{k-1} C_k^i p^{k-i} q^i \sigma_i T(r) + 1. \quad (1.6)$$

В аналогичных задачах в случае конечного промежутка для отыскания оптимальной стратегии эффективен метод динамического программирования Беллмана [8]. В случае бесконечного промежутка этот метод нуждается в модификации.

Зафиксируем значение r и обозначим $k_0(r) = k_0$. Имеем:

$$T(r) = T(k_0, r) = \sum_{i=0}^{k_0-1} C_{k_0}^i p^{k_0-i} q^i \sigma_i T(r-i) + 1.$$

Выделим из суммы слагаемое при $i = 0$:

$$T(r) = \sum_{i=1}^{k_0-1} C_{k_0}^i p^{k_0-i} q^i \sigma_i T(r-i) + p^{k_0} T(r) + 1. \quad (1.7)$$

Отсюда

$$T(r) = \left(1 - p^{k_0}\right)^{-1} \sum_{i=1}^{k_0-1} C_{k_0}^i p^{k_0-i} q^i \sigma_i T(r-i) + 1. \quad (1.8)$$

Теперь зададим алгоритм вычисления оптимальных стратегий:

а) очевидно, что $k_0(1) = 1$. Поэтому $T(1) = pq + 2p^2q + \dots + np^nq + \dots = p/q$;
 б) пусть уже вычислены $T(1), T(2), \dots, T(r-1)$. Ищем максимум правой части формулы (1.8) по всем натуральным $k_0 \leq r$. Этот максимум есть значение $T(r)$. То значение k_0 , $k_0 \leq r$ которое доставляет максимум правой части (1.8), есть $k_0(r)$.

Модель 2. Среднее время работы системы S_{k+1} .

Постановка задачи. Система такова, что в ней одновременно в работу может быть включено не более $(k+1)$ элементов, соединенных параллельно в смысле надежности, где k – фиксированное натуральное число. Через фиксированный промежуток времени Δ в моменты $t = 0, \Delta, 2\Delta, \dots$ производится проверка исправности включенных в работу блоков. Часть блоков находится в холодном резерве. В моменты проверок некоторые блоки из резерва могут быть включены в работу, а блоки, включенные в работу, могут быть переведены в резерв. Элементы, находящиеся в холодном резерве, не меняют своих характеристик, иначе говоря, не расходуют своего резерва. Вероятность того, что включенный в работу элемент выйдет из строя за время между проверками, равна q . Выход из строя включенного в работу блока не влияет на исправность других блоков. В начальный момент имеется r исправных блоков. Отказ системы наступает, если количество включенных в работу элементов становится меньше, чем k . Требуется: 1) найти стратегию управления резервом, оптимальную по критерию среднего времени безотказной работы системы; 2) получить оценку времени безотказной работы системы при оптимальной стратегии управления резервом.

Эту модель обозначим через S_{k+1} . Рассмотрим следующие две стратегии управления резервом в модели S_{k+1} .

Стратегия 1: на первом шаге включаем $(k+1)$ исправный элемент, а на следующем шаге переходим к стратегии, оптимальной по крите-

рию среднего времени безотказной работы. Обозначим математическое ожидание времени безотказной работы системы при стратегии 1 через $\overline{T(k+1, r)}$.

Стратегия 2: на первом шаге включаем k элементов, а затем переходим к оптимальной стратегии по критерию среднего времени безотказной работы. Обозначим математическое ожидание времени безотказной работы системы при стратегии 2 через $\overline{T(k, r)}$.

Через $T(r)$ обозначим математическое ожидание времени безотказной работы системы при оптимальной по среднему времени стратегии, если в наличии имеется r исправных элементов.

Вычислим среднее время $\overline{T(k+1, r)}$ работы системы S_{k+1} при стратегии 1.

Воспользуемся формулой полного математического ожидания [9]:

$$\begin{aligned}\overline{T(k+1, r)} &= \sum_{i=0}^1 C_{k+1}^i p^{k+1-i} q^i (\overline{T(r-i)} + 1) + C_{k+1}^2 p^{k-1} q^2 + \dots + q^{k+1} = \\ &= p^{k+1} \overline{T(r)} + (k+1) p^k q \overline{T(r-1)} + 1.\end{aligned}$$

Найдем среднее время работы системы в модели 2 при стратегии 2.

$$\begin{aligned}\overline{T(k, r)} &= p^k (\overline{T(r)} + 1) + C_k^1 p^{k-1} q + C_k^2 p^{k-2} q^2 + C_k^3 p^{k-3} q^3 + \dots + q^k, \\ \overline{T(k, r)} &= p^k \overline{T(r)} + 1.\end{aligned}$$

Теорема: Для всех $k, r \in \mathbb{N}$, таких что $k+1 \leq r$, выполнено

$$\overline{T(k+1, r)} > \overline{T(k, r)}.$$

Доказательство проведем от противного.

Предположим, что оптимальное время работы системы достигается при стратегии 2.

$$\text{Имеем } \overline{T(k, r)} = \overline{T(r)} = p^k \overline{T(r)} + 1 \Rightarrow \overline{T(r)} = \frac{1}{1 - p^k}.$$

Пусть $r \geq k+2$. Так как $k_0(r-1) \leq k_0(r)$, то $k_0(r-1) = k$.

Аналогично предыдущему, получим

$$\overline{T(k, r-1)} = \overline{T(r-1)} = p^k \overline{T(r-1)} + 1 \Rightarrow \overline{T(r-1)} = \frac{1}{1-p^k}.$$

Таким образом, $\overline{T(r-1)} = \overline{T(r)}$ для произвольного r , что неверно. Значит, предположение о том, что $k_0(r) = k$ неверно.

Итак, $k_0(r) = k + 1$, следовательно, $\overline{T(k+1, r)} > \overline{T(k, r)}$.

Что и требовалось.

Таким образом, стратегия, при которой в начальный момент включено в работу $(k + 1)$ элементов, предпочтительнее. Следовательно, оптимальная стратегия для модели S_{k+1} такова. Если имеется не меньше, чем $(k + 1)$ исправных элементов, то включаем в работу $(k + 1)$ элемент. Если в данный момент имеется только k исправных элементов, то все они включаются в работу.

Запишем рекуррентную формулу для $\overline{T(r)}$. Имеем

$$\overline{T(r)} = p^{k+1} \overline{T(r)} + (k+1)p^k q \overline{T(r-1)} + 1.$$

Откуда

$$\overline{T(r)} = \frac{(k+1)p^k q}{1-p^{k+1}} \overline{T(r-1)} + \frac{1}{1-p^{k+1}}.$$

Обозначим

$$a = \frac{(k+1)p^k q}{1-p^{k+1}}; \quad b = \frac{1}{1-p^{k+1}}; \quad \overline{T(r)} = a \overline{T(r-1)} + b.$$

Индукцией по r теперь легко вычислить $\overline{T(r)}$.

$$\overline{T(r)} = a^{r-1} \frac{p}{q} + b \frac{1-a^{r-1}}{1-a}.$$

Подставляя значения a и b , получим

$$\overline{T(r)} = \left(\frac{(k+1)p^k q}{1-p^{k+1}} \right)^{r-1} \left(\frac{p}{q} + \frac{1}{(kq+1)p^k - 1} \right) + \frac{1}{1-(kq+1)p^k}.$$

Легко видеть, что $0 < \frac{(k+1)p^k q}{1-p^{k+1}} < 1$.

Поэтому при $r \rightarrow \infty$ значение среднего времени безотказной работы системы S_{k+1} монотонно возрастая, стремится к величине $\frac{1}{1-(kq+1)p^k}$.

Получаем неожиданный результат: среднее время работы системы S_{k+1} не превышает величины $\frac{1}{1-(kq+1)p^k}$ даже при сколь угодно большом резерве r .

Литература

1. *Пестов, Г.Г.* Исследование оптимальных стратегий в задаче динамического резервирования / Г.Г. Пестов, Л.В. Ушакова // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. 1973. № 5.
2. *Пестов, Г.Г.* Оптимальные стратегии в задаче динамического резервирования / Г.Г. Пестов, Л.В. Ушакова // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. 1971. № 5.
3. *Герцбах, И.Б.* Об оптимальном управлении включением резервных элементов / И.Б. Герцбах // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. 1966. № 5.
4. *Томиленко, В.А.* Об одной задаче динамического резервирования / В.А. Томиленко // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. 1975. № 4.
5. *Райкин, А.Л.* Элементы теории надежности технических систем / А.Л. Райкин. М. : Советское радио, 1978.
6. *Вопросы математической теории надежности* / под ред. Б.В. Гнеденко. М. : Радио связь, 1983.
7. *Renyi, A.* Wahrscheinlichkeitsrechnung / A. Renyi // VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften. Berlin, 1966.
8. *Беллман, Р.* Динамическое программирование / Р. Беллман. М. : Мир, 1960.

О НЕКОТОРЫХ КРИТЕРИЯХ ДИСТРИБУТИВНОСТИ РЕШЕТКИ

Ю. А. Дёмина

*Томский государственный педагогический университет
Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доцент А.И. Забарина*

Как новое самостоятельное направление теория решеток сформировалась в середине XX в. в связи с публикацией книги Г. Биркгофа «Теория решеток». Теоретико-решеточными понятиями пронизаны многочис-

ленные разделы современной алгебры. Существуют два равносильных подхода к определению решетки: как алгебраической системы $\langle L, +, \cdot \rangle$, удовлетворяющей некоторой аксиоматике и как упорядоченного множества $\langle L, \leq \rangle$, в котором каждые два элемента имеют \sup и \inf .

Цель работы – познакомиться с одним из классов решеток – с так называемыми дистрибутивными решетками. Доказанные ниже утверждения предложены в качестве задач в [1] и [2].

Определение. Решетка $\langle L, +, \cdot \rangle$ называется дистрибутивной, если для любых трех ее элементов a, b, c выполняется равенство:

$$(a + b)c = ac + bc.$$

Так, для произвольного множества A решетка $\langle 2^A, \cup, \cap \rangle$ – дистрибутивна, так как операции \cup и \cap на булеане связаны законами дистрибутивности.

Напротив, приведенный ниже пример показывает, что решетка подпространств произвольного линейного пространства не обязана быть дистрибутивной.

Рассмотрим решетку $\langle L(R^4), +, \cap \rangle$ и следующие ее элементы:

$$\begin{aligned} M_1 &= \{(r_1, r_2, r_3, r_1) \mid r_i \in R\}, \\ M_2 &= \{(s_1, 0, s_3, 0) \mid s_i \in R\}, \\ M_3 &= \{(0, t_2, 0, t_4) \mid t_i \in R\}. \end{aligned}$$

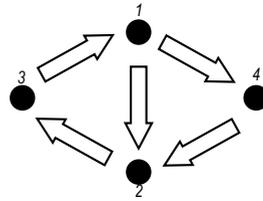
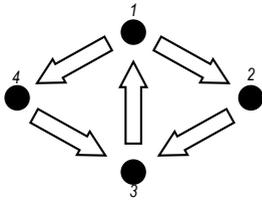
Непосредственные вычисления показывают, что $M_1 \cap (M_2 + M_3) \neq (M_1 \cap M_2) + (M_1 \cap M_3)$, так как левая часть равенства равна M_1 , а правая $\{(0, v, u, 0) \mid v, u \in R\}$. Следовательно, решетка не дистрибутивна.

Некоторые свойства дистрибутивных решеток указаны в следующей теореме.

Теорема 1. Пусть $\langle L, +, \cdot \rangle$ – решетка; следующие утверждения эквивалентны:

- (1) L – дистрибутивна;
- (2) для $\forall a, b, c \in L$ $ab + c = (a + c)(b + c)$;
- (3) для $\forall a, b, c \in L$ $ab + ac + bc = (a + b)(a + c)(b + c)$;
- (4) если для некоторого элемента $c \in L$ справедливы равенства $a + c = b + c$ и $ac = bc$, то $a = b$.

Приведем графы двух различных доказательств данной теоремы и один из фрагментов доказательства: (2) \rightarrow (3).



Пусть $ab + c = (a + c)(b + c)$, покажем, что

$$ab + ac + bc = (a + b)(a + c)(b + c).$$

Имеем:

$$\begin{aligned} ab + ac + bc &= ab + (ac + bc) = (a + ac + bc)(b + ac + bc) = \\ &= (a + bc)(b + ac) = (bc + a)(ac + b) = (a + b)(c + a)(b + a)(c + b) = \\ &= (a + b)(a + c)(b + c). \end{aligned}$$

Пример 1. Рассмотрим решетку $\langle N, \cdot \rangle$, где $\forall a, b \in N \sup\{a, b\} = [a, b]$ и $\inf\{a, b\} = (a, b)$. Убедимся, что эта решетка дистрибутивна. Применим утверждение (4) из теоремы 1.

Пусть, $[a, c] = [b, c]$ и $(a, c) = (b, c)$, будет ли тогда $a = b$?

Из теории чисел известно, что $[a, c] = \frac{ac}{(a,c)}$, $[b, c] = \frac{bc}{(b,c)}$. Следовательно, $\frac{ac}{(a,c)} = \frac{bc}{(b,c)}$, а так как $(a, c) = (b, c)$, то $ac = bc$. Имеем, $c \in N$, получаем $a = b$. Таким образом, $\langle N, \cdot \rangle$ – дистрибутивная решетка.

Пример 2. Обратимся теперь к кольцу целых чисел $\langle Z, +, \cdot \rangle$. Известно, что каждый идеал этого кольца является главным: $J = (a) = \{z \in Z \mid z : a\}$. Докажем, что решетка всех идеалов кольца $\langle J(A), +, \cap \rangle$ является дистрибутивной.

Пусть (a) , (b) , (c) – идеалы кольца Z , такие, что $(a) \cap (c) = (b) \cap (c)$ и $(a) + (c) = (b) + (c)$, покажем, что $(a) = (b)$. Из определения суммы и пересечения идеалов следует, что $(x) + (y) = ((x, y))$; $(x) \cap (y) = ([x, y])$.

Заметим, что в кольце $Z \forall x, y(x) = (y) \leftrightarrow |x| = |y|$. Учитывая, что $[a, b]$ и $(a, b) \in N$, имеем: $([a, c]) = ([b, c])$ и $((a, c)) = ((b, c))$; из этого вытекает, что $[a, c] = [b, c]$, $(a, c) = (b, c)$. Эта задача была решена в примере 1. Следовательно, $a = b$, отсюда $(a) = (b)$.

Однако не в каждом кольце решетка идеалов кольца будет дистрибутивна.

Решена следующая задача [1, с. 158, 12.16]: на множестве $A = \{a, b, c, d\}$ построить коммутативное кольцо без единицы так, чтобы множеством его идеалов было: $J_1 = \{a\}, J_2 = \{a, b\}, J_3 = \{a, c\}, J_4 = \{a, d\}, J_5 = \{a, b, c, d\}$. Убедиться что решетка идеалов этого кольца $\langle J(A), +, \cap \rangle$ – не дистрибутивна.

Приведем соответствующие таблицы Кэли операций $+$ и \times на множестве A :

$+$	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a	d	c
c	c	d	a	b
d	d	c	b	a

\times	a	b	c	d
a	a	a	a	a
b	b	a	a	a
c	c	a	a	a
d	d	a	a	a

Нетрудно убедиться, что все аксиомы коммутативного кольца без единицы выполнены, и множество всех его идеалов $J(A) = \{J_1, J_2, J_3, J_4, J_5\}$.

Будет ли $J_2 \cap (J_3 + J_4) = (J_2 \cap J_3) + (J_2 \cap J_4)$?

Вычислим: $J_2 \cap (J_3 + J_4) = J_2$.

$$(J_2 \cap J_3) + (J_2 \cap J_4) = J_1.$$

Таким образом, решетка идеалов $\langle J(A), +, \cap \rangle$ – не дистрибутивна.

Предложение. Каждая цепь $\langle L, \leq \rangle$ является дистрибутивной решеткой.

Доказательство. Так как $\langle L, \leq \rangle$ – цепь, то $\forall a, b \in L$ $a + b = \max\{a, b\}$, $ab = \min\{a, b\}$.

Воспользуемся утверждением (4) из теоремы 1: пусть $\max\{a, c\} = \max\{b, c\}$ и $\min\{a, c\} = \min\{b, c\}$, покажем, что $a = b$.

Рассмотрим два случая:

1. Если $\max\{a, c\} = a$, то $c \leq a$, следовательно, $\min\{a, c\} = c$. Так как $\min\{a, c\} = \min\{b, c\} = c$, то $c \leq b$, тогда $\max\{b, c\} = b$ и $\max\{b, c\} = \max\{a, c\}$, получаем $a = b$.

2. Если $\max\{a, c\} = c$, тогда, так как $\max\{a, c\} = \max\{b, c\} = c$, $b \leq c$, следовательно, $\min\{b, c\} = b$. Из того, что $\max\{a, c\} = c$, вытекает, что $\min\{a, c\} = a$. Но $\min\{a, c\} = \min\{b, c\}$, получаем $a = b$.

В частности, обратимся к симметрической группе S_4 и рассмотрим решетку всех ее нормальных делителей $L(S_4) = \{e, V_4, A_4, S_4\}$. Очевидно, $\langle L(S_4), \subset \rangle$ – цепь. Согласно предложению $\langle L(S_4), \subset \rangle$ – дистрибутивная решетка.

Убедимся, что в общем случае это не так. Действительно, рассмотрим абелеву группу V_4 , в которой, каждая подгруппа является нормальным делителем. Тогда решетка $\langle L(V_4), +, \cap \rangle = \{\{(1)\}, \{(1), (12)(34)\}, \{(1), (13)(24)\}, \{(1), (14)(23)\}, V_4\}$. Пусть $H_1 = \{(1), (12)(34)\}$, $H_2 = \{(1), (13)(24)\}$, $H_3 = \{(1), (14)(23)\}$. Имеет ли место равенство $(H_1 + H_2) \cap H_3 = (H_1 \cap H_3) + (H_2 \cap H_3)$?

Вычислим: $(H_1 + H_2) \cap H_3 = H_3$, $(H_1 \cap H_3) + (H_2 \cap H_3) = e$. Так как $H_3 \neq e$, то решетка $\langle L(V_4), +, \cap \rangle$ не дистрибутивна.

Литература

1. Крылов, П.А. Упражнения по группам, кольцам и полям / П.А. Крылов, А.А. Туганбаев, А.Р. Чехлов. Томск : Изд-во Том. гос. ун-та, 2008. 482 с.
2. Скорняков, Л.А. Элементы теории структур / Л.А. Скорняков. М. : Наука, 1970. 148 с.
3. Скорняков, Л.А. Элементы общей алгебры / Л.А. Скорняков. М. : Наука, 1983. 272 с.

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА ДЕДЕКИНДОВОЙ РЕШЕТКИ

Е. С. Захарова

Томский государственный педагогический университет

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доцент А.И. Забарина

Истоки теории решеток (структур) относятся к середине XIX в. Строгое определение решетки было сформулировано Р. Дедекиндом в работах 1894 и 1897 г. Как самостоятельное направление алгебры эта теория сформировалась в 30-х гг. XX в.

В данной работе мы рассмотрим некоторые свойства одного из наиболее важных классов решеток – дедекиндовых. Доказанные ниже утверждения приведены в качестве задач в [1, с. 34; 2, с. 119; 3, с. 75].

Определение 1. Структура $\langle L, +, \cdot \rangle$ называется дедекиндовой (или модулярной), если для любых $a, b, c \in L$, где $a \leq c$, справедлив модулярный закон: $(a + b)c = a + bc$.

Одним из простейших примеров дедекиндовой решетки является структура всех подпространств линейного пространства: $\langle L(V), +, \cap \rangle$. Докажем это. Пусть T, S, U – подпространства линейного пространства, такие, что $T \subseteq S$. Убедимся, что $(T + U) \cap S = T + U \cap S$.

1. Возьмем произвольный элемент из левой части равенства и покажем, что он принадлежит правой части:

$a \in (T + U) \cap S \Rightarrow a \in (T + U) \wedge a \in S$. Так как $a \in (T + U)$, то $a = t + u$, где $t \in T, u \in U$. По условию $T \subseteq S$, т. е. $t \in S$. Следовательно, $u = (a - t) \in S$. Отсюда: $u \in U \cap S$. Значит, $a \in T + (U \cap S)$.

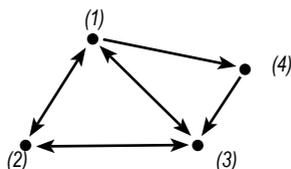
Обратное включение доказывается аналогично.

Для того, чтобы привести более сложные примеры дедекиндовых структур, докажем теорему.

Теорема 1. Следующие свойства структуры $\langle L, +, \cdot \rangle$ эквивалентны:

- (1) $\langle L, +, \cdot \rangle$ – дедекиндова;
- (2) $ab + ac = a(b + c)$;
- (3) если $a \geq b$ и для некоторого $c \in L$ справедливо $a + c = b + c, ac = bc$, то $a = b$;
- (4) если $a \leq c \leq a + b$, то $a + bc = c$.

Схема доказательства теоремы приведена на графе.



Приведем один из фрагментов доказательства. Докажем равносильность утверждений (1) и (3).

1. Пусть дано, что решетка L – дедекиндова, $a \geq b$ и для некоторого $c \in L$ справедливо $a + c = b + c, ac = bc$. Тогда $b = b + bc = b + ac = a(b + c) = a(a + c) = a$.

2. Дано, что выполняется (3). Докажем, что L – дедекиндова.

Положим $x \leq z$. Убедимся, что $(x + y)z = x + yz$.

В каждой решетке [3, с. 68]: $xz + yz \leq (x + y)z$. Обозначим $xz + yz = a, (x + y)z = b$. Согласно (3), если существует элемент c , такой, что $a + c = b + c, ac = bc$, то $b = a$.

Покажем, что $c = y$. Имеем:

$$a + y = xz + yz + y = xz + y = x + y; \quad (1)$$

$b + y = (x + y)z + y = xz + yz + y = x + y$. Следовательно,

$$b + y \leq x + y. \quad (2)$$

С другой стороны, $b + y = (x + y)z + y \geq xz + yz + y = x + yz + y = x + y$. То есть,

$$b + y \geq x + y. \quad (3)$$

Из (2) и (3) следует, что $b + y = x + y$. Используя (1), имеем $a + y = b + y$. Аналогично, $ay = (x + yz)y \leq (z + yz)y = yz$;

$$ay = (x + yz)y \geq yz, \text{ так как } \begin{cases} y \geq yz, \\ x + yz \geq yz. \end{cases}$$

Следовательно, $ay = yz$.

С другой стороны, $by = (x + y)zy = yz$. То есть $ay = by$ и $a + y = b + y$.

Согласно утверждению (3), получаем, что $a = b$, т. е. $xz + yz = (x + y)z$.

Так как $x \leq z$, то $(x + y)z = x + yz$. Доказали, что решетка L – дедекиндова.

Используя доказанную теорему, приведем некоторые примеры и контрпримеры дедекиндовых решеток.

Пример 1. Докажем, что множество всех нормальных делителей $L_\Delta(G)$, произвольной группы G образует дедекиндову решетку относительно операций умножения и пересечения.

1) Убедимся, что пересечение двух нормальных делителей группы G – нормальный делитель группы G .

Пусть $H_1 \triangleleft G$, $H_2 \triangleleft G$, покажем, что $H_1 \cap H_2 \triangleleft G$. Действительно, $h \in H_1 \cap H_2 \Rightarrow h \in H_1$ и $h \in H_2 \Rightarrow g^{-1}hg \in H_1$ и $g^{-1}hg \in H_2 \Rightarrow g^{-1}hg \in H_1 \cap H_2$. Учитывая, что пересечение двух подгрупп – подгруппа, получаем $H_1 \cap H_2 \triangleleft G$.

2) Докажем, что $H_1 H_2 \triangleleft G$. Так как произведение двух подгрупп не всегда является подгруппой, то сначала докажем, что $H_1 H_2$ – подгруппа G . Обозначим $H_1 H_2 = H$. Пусть $a \in H$, $b \in H$. Убедимся, что $ab^{-1} \in H$.

Имеем, $a = h_{11} h_{21}$, $b = h_{12} h_{22}$. Тогда, $ab^{-1} = h_{11} (h_{21} h_{22}^{-1}) h_{12}^{-1} = h_{11} h_{23} h_{12}^{-1} = h_{11} (h_{12}^{-1} h_{12}) h_{23} h_{12}^{-1} = (h_{11} h_{12}^{-1}) (h_{12} h_{23} h_{12}^{-1}) = h_{13} h_{24} \Rightarrow ab^{-1} \in H$.

Покажем, что подгруппа $H \triangleleft G$. Воспользуемся критерием нормального делителя.

Пусть $h_1 h_2 \in H$. Докажем, что $g^{-1}(h_1 h_2)g \in H$. Так как $h_1 \in H_1, h_2 \in H_2 \Rightarrow g^{-1}h_1g \in H_1, g^{-1}h_2g \in H_2 \Rightarrow (g^{-1}h_1g)(g^{-1}h_2g) \in H \Rightarrow g^{-1}h_1(gg^{-1})h_2g = g^{-1}h_1h_2g \in H$.

Мы показали, что $\langle L_\Delta(G), \cdot, \cap \rangle$ – решетка, где $\sup\{H_1, H_2\} = \langle H_1, H_2 \rangle = H_1 H_2, \inf\{H_1, H_2\} = H_1 \cap H_2$.

3) Воспользуемся утверждением 4 теоремы 1 и докажем, что наша решетка дедекиндова.

Пусть $H_1 \subset H_2 \subset H_1 H_3$. Покажем, что $H_2 = H_1(H_3 \cap H_2)$:

а) возьмем $h \in H_1(H_3 \cap H_2) \Rightarrow h = h_1 h'$, где $h_1 \in H_1, h' \in H_3 \cap H_2$. По условию, $H_1 \subset H_2$. Тогда $h_1 \in H_2 \Rightarrow h \in H_2$;

б) имеем $h \in H_2$. Так как $H_2 \subset H_1 H_3$, то

$$h = h_1 h_3, \quad (*)$$

где $h_1 \in H_1$ и $h_3 \in H_3$.

Докажем, что $h_3 \in H_2$. Выразим h_3 из (*): $h_3 = h_1^{-1} h$, где $h_1^{-1} \in H_2$; так как $H_1 \subset H_2$, и $h \in H_2 \Rightarrow h_3 \in H_2$. Значит, $h_3 \in H_3 \cap H_2$. Следовательно, $h \in H_1(H_3 \cap H_2)$.

Таким образом, решетка $\langle L_\Delta(G), \cdot, \cap \rangle$ является дедекиндовой.

Отсюда следует, что если группа абелева, то все ее подгруппы образуют дедекиндову решетку.

Достаточно заметить, что в абелевой группе для каждой подгруппы $gH = Hg$, т. е. каждая подгруппа является нормальным делителем.

Теорема 2. Пусть G – конечная группа. Если порядок G равен произведению двух различных простых чисел p и q , то все ее подгруппы также образуют дедекиндову решетку.

Доказательство. Пусть A, B, C – произвольные подгруппы G , такие, что $A \subset C \subset \langle A, B \rangle$. Тогда, согласно теореме 1 (п. 4), достаточно убедиться $C = \langle A, B \cap C \rangle$. По теореме Лагранжа подгруппы группы G могут иметь мощность: $1, p, q, pq$. Рассмотрим 3 случая.

1) $|A| = 1 \Rightarrow A = \{e\}$. Тогда имеем $A \subset C \subset B$. В этом случае $\langle A, B \cap C \rangle = \langle e, B \cap C \rangle = B \cap C = C$, так как $C \subset B$.

2) $|A| = pq$, т. е. $A = G$. Так как $A \subset C \subset \langle A, B \rangle$, то $C = G$ и $\langle A, B \rangle = G$. Отсюда получаем, что $\langle A, B \cap C \rangle = \langle G, B \cap G \rangle = G = C$.

3) $|A| = p$. По условию $A \subset C \Rightarrow C = G$ или $C = A$:

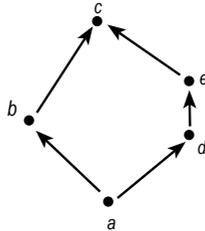
а) $C = A$. Имеем $A \subset \langle A, B \rangle$. Следовательно, $\langle A, B \cap C \rangle = \langle A, B \cap A \rangle = A = C$;

б) $C = G$. Тогда $\langle A, B \rangle = G$. Получаем, что $\langle A, B \cap C \rangle = \langle A, B \cap G \rangle = \langle A, B \rangle = G = C$.

Аналогично утверждение доказывается для $|A| = q$.

Убедимся, что для произвольной группы доказанная выше теорема неверна.

Пример 2. Рассмотрим следующий граф.



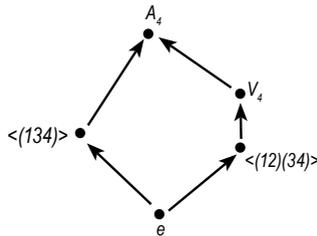
Очевидно, $\langle \{a, b, c, d, e, \langle \cdot \rangle\} \rangle$ – решетка. Однако, из неравенства $d \leq e$ не следует, что $(b + d)e = be + d$. Покажем это:

$$\begin{aligned} (b + d)e &= ce = e, \\ be + d &= a + d = d. \end{aligned}$$

Таким образом, эта решетка дедекиндовой не является.

Воспользуемся графом решетки всех подгрупп группы A_4 , приведенным на обложке книги [1].

Пусть $c = A_4$, $e = V_4$, $d = \langle (12)(34) \rangle$, $b = \langle (134) \rangle$, $a = \langle (e) \rangle$.



Таким образом, решетка всех подгрупп группы S_4 не является дедекиндовой.

Литература

1. *Крылов, П. А.* Упражнения по группам, кольцам и полям / П. А. Крылов, А. А. Туганбаев, А. Р. Чехлов. Томск : Изд-во Том. гос. ун-та, 2008. 482 с.
2. *Скорняков, Л. А.* Элементы теории структур / Л. А. Скорняков. М. : Наука, 1970. 148 с.
3. *Скорняков, Л. А.* Элементы общей алгебры / Л. А. Скорняков. М. : Наука, 1983. 272 с.

ФОРМУЛЫ ПЕРЕВОДА СТАРИННЫХ ЕДИНИЦ ИЗМЕРЕНИЯ

А. И. Иванова

*Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
средняя общеобразовательная школа № 36*

Научный руководитель – учитель математики И. В. Демчук

В своих предыдущих работах о старинных единицах измерения я рассматривала только историю происхождения и использования мер в быту. В этой новой работе я решила самостоятельно составить формулы перевода.

Цели и задачи моей исследовательской работы:

- рассмотреть и изучить историю происхождения единиц измерения, используемых в книгах Жюль Верна «Дети капитана Гранта» и «Двадцать тысяч лье под водой»;
- придумать формулы перевода старинных единиц измерения;
- расширить свой кругозор.

Но поскольку старинных единиц существует очень много, я решила использовать лишь те, которые упоминаются в столь любимых мною книгах Жюль Верна «В поисках капитана Гранта» и «Двадцать тысяч лье под водой».

Морская миля – единица измерения расстояния, применяемая в мореплавании и авиации. Первоначально морская миля определялась как длина дуги большого круга на поверхности земного шара размером в одну угловую минуту. Таким образом, перемещение на одну морскую милю вдоль меридиана примерно соответствует изменению географических координат на одну минуту широты. По современному определению, международная морская миля равна ровно 1 852 метрам.

Ярд – британская и американская единица измерения расстояния. Сейчас метрический ярд равен трем метрическим футам (36 дюймам) или 0,9144 метра. Не входит в СИ. Существует несколько версий происхождения названия и величины ярда. Большая мера длины, названная ярдом, была введена английским королем Эдгаром и равнялась расстоянию от кончика носа его величества до кончика среднего пальца вытянутой в сторону руки. Как только сменился монарх, ярд стал иным – удлинился, так как новый король был более крупного телосложения, чем его предшественник. Затем, при следующей смене короля, ярд снова стал короче. Такие частые изменения единицы длины вносили невероятную путаницу. По другим версиям ярд – окружность талии монарха или длина его меча. Было предпринято несколько попыток стандартизации величины ярда, таким образом, в разное время ярд имел разную длину. Современный ярд является компромиссом между британским и американским стандартами и откалиброван с привязкой к метру.

Фут (ступня, «равный длине ступни короля») – единица измерения расстояния, точное линейное значение которого различается в разных странах. Не входит в СИ. Обычно под футом понимают так называемый «международный», или «английский» фут, который равен 12 международным дюймам и с 1958 г. привязан к метрической системе. До введения метрической системы фут определялся в Европе чаще как 12 дюймов/пальцев (реже 10 или 16).

Фунт (от *лат.* *pondus* – вес, гиря) – единица измерения массы. Термин происходит от *лат.* *pondus* – вес. Исторически использовался во многих европейских странах, причем в эпоху феодальной раздробленности в некоторых странах (например, во Франции) его значение имел право устанавливать каждый феодал, поэтому даже в начале XVIII в. в Европе было более 100 разных фунтов. Фунт (*англ.* *round*, сокращение *lb*) – одна из наиболее распространенных единиц массы в англоязычных странах (США, Великобритания и др), существовало несколько фунтов (тройский, лондонский, башенный и др.). Сейчас метрический фунт соответствует:

- в английской системе мер 1 фунт = 16 унциям = 7000 гранов;
- в метрической системе 1 фунт = 0,45359237 кг.

Пипа (пайп, ботт) – мера объема, применяемая к вину и пиву в Северной Америке, Великобритании, а также (в прошлом) в Португалии и Испании. Размер зависит (или зависел) как от местной традиции, так

и от вида напитка. Величина пипы вина находится, согласно разным источникам, в пределах от 450 до 486 литров. По поводу пива разные источники сообщают совсем разные цифры, так что понять ничего невозможно, кроме того, что объем пипы пива нигде не был равен объему пипы вина, как и вообще величина всех единиц с одинаковыми названиями. Пипа (*англ.* pipe: пайп, или butt ← *фр.* botte) – старая английская мера вина, около 477 литров. В Британской империи равна 105 галлонам. В США она имеет чуть меньший размер, хотя равна 126 галлонам – тамошние галлоны мельче. В обоих случаях пипа (ботт) равна половине тана и двум хогсхедам. Пипа (pira) в Португалии и Испании для вина.

Арроба (*исп.* arroba) – традиционная иберийская мера веса и объема; сокращенно обозначается символом @. Название происходит от арабского слова ар-руб, что значит «четверть». В Испании исторически была равна 25 кастильским фунтам (11,5023 кг), в Португалии – 32 португальским фунтам (14,688 кг). После перехода на метрическую систему мер, эта единица измерения массы утратила популярность и была привязана к килограммам, причем в разных странах и регионах это произошло по-разному. В Валенсии арроба стала равна 13 кг, в Арагоне – 12,5 кг, в Перу и в Эквадоре – 11,5 кг. В Португалии и в Бразилии после перехода на метрическую систему арроба стала равна 15 кг.

Узел – единица измерения скорости, равная одной морской миле в час. Так как существуют разные определения морской мили, соответственно, и узел может иметь разные значения. По международному определению, один узел равен 1,852 км/ч (точно) или 0,514(4) м/с. Эта единица измерения, хотя и является внесистемной, допускается для использования наряду с единицами СИ. Происхождение названия связано с принципом использования секторного лага. Скорость судна определялась как число узлов на линии (тонкий трос), прошедших через руку измеряющего за определенное время (обычно 15 секунд или 1 минута). При этом расстояние между соседними узлами на линии и время измерения были подобраны с таким расчётом, что это количество численно равнялось скорости судна, выраженной в морских милях в час. Узел и международная морская миля широко используются в морском и воздушном транспорте. Узлы считались самым распространенным измерением в Англии до 1965 г., но позже они стали именоваться милями.

Льё или лье – старинная французская единица измерения расстояния. Сухопутное лье равно 4445 метрам (1/25 градуса меридиана;

4,16 версты), морское – 5 557 метрам (1/20 градуса меридиана), почтовое – 3 898 метрам.

Градус Цельсия (обозначение °C) – широко распространенная единица измерения температуры, применяется в СИ. Градус Цельсия назван в честь шведского ученого Андерса Цельсия, предложившего в 1742 г. новую шкалу для измерения температуры.

Градус Фаренгейта – единица измерения температуры с линейной шкалой. Долгое время шкала Фаренгейта была основной в англоговорящих странах, но в конце 1960-х – начале 1970-х гг. она была практически вытеснена шкалой Цельсия. Только в США и Белизе шкала Фаренгейта до сих пор широко используется в бытовых целях. Шкала названа в честь предложившего ее в 1724 г. немецкого ученого Габриеля Фаренгейта.

Лошадиная сила (л. с.) – внесистемная единица мощности. В мире существует несколько единиц измерения под названием «лошадиная сила». В России, как правило, под лошадиной силой имеется в виду так называемая «метрическая лошадиная сила», равная примерно 735 ватт. В настоящее время в России формально лошадиная сила выведена из употребления, однако до сих пор применяется для расчета транспортного налога. В России и во многих других странах она все еще очень широко распространена в автомобильной среде. В Международной системе единиц (СИ) официально установленной единицей измерения мощности является ватт. В английской («Имперской») системе мер, единицей измерения мощности считается фунто-фут в секунду, но в реальности в Англии он уже не используется, а в США – используется исключительно редко.

Приблизительно в 1789 г. шотландский инженер и изобретатель Джеймс Уатт ввел термин «лошадиная сила», чтобы показать, работу скольких лошадей способны заменить его паровые машины. В частности, утверждается, что одну из первых машин Уатта купил пивовар, чтобы заменить ею лошадь, которая приводила в действие водяной насос. Наблюдая за традиционным источником энергии – лошадью, Уатт пришел к выводу, что в среднем за минуту она поднимает груз в 180 фунтов на 181 фут. Округлив расчеты в фунто-футах за минуту, он решил, что лошадиная сила будет равна 33 000 этих самых фунто-футов в минуту.

Сажень, или сажень – старорусская единица измерения расстояния. С введением в 1924 г. в СССР метрической системы мер вышла из употребления. Сажень (или прямая сажень) первоначально означало рас-

стояние, на которое можно шагнуть (по другой версии была равна расстоянию от конца пальцев одной руки до конца пальцев другой). Само слово «сажень» по одной версии происходит от глагола «сягать» (доставать до чего-либо, хватать, достигать, ср. также: «досягать», «досягаемый»), который, в свою очередь, произошел от старославянского *сѣгнѣти* – «протягивать руку»). По другой версии название происходит от славянского слова «сяг» – шаг. В Древней Руси применялась не одна, а множество разных сажений.

Также в «Двадцати тысячах лье под водой» мы встречаем такую меру как туаз. Туаз – французская единица длины, используемая до введения метрической системы:

$$1 \text{ туаз} = 1,949 \text{ м};$$

$$1 \text{ туаз} = 6 \text{ парижских футов} = 72 \text{ дюйма} = 864 \text{ линии}.$$

Узаконенная длина туаза была изготовлена в 1735 г. механиком Ланглуа из железа.

Слово «туаз» произошло от *лат.* «вытягивать» через французское «протягивать». В основе меры лежит расстояние между кончиками пальцев вытянутых рук человека (ср. сажень – от «сягать»).

Мириаметр – это единица длины, равная 10 км.

В этих формулах: A – все значение иностранной меры; далее значение этой меры на один грамм; B – значение в современной единице.

Мера	Формула
Морская миля	$A = 1852 \times B$
Ярд	$A = 0,9144 \times B$
Фут	$A = 0,3048 \times B$
Фунт	$A = 0,45359237 \times B$
Пипа	$A = 477 \times B$
Арроб	$A = 13 \times B$
Сажень	$A = 2,16 \times B$
Градус Фаренгейта	
Лье	$A = 5557 \times B$
Туаз	$A = 1,949 \times B$
Мириаметр	$A = 10 \times B$
Градус Цельсия	

Также одним из результатов моей работы стали придуманные мною задачи, которые решаются с помощью формул. Ход решения прост:

всего в одно действие при условии известности всех остальных компонентов. Вот некоторые из этих задач:

Задача № 1. Купец должен заполнить документы для проезда через границу. Для этого нужно перевести расстояние в 260 км перевести в местную единицу измерения – ярды. Помогите ему сделать это.

Решение: $260 \times 0,9144 = 237,744$ ярдов.

Задача № 2. Дима задумал написать другу из Америки о том, что его собака весит 48 кг. Но он хочет доставить ему удовольствие знанием американских единиц измерения и написать число в пипах. Попробуйте и Вы сделать такой перевод.

Решение: $48 \times 477 = 22\,896$ пип.

Формулы помогают без особого труда просто и удобно перевести одну меру в современное исчисление. Не смотря на несомненную пользу в использовании формул, они отсутствуют в книгах и Интернете. Данная работа позволит облегчить проблемы, связанные с переводом различных единиц измерения.

Литература

1. Верн, Ж. Двадцать тысяч лье под водой : роман / Ж. Верн ; пер. с фр. М. : Мир книги, Литература, 2006. 400с.

2. Верн, Ж. Дети капитана Гранта / Ж. Верн ; пер. А. Бекетовой. М. : Изд-во «Эксмо», 2005. 640 с., ил.

3. Алгебра: учебник для 7-го класса общеобразовательных учреждений / Ю.Н. Макарычев. М. : Просвещение, 2003.

4. URL: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Фут.htm>

5. URL: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Ярд.htm>

6. URL: <http://www.proseptic.ru/information/slovar-s/sazhen.htm>

О ВПОЛНЕ УПОРЯДОЧЕННЫХ МНОЖЕСТВАХ

Е. Ю. Ивочкина, А. И. Забарина

Томский государственный педагогический университет

Напомним, что упорядоченное множество $\langle A, < \rangle$ называется вполне упорядоченным, если каждое его непустое подмножество обладает наименьшим элементом.

Относительно естественного порядка среди классических систем $\langle N, < \rangle$, $\langle Z, < \rangle$, $\langle Q, < \rangle$, $\langle R, < \rangle$ только натуральные числа образуют вполне упорядоченное множество.

Как можно построить другие примеры вполне упорядоченных множеств? Какими свойствами они обладают?

Постараемся в какой-то мере ответить на эти вопросы. Утверждения, доказанные в работе, предложены в качестве задач в [1], [2], [3].

Теорема 1. Пусть $\langle A, < \rangle$ линейно упорядоченное множество, тогда следующие три утверждения эквивалентны:

(1) Каждое непустое подмножество множества A обладает наименьшим элементом.

(2) Не существует бесконечно убывающей цепочки элементов множества $\langle A, < \rangle$ $a_0 > a_1 > a_2 > \dots$ или, другими словами, если $b_0 \geq b_1 \geq b_2 \geq \dots$ ($b_i \in A$), то существует b_k такой, что $b_k = b_{k+1} = b_{k+2} = \dots$

(3) Пусть $P(x)$ – одноместный предикат, заданный на множестве A , тогда высказывание $\forall x[\forall y(y < x \rightarrow P(y)) \rightarrow P(x)] \rightarrow \forall xP(x)$ истинно.

Доказательство:

(1) \rightarrow (2). Предположим, что во множестве $\langle A, < \rangle$ бесконечно убывающая цепочка существует: $a_0 > a_1 > a_2 > \dots$. Тогда рассмотрим множество $A^1 = \{a_0, a_1, a_2, \dots\}$: так как $A^1 \subset A$, то A^1 обязано обладать наименьшим элементом. Пришли к противоречию.

(2) \rightarrow (1). Пусть $B \subset A \wedge B \neq \emptyset$ и B не обладает наименьшим элементом. Тогда рассмотрим $b_0 \in B$: так как b_0 не является наименьшим, то в B существует элемент b_1 такой, что $b_0 > b_1$ и b_1 не наименьший в B . Рассуждая аналогично, получим бесконечно убывающую цепочку элементов B . Пришли к противоречию с (2). Значит в B есть наименьший элемент, а следовательно, A вполне упорядочено.

(1) \rightarrow (3). Пусть $\langle A, < \rangle$ вполне упорядоченное множество. Докажем, что высказывание

$$\forall x[\forall y(y < x \rightarrow P(y)) \rightarrow P(x)] \rightarrow \forall xP(x) \quad (*)$$

истинно.

Рассмотрим предикат $S(x):[\forall y(y < x \rightarrow P(y)) \rightarrow P(x)]$, тогда (*) примет вид: $\forall xS(x) \rightarrow xP(x)$. Согласно определению импликации, для того, чтобы показать истинность данного высказывания, достаточно рассмотреть случай, когда $\lambda(\forall xP(x)) = 0$. Докажем тогда, что $\lambda(\forall xS(x)) = 0$.

Итак, пусть $\lambda(\forall xP(x)) = 0$, следовательно, $P(x)$ опровержим на множестве A . Обозначим через P множество, состоящее из элементов A , на котором предикат $P(x)$ ложен: $P = \{a \in A \mid \lambda(P(a)) = 0\}$.

Согласно (1), в P существует наименьший элемент, обозначим его x_0 . Рассмотрим $S(x_0): ((\forall y(y < x_0 \rightarrow P(y))) \rightarrow P(x_0))$ и покажем, что данное высказывание ложно.

Пусть это не так. Тогда, так как $\lambda(P(x_0)) = 0$, значит $\lambda(\forall y(y < x_0 \rightarrow P(y))) = 0$. Следовательно, предикат $(y < x_0 \rightarrow P(y))$ опровержим, что говорит о том, что существует y_0 такой, что $\lambda((y_0 < x_0 \rightarrow P(y_0))) = 0$. Отсюда $\lambda(P(y_0)) = 0$, а $\lambda(y_0 < x_0) = 1$. Но тогда $y_0 \in P$ и, в тоже время, $y_0 < x_0$ — пришли к противоречию с тем, что x_0 наименьший элемент P . Значит $\lambda(S(x_0)) = 0$, следовательно, предикат $S(x)$ опровержим. По определению квантора всеобщности $\lambda(\forall xS(x)) = 0$, отсюда $\lambda(\forall xS(x) \rightarrow \forall xP(x)) = 1$.

(3) \rightarrow (1). Пусть высказывание $\forall x[\forall y(y < x \rightarrow P(y)) \rightarrow P(x)] \rightarrow \forall xP(x)$ истинно для любого предиката $P(x)$, заданного на линейно упорядоченном множестве A . Докажем, что $\langle A, < \rangle$ вполне упорядочено.

Пусть в A нашлось подмножество B такое, что в B нет наименьшего элемента. Докажем, что $B = \emptyset$.

Рассмотрим предикат $P(x): x \notin B$. Тогда (*) примет вид: $\forall x[\forall y(y < x \rightarrow y \notin B) \rightarrow x \notin B] \rightarrow \forall x(x \notin B)$

Согласно определению $P(x)$, достаточно доказать истинность высказывания $\forall xP(x)$. В виду истинности (*), достаточно убедиться в истинности посылки. Пусть $x^* \in A$ и высказывание $\forall y(y < x^* \rightarrow y \notin B) \rightarrow x^* \notin B$ ложно. Тогда $\lambda(\forall y(y < x^* \rightarrow y \notin B)) = 1$, а $\lambda(x^* \notin B) = 0$. Следовательно, $\lambda(x^* \in B) = 1$, но тогда x^* — наименьший элемент B , так как все элементы, меньшие его, не являются элементами B . Пришли к противоречию, значит $B = \emptyset$ и множество $\langle A, < \rangle$ вполне упорядочено.

Покажем, что используя вполне упорядоченность N , можно построить вполне упорядоченное множество на его декартовой степени.

Рассмотрим множество N^k и зададим на нем бинарное отношение $<$ такое, что

$$\begin{aligned} (a_1, a_2, \dots, a_k) > (b_1, b_2, \dots, b_k) &\Leftrightarrow a_k > b_k \vee (a_k = b_k \wedge a_{k-1} > b_{k-1}) \vee (a_k = \\ &= b_k \wedge a_{k-1} = b_{k-1} \wedge a_{k-2} > b_{k-2}) \vee \dots \vee (a_k = b_k \wedge a_{k-1} = \\ &= b_{k-1} \wedge a_{k-2} = b_{k-2} \wedge \dots \wedge a_2 = b_2 \wedge a_1 > b_1), \end{aligned}$$

где a_i и b_i сравнимы относительно естественного порядка на N .

Предложение 1. Множество $\langle N^3, \langle \rangle \rangle$ вполне упорядочено.

Доказательство:

1) Из определения бинарного отношения $>$ на N^3 непосредственно вытекает, что оно обладает свойствами транзитивности, связности и антисимметричности, т. е. $\langle N^3, \langle \rangle \rangle$ линейно упорядочено.

2) Покажем, что $\langle N^3, \langle \rangle \rangle$ вполне упорядочено. Согласно теореме 1, достаточно доказать, что цепочка элементов $N^3(a_{1,1}, a_{1,2}, a_{1,3}) \geq (a_{2,1}, a_{2,2}, a_{2,3}) \geq \dots$ рано или поздно стабилизируется.

Из определения порядка и того, что N вполне упорядочено, следует, что в цепочке третьих координат наших векторов $a_{1,3} \geq a_{2,3} \geq a_{3,3} \geq \dots$ существует элемент $a_{k,3}$ такой, что $a_{k,3} = a_{k+1,3} = a_{k+2,3} = \dots$

Рассмотрим теперь цепочку вторых координат, начиная с k -го номера, $a_{k,2} \geq a_{k+1,2} \geq a_{k+2,2} \geq \dots$ аналогично, в ней существует $a_{s,2}$ такой, что $a_{s,2} = a_{s+1,2} = a_{s+2,2} = \dots$

И, наконец, в цепочке первых координат, начиная с s -го номера, $a_{s,1} \geq a_{s+1,1} \geq a_{s+2,1} \geq \dots$ начиная с некоторого номера m , $a_{m,1} = a_{m+1,1} = a_{m+2,1} = \dots$ Таким образом получили цепочку $(a_{1,1}, a_{1,2}, a_{1,3}) \geq (a_{2,1}, a_{2,2}, a_{2,3}) \geq \dots \geq (a_{m,1}, a_{m,2}, a_{m,3}) = (a_{m+1,1}, a_{m+1,2}, a_{m+1,3}) = \dots$ следовательно $\langle N^3, \langle \rangle \rangle$ вполне упорядочено.

Замечание. Аналогично можно провести доказательство для N^k , а также рассмотреть случай, когда порядок задан следующим образом:

$$\begin{aligned} (a_1, a_2, \dots, a_k) > (b_1, b_2, \dots, b_k) &\Leftrightarrow a_1 > b_1 \vee (a_1 = b_1 \wedge a_2 > b_2) \vee \\ &\vee (a_1 = b_1 \wedge a_2 = b_2 \wedge a_3 > b_3) \vee \dots \vee \\ &\vee (a_1 = b_1 \wedge a_2 = b_2 \wedge a_3 = b_3 \wedge \dots \wedge a_{k-1} = b_{k-1} \wedge a_k > b_k). \end{aligned}$$

Применим свойство вполне упорядоченности N^k для решения задач:

Задача 1. Бизнесмен заключил с чертом такую сделку: каждый день он отдает черту одну монету и в обмен получает любой набор монет по своему выбору, но все эти монеты меньшего достоинства (видов монет конечное число). Менять или получать деньги в другом месте бизнесмен не может. Когда монет у бизнесмена больше не останется, он проиграет. Доказать, что рано или поздно черт выиграет, каков бы ни был начальный набор монет [1].

Доказательство. Пусть k – количество номиналов монет, имеющихся у купца, а (n_1, n_2, \dots, n_k) – последовательность монет, имеющаяся у купца до обмена, где n_1 – количество монет наименьшего номинала,

а n_k – количество монет наивысшего номинала. При каждой встрече бизнесмен обязан дать черту одну монету, а черт взамен любое количество монет, потребованных бизнесменом, меньшего достоинства. После первого обмена у купца количество монет i -го номинала уменьшилось на 1, а количество монет меньшего, чем i номинала увеличилось (возможно не всех), т.е. $(n_1, n_2, \dots, n_k) \rightarrow (m_1, m_2, \dots, n_i - 1, n_{i+1}, \dots, n_k)$, $i \leq k$, $m_s \geq n_s$, $s \in \overline{1, i-1}$. Согласно определению порядка на N^k $(n_1, n_2, \dots, n_i, \dots, n_k) > (m_1, m_2, \dots, n_i - 1, n_{i+1}, \dots, n_k)$. Например: $(6, 7, 3, 5, 8, 6) > (100, 54, 67, 4, 8, 6)$. Аналогичное неравенство имеет место после каждого обмена, т.е. имеем убывающую последовательность кортежей N^k $(n_1, n_2, \dots, n_k) > > (m_1, m_2, \dots, n_i - 1, n_{i+1}, \dots, n_k) > \dots$. Заметим, что с какого-то момента у бизнесмена останутся монеты только наименьшего номинала, а так как он обязан отдавать каждый день по монете, то настанет момент, когда монет у бизнесмена не останется, а значит он проиграет.

Например: $(6, 7, 3, 5, 8, 6) > (100, 54, 67, 4, 8, 6) > (1009, 876, 66, 4, 8, 6) > \dots > (2346, 0, 0, 0, 0) > (2345, 0, 0, 0, 0) > \dots > (0, 0, 0, 0, 0)$.

Задача 2. Рассмотрим множество всех многочленов от одной переменной x , коэффициенты которых – натуральные числа. Упорядочим его так: многочлен P больше многочлена Q , если $P(x) > Q(x)$ для всех достаточно больших x . Покажите, что это определение задает линейный порядок и что получившееся множество монотонно вполне упорядочено [1].

Доказательство. Уточним постановку задачи:

Пусть $f(x) \in R[x]$ $f(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a^{n-1} x + a_n$. Так как на числовой прямой множество корней $f(x)$ конечно, то для $f(x)$ существует $c \in R$ такое, что $\forall \alpha > c$ $f(\alpha) \neq 0$. В виду непрерывности $f(x)$ $\text{sgn } f(x)$ на промежутке $(c, +\infty)$ постоянен. Из свойств многочленов вытекает, что на $(c, +\infty)$ $\text{sgn } f(x) = \text{sgn } a_0 x^n$.

Тогда, если $a_0 \in N$, то существует $c > 0$ такое, что на $(c, +\infty)$ $\text{sgn } f(x) > 0$.

Обратимся теперь к множеству $N[x]$ и зададим отношение: $f(x) > g(x) \Leftrightarrow$ старший коэффициент разности $f(x) - g(x)$ есть число натуральное.

Очевидно, введенное отношение совпадает с отношением, указанным в формулировке задачи.

1) Покажем, что $\langle N[x], < \rangle$ линейно упорядочено.

Из теории числовых систем известно, что в кольце $Z[x]$ множество $S = \{f(x) | a_0 \in N\}$ – один из положительных конусов, следовательно множество $Z[x]$ линейно упорядочено:

$\forall_{Z(x)} f(x), g(x) f(x) > g(x) \Leftrightarrow (f(x) - g(x)) \in S$. Следовательно, так как $N[x] \subset Z[x]$, то $N[x]$ – также линейно упорядочено.

2) Покажем, что $\langle N[x], \langle \rangle$ вполне упорядочено.

Рассмотрим множество $A \neq \emptyset \wedge A \subset N[x]$ и покажем, что в нем есть наименьший элемент. Заметим, что если $\deg f(x) > \deg g(x)$, то $f(x) > g(x)$. Поэтому рассмотрим в A все многочлены наименьшей степени k . Пусть $B = \{f(x) \in A \mid \deg f(x) = k\}$. отождествим каждый многочлен $f(x) \in B$ с $(k+1)$ -мерным вектором (a_0, a_1, \dots, a_k) , координатами которого являются коэффициенты этого многочлена. Согласно определению порядка $f(x) > g(x) \Leftrightarrow a_0 > b_0 \vee (a_0 = b_0 \wedge a_1 > b_1) \vee (a_0 = b_0 \wedge a_1 = b_1 \wedge a_2 > b_2) \vee \dots \vee (a_0 = b_0 \wedge a_1 = b_1 \wedge a_2 = b_2 \wedge \dots \wedge a_{k-1} = b_{k-1} \wedge a_k > b_k)$, где a_0, a_1, \dots, a_k – коэффициенты многочлена $f(x)$, а b_0, b_1, \dots, b_k – коэффициенты многочлена $g(x)$. Таким образом порядок, заданный на B , совпадает с порядком на N^{k+1} . Следовательно множество B вполне упорядочено, а значит имеет наименьший элемент. Заметим, что если $u(x) \in A \setminus B$, а $b(x) \in B$, то $u(x) > b(x)$. Таким образом, наименьший элемент B является наименьшим элементом A , следовательно множество $N[x]$ вполне упорядочено.

Предложение 2. Объединение двух непересекающихся вполне упорядоченных множеств $\langle A, \langle_A \rangle$ и $\langle B, \langle_B \rangle$, можно вполне упорядочить.

Доказательство. Рассмотрим множество $C = A \cup B$, зададим на нем бинарное отношение

$$\prec: \forall c_1, c_2 \in C \ c_1 \prec c_2 \Leftrightarrow \begin{cases} c_1, c_2 \in A \wedge c_1 \prec_A c_2 \\ c_1, c_2 \in B \wedge c_1 \prec_B c_2 \\ c_1 \in A, c_2 \in B. \end{cases}$$

Несложно показать, что отношение \prec является порядком на C , т.е. $\langle C, \prec \rangle$ – упорядоченное множество.

Пусть $S \subset C$, $S \neq \emptyset$. Покажем, что S обладает наименьшим элементом.

1) $S \subset A$: так как A вполне упорядочено и порядок на C продолжает порядок на A – в S есть наименьший элемент.

2) $S \subset B$ – аналогично.

3) Пусть $S \cap A = S^1 \neq \emptyset \wedge S \cap B = B^1 \neq \emptyset$. Так как $A \cap B = \emptyset$, то $\forall_{S^1} a \forall_{B^1} b \ a \prec b$. С другой стороны, $S^1 \subset A$. Согласно пункту 1, в $S^1 \exists a^* \forall_{S^1} a (a^* \prec a)$. Таким образом, $\forall_{S^1} x (a^* \prec x)$. То есть, a^* – наименьший элемент S .

Следовательно, множество C вполне упорядочено.

Теперь мы можем привести еще один пример вполне упорядоченного множества.

Так как каждое подмножество вполне упорядоченного множества является вполне упорядоченным, то множество натуральных чисел, упорядоченное следующим образом: $0 < 2 < 4 < \dots < 1 < 3 < 5 \dots$ вполне упорядочено.

Обозначим это множество $\langle N, <_1 \rangle$.

Заметим, что это множество $\langle N, <_1 \rangle$ неизоморфно $\langle N, < \rangle$, так как в $\langle N, < \rangle$ для всех элементов, кроме наименьшего, существует предыдущий, а для 1, которая очевидно не является наименьшим элементом в $\langle N, <_1 \rangle$, предыдущего нет.

Литература

1. *Верещагин, Н. А.* Начала теории множеств / Н. А. Верещагин, А. Шень. М. : МЦНМО, 1999.

2. *Ершов, Ю. Л.* Математическая логика / Ю. Л. Ершов, Е. А. Палютин. М. : ФИЗМАТЛИТ, 2011.

3. *Лавров, Н. А.* Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов / Н. А. Лавров, Л. Л. Максимова. М. : Наука, 1984.

КОВАРИАНТНОЕ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ НА СУПЕРМНОГООБРАЗИЯХ

А. Н. Насибова

Томский государственный педагогический университет

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доцент О. В. Радченко

Изучение супермногообразий включает в себя математические идеи из геометрии, анализа, алгебры и топологии. В то время как основная мотивация изучения этих объектов идет из физики элементарных частиц, понятия и язык супермногообразий оказались мощным инструментом при решении проблем многих разделах теоретической физики и математики, и диапазон их применения продолжает расширяться.

Приставка «супер» используется со многими математическими объектами и обозначает расширение исходного понятия на случай, когда помимо коммутирующих переменных имеются и антикоммутирующие.

Таким образом, под супермногообразием понимается расширение классического многообразия на случай, когда среди переменных встречаются антикоммутирующие величины.

Рассмотрим ряд основных определений.

Рассмотрим антикоммутирующие величины, которые естественным образом вводятся в рамках математической конструкции, называемой грасмановой алгеброй [1].

Алгеброй Грассмана называется ассоциативная алгебра с единицей, если в ней существует система образующих, состоящая из элементов ξ_i , $i = 1, 2, \dots, q$, удовлетворяющих свойству:

$$1) \xi_i \xi_k + \xi_k \xi_i = 0, \text{ в частности } \xi_i^2 = 0. \quad (1)$$

Любой элемент алгебры Грассмана можно представить в виде:

$$f = f(\xi) = \sum_{k \geq 0} \sum_{i_1 \dots i_k} f_{i_1 \dots i_k} \xi_{i_1} \dots \xi_{i_k}, \quad (2)$$

т. е. элемент f выражается в виде полинома от образующих ξ_i .

Если слагаемые, стоящие в правой части данной записи, отличны от нуля лишь с четными k , тогда элемент f называется *четным* по отношению к системе канонических образующих ξ_i . Если же в сумме отличны от нуля слагаемые с нечетными k , то элемент f называется *нечетным* по отношению к системе канонических образующих ξ_i .

Как четные, так и нечетные элементы называются *однородными* в смысле четности.

Для однородных элементов вводится функция $\epsilon(f)$, называемая *грасмановой четностью*:

$$\epsilon(f) = \begin{cases} 0, & \text{для четных элементов,} \\ 1, & \text{для нечетных элементов.} \end{cases} \quad (3)$$

Заметим, что канонические образующие всегда нечетны.

Перейдем к рассмотрению основных определений и соотношений тензорного анализа на супермногообразиях, которые используются при проведении вычислений.

Пусть M – супермногообразие, $\dim M = N$. Рассмотрим касательное $T_p M$ и кокасательное $T_p^* M$ пространства, построенные для точки $p \in M$.

T является тензором типа (n, m) в точке p , если для всех элементов $\omega, \sigma \in T_p^*M$, всех $X, Y \in T_pM$ и всех $\alpha \in \Lambda$ оно удовлетворяет следующим мультилинейным законам:

$$\begin{aligned} \mathbf{T}(\dots\omega + \sigma\dots) &= \mathbf{T}(\dots\omega\dots) + \mathbf{T}(\dots\sigma\dots), \\ \mathbf{T}(\dots X + Y\dots) &= \mathbf{T}(\dots X\dots) + \mathbf{T}(\dots Y\dots), \\ \mathbf{T}(\dots\omega\alpha, \sigma\dots) &= \mathbf{T}(\dots\omega, \alpha\sigma\dots), \\ \mathbf{T}(\dots\omega\alpha, X\dots) &= \mathbf{T}(\dots\omega, \alpha X\dots), \\ \mathbf{T}(\dots X\alpha, Y\dots) &= \mathbf{T}(\dots X, \alpha Y\dots), \\ \mathbf{T}(\dots X\alpha) &= \mathbf{T}(\dots X)\alpha. \end{aligned} \quad (4)$$

Законом преобразования для тензора типа (n, m) в точке p при переходе от одной локальной системы координат к другой: при переходе $(x) \rightarrow (x')$ [2]

$$\begin{aligned} T_{j_1 \dots j_m}^{i_1 \dots i_n} &= T_{k_1 \dots k_m}^{l_1 \dots l_n} \frac{\partial_r x^{k_m}}{\partial \bar{x}^{j_m}} \dots \frac{\partial_r x^{k_1}}{\partial \bar{x}^{j_1}} \frac{\partial \bar{x}^{i_n}}{\partial x^{l_n}} \dots \frac{\partial \bar{x}^{i_1}}{\partial x^{l_1}} \times \\ &\times (-1)^{\left(\sum_{s=1}^{m-1} \sum_{p=s+1}^m \epsilon_{j_p} (\epsilon_{j_s} + \epsilon_{k_s}) + \sum_{s=1}^m \sum_{p=1}^m \epsilon_{j_p} (\epsilon_{i_s} + \epsilon_{l_s}) + \sum_{s=1}^{n-1} \sum_{p=s+1}^n \epsilon_{p} (\epsilon_{i_s} + \epsilon_{l_s}) \right)}. \end{aligned} \quad (5)$$

Для тензоров простейших типов закон преобразования выглядит следующим образом: соотношения (5) в простейших случаях для векторных полей и ковекторных полей имеют вид:

$$T^i = T^n \frac{\partial x^i}{\partial x^n}, \quad T_i = T_n \frac{\partial_r x^n}{\partial x^i}, \quad (6)$$

а для тензорных полей второго ранга различных типов равенства (5) записываются как

$$T^{ij} = T^{mn} \frac{\partial x^j}{\partial x^n} \frac{\partial x^i}{\partial x^m} (-1)^{\epsilon_j(\epsilon_i + \epsilon_m)}, \quad (7)$$

$$T_{ij} = T_{mn} \frac{\partial_r x^n}{\partial x^j} \frac{\partial_r x^m}{\partial x^i} (-1)^{\epsilon_j(\epsilon_i + \epsilon_m)}, \quad (8)$$

$$T_j^i = T_n^m \frac{\partial_r x^n}{\partial x^j} \frac{\partial x^i}{\partial x^m} (-1)^{\epsilon_j(\epsilon_i + \epsilon_m)}. \quad (9)$$

Из тензорного поля типа (n, m) ранга $n + m$, где $n \neq 0$, $m \neq 0$, можно построить тензорное поле типа $(n - 1, m - 1)$ ранга $n + m - 2$ сверткой одного верхнего и одного нижнего индекса по правилу, определяемому знаковым множителем в следующем выражении:

$$T_{j_1 \dots j_{q-1} i_{q+1} \dots j_m}^{i_1 \dots i_{s-1} i_{s+1} \dots i_n} (-1)^{\epsilon_i(\epsilon_{i_{s+1}} + \dots + \epsilon_{i_n} + \epsilon_{j_1} + \dots + \epsilon_{j_{q-1}} + 1)}. \quad (10)$$

В частности, для тензорных полей типа $(1, 1)$ свертка дает суперслед

$$T_i^i (-1)^{\epsilon_i}. \quad (11).$$

Из двух тензорных полей $U^{i_1 \dots i_n k}$ и $V_{j_1 \dots j_m}$ с помощью операции умножения можно построить новые тензорные поля по правилам

$$(-1)^{\epsilon(V)(\epsilon_{i_1} + \dots + \epsilon_{i_n} + \epsilon_k) + \epsilon_k} U^{i_1 \dots i_n k} V_{j_1 \dots j_m} = T_{j_1 \dots j_m}^{i_1 \dots i_n}, \quad (12)$$

которые действительно преобразуются согласно основному тензорному закону (5).

Как и в случае тензорного анализа на многообразиях [3], на супермногообразиях M можно ввести ковариантное дифференцирование (или аффинную связность) как отображение ∇ с компонентами ∇_i^j , $\epsilon(\nabla_i) = \epsilon_i$ набора тензорных полей на M самого в себя, удовлетворяющее двум требованиям: во-первых, оно должно быть тензорной операцией, действующей справа и добавляющей один нижний индекс, во-вторых, в случае, когда возможно введение локальных декартовых координат, оно должно сводиться к обычной (правой) производной.

Пусть (x) является декартовой системой координат, а (x') – произвольной системой координат. Рассмотрим векторное поле T . Тогда в системе (x) мы имеем:

$$T^i \nabla_j = T_{,j}^i, \quad (13)$$

а в координатной системе (x') , с учетом (9) и (8), мы получим:

$$\begin{aligned}
T^i \nabla_j &= (T_{,n}^m) \frac{\partial_r x^n}{\partial x^{j'}} \frac{\partial x^i}{\partial x^m} (-1)^{\epsilon_j(\epsilon_i + \epsilon_m)} = \\
&= \left(T^{k'} \frac{\partial x^m}{\partial x^{k'}} \right) \frac{\partial_r}{\partial x^n} \frac{\partial_r x^n}{\partial x^{j'}} \frac{\partial x^i}{\partial x^m} (-1)^{\epsilon_j(\epsilon_i + \epsilon_m)} = \\
&= T^{k'} \left(\frac{\partial x^m}{\partial x^{k'}} \right) \frac{\partial_r}{\partial x^n} \frac{\partial_r x^n}{\partial x^{j'}} \frac{\partial x^i}{\partial x^m} (-1)^{\epsilon_j(\epsilon_i + \epsilon_m)} + \frac{\partial_r T^{k'}}{\partial x^{j'}} \frac{\partial_r x^{j'}}{\partial x^n} \frac{\partial x^m}{\partial x^{k'}} \frac{\partial_r x^n}{\partial x^{j'}} \frac{\partial x^i}{\partial x^m} = \quad (14) \\
&= \frac{\partial_r T^{k'}}{\partial x^{j'}} \delta_j^i \delta_{k'}^i + T^{k'} \frac{\partial_r x^i}{\partial x^m} \frac{\partial_r^2 x^m}{\partial x^{k'} \partial x^{j'}} (-1)^{\epsilon_k(\epsilon_i + 1)} = \\
&= T_{,j}^i + T^{k'} \Gamma_{k'j}^i (-1)^{\epsilon_k(\epsilon_i + 1)},
\end{aligned}$$

где $\Gamma_{k'j}^i$ – компоненты аффинной связности:

$$\Gamma_{k'j}^i = \frac{\partial_r x^i}{\partial x^m} \frac{\partial_r^2 x^m}{\partial x^{k'} \partial x^{j'}}.$$

По определению они обладают свойством обобщенной симметрии по нижним индексам:

$$\Gamma_{jk}^i = \Gamma_{kj}^i (-1)^{\epsilon_k \epsilon_j}. \quad (15)$$

Аналогично, действие ковариантной производной на ковекторные поля T_i дается соотношением:

$$\begin{aligned}
T_i \nabla_j &= (T_{m,n}) \frac{\partial_r x^n}{\partial x^{j'}} \frac{\partial_r x^m}{\partial x^i} (-1)^{\epsilon_j(\epsilon_i + \epsilon_m)} = \\
&= \left(T_{,k'} \frac{\partial_r x^{k'}}{\partial x^m} \right) \frac{\partial_r}{\partial x^n} \frac{\partial_r x^n}{\partial x^{j'}} \frac{\partial_r x^m}{\partial x^i} (-1)^{\epsilon_j(\epsilon_i + \epsilon_m)} = \\
&= T_{,k'} \left(\frac{\partial_r x^{k'}}{\partial x^m} \right) \frac{\partial_r}{\partial x^n} \frac{\partial_r x^n}{\partial x^{j'}} \frac{\partial_r x^m}{\partial x^i} (-1)^{\epsilon_j(\epsilon_i + \epsilon_m)} + \quad (16) \\
&\quad + \frac{\partial_r T_{,k'}}{\partial x^{j'}} \frac{\partial_r x^i}{\partial x^n} \frac{\partial_r x^{k'}}{\partial x^{j'}} \frac{\partial_r x^m}{\partial x^i} (-1)^{\epsilon_j(\epsilon_i + \epsilon_m)} = \\
&= \frac{\partial_r T_{,k'}}{\partial x^{j'}} \delta_j^i \delta_{k'}^i + T_{,k'} \frac{\partial_r^2 x^{k'}}{\partial x^m \partial x^n} \frac{\partial_r x^n}{\partial x^{j'}} \frac{\partial_r x^m}{\partial x^i} (-1)^{\epsilon_j(\epsilon_i + \epsilon_m)} = T_{i,j'} + T_{,k'} \tilde{\Gamma}_{ij}^{k'},
\end{aligned}$$

где $\tilde{\Gamma}_{jk}^i$ – компоненты аффинной связности:

$$\tilde{\Gamma}_{jk}^i = \frac{\partial_r^2 x^i}{\partial x^p \partial x^l} \frac{\partial_r x^l}{\partial x^k} \frac{\partial_r x^p}{\partial x^j} (-1)^{\epsilon_k(\epsilon_p + \epsilon_j)}, \quad \tilde{\Gamma}_{jk}^i = -\Gamma_{jk}^i.$$

И учитывая полученное равенство, формула (16) переписывается в виде:

$$T_i \nabla_j = T_{i,j} - T_k \Gamma_{jk}^i.$$

В общем случае на произвольном супермногообразии M аффинные связности не определяются частными производными по координатам. Взятие ковариантной производной ∇ определяется как правое дифференцирование и последовательная свертка верхних и нижних индексов с компонентами связности аналогично случаю векторных и ковекторных полей.

Мы приведем здесь формулы действия ковариантной производной на произвольные тензорные поля второго ранга типа (2,0), (0,2) и (1,1):

$$T^{ij} \nabla_k = T_{,k}^{ij} + T^{il} \Gamma_{lk}^j (-1)^{\epsilon_l(\epsilon_i + 1)} + T^{lj} \Gamma_{ik}^l (-1)^{\epsilon_l \epsilon_j + \epsilon_i(\epsilon_l + \epsilon_j + 1)}, \quad (17)$$

$$T_{ij} \nabla_k = T_{ij,k} - T_{il} \Gamma_{jk}^l - T_{lj} \Gamma_{ik}^l (-1)^{\epsilon_l \epsilon_j + \epsilon_i \epsilon_j}, \quad (18)$$

$$T_j^i \nabla_k = T_{j,k}^i - T_l^i \Gamma_{jk}^l + T_j^l \Gamma_{lk}^i (-1)^{\epsilon_l \epsilon_j + \epsilon_i(\epsilon_l + \epsilon_j + 1)}. \quad (19)$$

Компоненты аффинной связности не преобразуются как компоненты смешанного тензорного поля:

$$\Gamma_{jk}^i = (-1)^{\epsilon_m(\epsilon_m + \epsilon_j)} \frac{\partial_r x^i}{\partial x^l} \Gamma_{mm}^l \frac{\partial_r x^m}{\partial x^j} \frac{\partial_r x^n}{\partial x^k} + \frac{\partial_r x^i}{\partial x^m} \frac{\partial_r^2 x^m}{\partial x^j \partial x^k}. \quad (20)$$

Если Γ_{jk}^i обладают свойством обобщенной симметрии, тогда говорят, что на M задана симметричная связность.

Ковариантная производная используется для построения, например, тензора кривизны, который играет существенную роль в различных разделах теоретической физики.

Рассмотрим супермногообразие M и будем считать, что оно оснащено симметричной связностью (ковариантной производной). Тензор

кривизны R_{mjk}^i в координатном базисе определяется действием коммутатора ковариантных производных $[\nabla_i, \nabla_j] = \nabla_i \nabla_j - (-1)^{\epsilon_j} \nabla_j \nabla_i$ на векторное поле по правилу:

$$T^i [\nabla_j, \nabla_k] = -(-1)^{\epsilon_i(\epsilon_j + \epsilon_k)} T^l R_{ljk}^i, \quad (21)$$

Непосредственное вычисление приводит к следующему виду тензора R_{ijk}^i :

$$R_{ijk}^i = -\Gamma_{ij,k}^i + \Gamma_{lk,j}^i (-1)^{\epsilon_j \epsilon_k} + \Gamma_{jn}^i \Gamma_{lk}^n (-1)^{\epsilon_j \epsilon_i} - \Gamma_{kn}^i \Gamma_{lj}^n (-1)^{\epsilon_k(\epsilon_i + \epsilon_j)}. \quad (22)$$

Коммутатор ковариантных производных удовлетворяет супертождеству Якоби:

$$[\nabla_i, [\nabla_j, \nabla_k]] (-1)^{\epsilon_i \epsilon_k} + [\nabla_k, [\nabla_i, \nabla_j]] (-1)^{\epsilon_k \epsilon_j} + [\nabla_j, [\nabla_k, \nabla_i]] (-1)^{\epsilon_j \epsilon_i} \equiv 0,$$

из которого вытекают супертождество Якоби и супертождество Бианки для тензора кривизны.

Таким образом, мы видим, что ковариантное дифференцирование позволяет определить объекты, которые играют ключевую роль в математической физике.

Литература

1. Березин, Ф. А. Введение в алгебру и анализ с антикоммутирующими переменными / Ф. А. Березин. М. : Изд-во МГУ, 1983. 208 с.
2. Лавров, П. М. Супермногообразия Федосова / П. М. Лавров, О. В. Радченко // ТМФ. 2006. Т. 149, № 2. С. 202–227.
3. Мищенко, А. С. Курс дифференциальной геометрии и топологии / А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко. М. : Изд-во МГУ, 1980. 439 с.

ИСТОРИЯ И НЕКОТОРЫЕ ИНТЕРЕСНЫЕ ФАКТЫ О ЧИСЛЕ π

М. М. Погорелова, Д. С. Воронова
Томский государственный университет
Научный руководитель – Т. В. Емельянова

Число π (произносится «пи») – математическая константа, выражающая отношение длины окружности к длине ее диаметра. Число π – иррациональное число, т. е. его значение не может быть точно выражено в виде дроби m/n , где m и n – целые числа. Следовательно, его десятичное представление никогда не заканчивается и не является периодическим. Число π также не может быть представлено как конечная последовательность алгебраических операций над целыми числами (возведение в степень, извлечение корня, суммирование и т. д.). Число π – трансцендентное, это означает, что оно не может быть корнем какого-либо многочлена с целыми коэффициентами; доказательство этого факта Ф. Линдеманом было крупным достижением математики XIX столетия.

На всем протяжении истории математики было множество попыток более точно определить и понять природу числа π , оно привлекает не только математиков. Впервые обозначением этого числа греческой буквой воспользовался британский математик Джонс (1706), а общепринятым оно стало после работ Леонарда Эйлера в 1737 [1]. Это обозначение происходит от начальной буквы греческих слов $\pi\epsilon\rho\iota\phi\epsilon\rho\epsilon\iota\alpha$ – «окружность», «периферия» и $\pi\epsilon\rho\iota\mu\epsilon\tau\rho\varsigma$ – «периметр». История числа π шла параллельно с развитием всей математики и делится на три периода: древний период, в течение которого π изучалось с позиции геометрии, классический период, следовавший за развитием математического анализа в Европе в XVII в., и период цифровых компьютеров.

То, что отношение длины окружности к диаметру одинаково для любой окружности, и то, что это отношение немногим более 3, было известно еще древнеегипетским, вавилонским, древнеиндийским и древнегреческим геометрам. Самое раннее из известных приближений датируется 1900 г. до н. э.; это $\frac{25}{8}$ (Вавилон) и $\frac{256}{81}$ (Египет), оба значения отличаются от истинного не более, чем на 1%. Индийский текст «Шатапатха Брахмана» дает π как $\frac{339}{108} \approx 3,139$ [2]. Архимед, возможно, первым предложил геометрический способ вычисления π [3]. Для этого

рукописях были обнаружены еще 15 точных цифр числа π . Лудольф за-
вещал, чтобы найденные им знаки были высечены на его надгробном
камне. В честь него число π иногда называли «лудольфовым числом»,
или «константой Лудольфа». Примерно в это же время начали разви-
ваться методы математического анализа, теория рядов и бесконечных
произведений. Первым таким представлением была формула Виета:

$$\frac{2}{\pi} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2} \dots$$

найденная им в 1593 г. [5]. Другим известным результатом стала форму-
ла Валлиса:

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{8}{7} \cdot \frac{8}{9} \dots$$

выведенная в 1655 г. [6].

Первую эффективную формулу нашел в 1706 г. Джон Мэчин (John
Machin) [7]:

$$\frac{\pi}{4} = 4 \operatorname{arctg} \frac{1}{5} - \operatorname{arctg} \frac{1}{239}.$$

Разложив арктангенс в ряд Тейлора

$$\operatorname{arctg} x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots$$

можно получить быстро сходящийся ряд, пригодный для вычисления
числа π с большой точностью.

Формулы такого типа, в настоящее время известные как формулы
Мэчина, использовались для установки нескольких последовательных
рекордов и остались наилучшими из всех известных методов для бы-
строго вычисления π в эпоху компьютеров. Эйлер, автор обозначения
 π , получил 153 верных знака. Наилучший результат к концу XIX в. был
получен англичанином Вильямом Шенксом, у которого ушло 15 лет для
того, чтобы вычислить 707 цифр, хотя из-за ошибки только первые 527

были верными. Ошибку Шенкса обнаружил один из первых компьютеров в 1948 г.; он же за несколько часов подсчитал 808 знаков числа π .

Эпоха цифровой техники в XX в. привела к увеличению скорости появления вычислительных рекордов. Джон фон Нейман и др. использовали в 1949 г. ЭНИАК (ENIAC, сокр. от Electronic Numerical Integrator and Computer – Электронный числовой интегратор и вычислитель) для вычисления 2037 цифр числа π , которое заняло 70 часов. Еще одна тысяча цифр была получена в последующие десятилетия, а отметка в миллион была пройдена в 1973 г. В начале XX столетия индийский математик Сриниваса Рамануджан обнаружил множество новых формул для π , некоторые из которых стали знаменитыми из-за своей элегантности и математической глубины. Одна из этих формул – это ряд

$$\frac{1}{\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{9801} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(4k)!(1103 + 26390k)}{(k!)^4 396^{4k}},$$

и похожая на нее, найденная братьями Чудновскими (англ.), в 1987 г.,

$$\frac{426880\sqrt{10005}}{\pi} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(6k)!(13591409 + 545140134k)}{(3k)!(k!)^3 (-640320)^{3k}},$$

который вычисляет по 14 цифр за ход [8]. Чудновские использовали эту формулу для того, чтобы установить несколько рекордов в вычислении π в конце 1980-х гг., включая то, в результате которого было получено более миллиарда (1 011 966 91) цифр десятичного разложения (1989 г.). Эта формула используется в программах, вычисляющих π на персональных компьютерах. В 1975 г. Ричард Brent (англ.) и Юджин Саламин (англ.) независимо друг от друга открыли алгоритм, который и был назван в их честь. В алгоритме используется лишь арифметика, на каждом шагу удваивается количество известных знаков. Алгоритм состоит из установки начальных значений

$$a_0 = 1, b_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}, t_0 = \frac{1}{4}, p_0 = 1$$

и итераций:

$$a_{n+1} = \frac{a_n + b_n}{2}, \quad b_{n+1} = \sqrt{a_n b_n}, \quad t_{n+1} = t_n - p_n (a_n - a_{n+1})^2, \quad p_{n+1} = 2p_n,$$

пока a_n и b_n не станут достаточно близки. Тогда оценка π дается формулой

$$\pi \approx \frac{(a_n + b_n)^2}{4t_n}.$$

При использовании этой схемы 25 итераций достаточно для получения 45 миллионов десятичных знаков. Важным развитием недавнего времени стала формула Бэйли – Боруэйна – Плаффа (Bailey – Borwein – Plouffe formula) (формула ББП), открытая Саймоном Плаффом и названная по авторам статьи, в которой она впервые была опубликована – David H. Bailey, Peter Borwein and Plouffe [9]. Эта формула,

$$\pi = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{16^k} \left(\frac{4}{8k+1} - \frac{2}{8k+4} - \frac{1}{8k+5} - \frac{1}{8k+6} \right),$$

примечательна тем, что она позволяет извлечь любую конкретную шестнадцатеричную или двоичную цифру числа π без вычисления предыдущих. С 1998 до 2000 г. распределенный проект PiHex использовал видоизмененную формулу ББП Фабриса Беллара для вычисления квадриллионного (1 000 000 000 000 000) бита числа π , который оказался нулем.

Таким образом, люди пытались узнать все больше знаков числа π после запятой. Но давайте зададимся вопросом: зачем они это делали? Ну, во-первых, для очень точных вычислений какой-нибудь орбиты спутника желательно иметь этих знаков побольше, а то можно и в Луну не попасть. Для строительства плотин и гигантских мостов тоже нужна точность. А во-вторых, и это главное, число π имеет и собственную научную ценность. В процессе вычислений этих самых знаков было открыто множество разных научных методов и областей наук. Но самое главное – в десятичной части числа π нет повторений, как в обычной периодической дроби, а число знаков после запятой у него – бесконечно. Поскольку в последовательности знаков числа π нет повторений – это значит, что последовательность знаков π подчиняется теории хаоса, точнее, число π – это и есть хаос, записанный цифрами. Более того, при желании, можно этот хаос представить графически, чтобы убедиться, что он может быть разумным.

В 1965 г. американский математик польского происхождения Станислав М. Улам (именно ему принадлежит ключевая идея конструкции термоядерной бомбы), присутствуя на одном очень длинном и очень скучном (по его словам) собрании, чтобы как-то развлечься начал писать на клетчатой бумаге цифры, входящие в число π . Поставив в центре 3 и двигаясь по спирали против часовой стрелки, он выписывал 1, 4, 1, 5, 9, 2, 6, 5 и прочие цифры после запятой. Без всякой задней мысли он попутно обводил все простые числа черными кружками. Вскоре, к его удивлению, кружки с поразительным упорством стали выстраиваться вдоль прямых; то, что получилось, очень было похоже на нечто разумное. Особенно, после того, как Улам сгенерировал на основе этого рисунка цветовую картину, с помощью специального алгоритма.

Собственно, эту картинку, которую можно сравнить и с мозгом, и со звездной туманностью, можно смело называть «мозгом числа π ». Через число π может быть определена любая другая константа, включая постоянную тонкой структуры (α), константу золотой пропорции ($f=1,618\dots$), не говоря уж о числе e – именно поэтому число π встречается не только в геометрии, но и в теории относительности, квантовой механике, ядерной физике и т. д.

Более того, недавно ученые установили, что именно через π можно определить местоположение элементарных частиц в Таблице элементарных частиц, а сообщение о том, что в недавно расшифрованном ДНК человека число π отвечает за саму структуру ДНК (достаточно сложную, надо отметить), произвело эффект разорвавшейся бомбы! Приведем мнение Чарльза Кэнтора, под руководством которого ДНК и было расшифровано: «Такое впечатление, что мы подошли к разгадке некоей фундаментальной задачи, которую нам подкинуло мироздание. Число π – повсюду, оно контролирует все известные нам процессы, оставаясь при этом неизменным! Кто же контролирует само число π ? Ответа пока нет». На самом деле, Кэнтор лукавит, ответ есть, просто он настолько невероятен, что ученые предпочитают не выносить его на широкую публику: число π само себя контролирует, оно разумно! Вздор? Не спешите. Ведь еще Фонвизин говорил, что «в человеческом невежестве весьма утешительно считать все то за вздор, чего не знаешь».

Литература

1. Эйлер, Л. Введение в анализ бесконечно малых / Л. Эйлер. М. : Физматгиз, 1961. Т. 1–2.

2. *История математики* / под ред. А. П. Юшкевича. М. : Наука, 1970–1972. Т. 1–3.
3. *Архимед*. Сочинения. М. : Физматгиз, 1962.
4. *Цейлен В. В. Б.* // Энциклопедический словарь Брокгауза и Ефрона : в 86 т. (82 т. и 4 доп.). СПб., 1890–1907. Ludolph van Ceulen. Van den Circkel Daer iu gheleerdt werdt te vinden de naeste Proportie des Circkels-diameter legen synen Omloop (Delf., 1596, в латинском переводе Виллеброрда Снеллиуса «De Circulo et adscriptis Liber», Лейден, 1619).
5. *Вьет, Ф.* The Analytic Art / Ф. Вьет ; translated by T. Richard Witmer. Kent, Ohio : The Kent State University Press, 1983.
6. *Хеллман, Х.* Валлис против Гоббса: квадратура круга / Х. Хеллман // Великие противостояния в науке. Десять самых захватывающих диспутов. М. : Диалектика, 2007.
7. *McConnell, A.* Machin, John (bap. 1686, died 1751) / A. McConnell // Oxford Dictionary of National Biography. Oxford University Press, 2004.
8. *Chudnovsky, D. V.* The computation of classical constants / D. V. Chudnovsky, G. V. Chudnovsky // Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America. 1989.
9. *Plouffe, S.* The story behind a formula for Pi / S. Plouffe // Newsgroup post to sci.math and sci.math.symbolic. 2003. June 23.

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ ВЫПОЛНИМЫХ И НЕВЫПОЛНИМЫХ МНОЖЕСТВ

С. Л. Пономарева, А. И. Забарина

Томский государственный педагогический университет

Одной из основных задач математической логики является нахождение эффективных способов решения вопроса о логическом следовании: является ли формула α логическим следствием множества формул Γ . Эта задача сводится к вопросу о выполнимости некоторого множества формул.

В работе исследуются некоторые из свойств конечных множеств хорновских дизъюнктов, а также один из алгоритмов проверки выполнимости данных множеств. Решенные задачи сформулированы в [1].

Введем несколько определений [1]:

1. *Дизъюнктом* будем называть любую элементарную дизъюнкцию, не содержащую одинаковых литер:

$$A \vee B \vee C; B \vee _C; C; \neg D.$$

2. Дизъюнкт называется дизъюнктом Хорна (или *хорновским дизъюнктом*), если он содержит не более одной положительной литеры:

$$\neg A \vee \neg B \vee \neg C; A \vee \neg B; D.$$

3. *Единичный дизъюнкт* – дизъюнкт, состоящий лишь из одной литеры.

$$\neg A; B.$$

4. *Позитивный дизъюнкт* – дизъюнкт, содержащий только положительные литеры.

$$A \vee B \vee C; D.$$

5. *Пустой дизъюнкт* – пустое множество литер. Пустой дизъюнкт обозначаем в дальнейшем символом \emptyset и считаем, что пустой дизъюнкт – тождественно ложная формула.

Пусть Δ – непустое конечное множество хорновских дизъюнктов. Рассмотрим вопрос о его выполнимости.

Обозначим $\Delta_0 = \Delta$. Заметим, что если $\emptyset \in \Delta_0$, то, по определению пустого дизъюнкта, Δ_0 невыполнимо.

Будем считать, что $\emptyset \in \Delta_0$. Пусть в Δ_0 найдутся A_i (единичный позитивный дизъюнкт) и дизъюнкт δ , такой что $\delta = \neg A_i \vee \delta^*$, где дизъюнкт δ^* , возможно, пуст. Дизъюнкт δ^* называется *резольвентой* дизъюнктов A_i и δ , $\delta^* = \text{Res}(A_i, \delta)$ [1].

Построим множество Δ_1 следующим образом: $\Delta_1 = \Delta_0 \setminus \{\delta\} \cup \{\delta^*\}$.

Рассмотрим множество Δ_1 и установим связь между Δ_0 и Δ_1 .

Свойство 1. Δ_1 – множество хорновских дизъюнктов.

Все формулы множества $\Delta_0 \setminus \{\delta\}$ содержатся во множестве Δ_0 , а значит, являются хорновскими дизъюнктами. Формула δ^* – подформула хорновского дизъюнкта δ , поэтому также является хорновским дизъюнктом.

Свойство 2. Ранг суммы всех формул Δ_1 меньше ранга суммы всех формул Δ_0 .

Количество логических связей формулы δ^* меньше количества логических связей δ .

Определение. Назовем два множества формул Γ и Γ' эквивалентными и будем писать $\Gamma \sim \Gamma'$, если каждая из формул одного из этих множеств является логическим следствием другого множества формул [1, с. 61].

Очевидно, что множества Γ и Γ' имеют одни и те же модели тогда и только тогда, когда Γ и Γ' эквивалентны.

Предложение 1. $\Delta_0 \sim \Delta_1$.

Доказательство. Для доказательства достаточно показать, что каждая модель множества Δ_0 является моделью множества Δ_1 и наоборот: каждая модель Δ_1 является моделью Δ_0 .

Пусть ϕ – произвольная модель множества Δ_0 . Значит, каждая формула из множества Δ_0 в этой модели принимает значение, равное 1. Все

формулы Δ_i , кроме $\delta^* = \text{Res}(A_i, \neg A_i \vee \delta^*)$, принадлежат Δ_0 . Таким образом, достаточно вычислить значение дизъюнкта δ^* в интерпретации φ .

Так как $A_i \in \Delta_0$ и $\neg A_i \vee \delta^* \in \Delta_0$, то $\varphi(A_i) = 1$ и $\varphi(\neg A_i \vee \delta^*) = 1 \Rightarrow \varphi(\neg A_i) = 0 \Rightarrow \varphi(\delta^*) = 1 \Rightarrow \varphi$ – модель Δ_1 .

Аналогично доказывается обратное утверждение.

Следствие 1. Δ_0 выполнимо $\Leftrightarrow \Delta_1$ выполнимо.

Следствие 2. $\emptyset \in \Delta_1 \Rightarrow \Delta_0$ невыполнимо.

Таким образом, в этом случае ($\emptyset \in \Delta_1$) вопрос о выполнимости Δ_0 разрешен. В противном случае, применим те же рассуждения к Δ_1 и, по возможности, построим множество Δ_2 : $\Delta_2 = \Delta_1 \setminus \{\delta^1\} \cup \{\delta^{1*}\}$.

Будем продолжать процесс построения последовательности множеств хорновских дизъюнктов $\{\Delta_0, \Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_s\}$ до тех пор, пока в Δ_s не окажется пустого дизъюнкта, либо в Δ_s не найдется пары дизъюнктов, с помощью которых получается резольвента: $\Delta_s = \Delta_{s-1} \setminus \{\delta^{s-1}\} \cup \{\delta^{s-1*}\}$.

Обозначим $\Delta_s = \Delta'$, где Δ' – заключительное множество.

Обратим внимание на некоторые свойства полученных множеств:

Свойство 3. Последовательность $\Delta_0, \Delta_1, \dots, \Delta_{s-1}, \Delta'$ конечна.

Согласно свойству 2, получаем убывающую последовательность натуральных чисел.

Свойство 4. Δ выполнимо $\Leftrightarrow \Delta'$ выполнимо.

По следствию 1 Δ выполнимо $\Leftrightarrow \Delta_0$ выполнимо $\Leftrightarrow \Delta_1$ выполнимо $\Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \Delta'$ выполнимо.

Таким образом, вопрос о выполнимости множества Δ свелся к вопросу о выполнимости множества Δ' . Следующая теорема помогает в его разрешении.

Теорема 1. Δ выполнимо $\Leftrightarrow \emptyset \notin \Delta'$.

Доказательство:

1) Если Δ выполнимо, то Δ' выполнимо (свойство 4). Очевидно, что в этом случае $\emptyset \notin \Delta'$ (следствие 2).

2) Пусть $\emptyset \notin \Delta'$. Построим интерпретацию φ^* и докажем, что она является моделью Δ' .

$$\varphi^* : \varphi^*(A_i) = 1 \Leftrightarrow A_i \in \Delta' \quad (i = 1, 2, \dots, t).$$

3) Согласно алгоритму построения последовательности $\{\Delta_0, \Delta_1, \dots, \Delta'\}$, каждый из дизъюнктов Δ' имеет один из следующих видов:

- A_i (единичный позитивный дизъюнкт);
- $A_j \vee \neg B_p \vee \dots \vee \neg B_t$ (дизъюнкт содержит одну положительную переменную, которая входит в один из позитивных единичных дизъюнктов);

$\neg B_p \vee \dots \vee \neg B_i$ (дизъюнкт не содержит положительных переменных);

$\neg B_p \vee \dots \vee B_s \vee \dots \vee \neg B_i$ (дизъюнкт содержит одну положительную переменную, которая не входит ни в один из позитивных единичных дизъюнктов).

Заметим, что среди дизъюнктов Δ' нет ни одного дизъюнкта следующего вида: $\neg A_k \vee \neg B_p \vee \dots \vee \neg B_i$, поскольку, в противном случае, процесс построения последовательности множеств был бы не завершен.

4) Вычислим значение каждого из четырех дизъюнктов в интерпретации φ^* .

- $\neg \varphi^*(A_i) = 1$ по построению интерпретации φ^* ;
- $\neg \varphi^*(A_i \vee \neg B_p \vee \dots \vee \neg B_i) = 1$, так как $\varphi^*(A_i) = 1$;
- $\neg \varphi^*(\neg B_p \vee \dots \vee \neg B_i) = 1$, так как $\varphi^*(B_p) = 0, \dots, \varphi^*(B_i) = 0 \Rightarrow \varphi^*(\neg B_p) = 1, \dots, \varphi^*(\neg B_i) = 1$;
- $\neg \varphi^*(\neg B_p \vee \dots \vee B_s \vee \dots \vee \neg B_i) = 1$, аналогично пункту 3.

5) Таким образом, построенная интерпретация φ^* – модель множества $\Delta' \Rightarrow \Delta'$ выполнимо, а значит, множество Δ также выполнимо (свойство 4).

Проиллюстрируем применение описанного выше алгоритма, позволяющего ответить на вопрос о выполнимости множеств хорновских дизъюнктов.

Пример 1.

$$\Delta : \neg A \vee \neg B \vee \neg C, B \vee \neg C, C, \neg D;$$

$$\Delta_0 : C, \neg A \vee \neg B \vee \neg C, B \vee \neg C, \neg D;$$

$$\Delta_2 : C, \mathbf{B}, \neg A \vee \neg \mathbf{B}, \neg D;$$

$$\Delta_3 : C, B, \neg A, \neg D.$$

$\Delta' = \Delta_3, \emptyset \notin \Delta' \Rightarrow \Delta$ – выполнимое множество хорновских дизъюнктов $\Rightarrow \exists \varphi: \forall i A_i \in \Delta' \varphi^*(A_i) = 1$, где A_i – единичный позитивный дизъюнкт. А именно $\varphi^*: (0, 1, 1, 0)$.

Пример 2.

$$\Delta : \neg A \vee \neg B, \neg B \vee C, B, A \vee \neg C;$$

$$\Delta_0 : \mathbf{B}, \neg A \vee \neg \mathbf{B}, \neg \mathbf{B} \vee C, A \vee \neg C;$$

$$\Delta_2 : B, C, \neg A, A \vee \neg C;$$

$$\Delta_3 : B, C, \mathbf{A}, \neg \mathbf{A};$$

$$\Delta_4 : B, C, A, \emptyset.$$

$\Delta' = \Delta_4, \emptyset \notin \Delta' \Rightarrow \Delta$ – невыполнимое множество хорновских дизъюнктов.

Очевидно, что для произвольного выполнимого множества формул может существовать не одна модель. Введем понятие пересечения моделей.

Определение. Пусть Γ – произвольное множество формул логики высказываний. *Пересечением* некоторого семейства его моделей $\{\varphi_i\}_{i \in I}$ назовем интерпретацию $\varphi' = \bigcap_{i \in I} \varphi_i$, в которой для каждой пропозициональной буквы A_j мы полагаем $\varphi'(A_j) = 1$ тогда и только тогда, когда $\varphi_i(A_j) = 1$ для всех $i \in I$ [1].

Пример 3.

$$\Gamma: A, B \vee C, A \vee \neg C, A \vee B.$$

Моделями множества дизъюнктов Γ являются:

$$\varphi_1 : (1, 1, 1), \varphi_2 : (1, 1, 0), \varphi_3 : (1, 0, 1).$$

Пересечением всех трех моделей является интерпретация $\varphi' : (1, 0, 0)$.

Заметим, что пересечение произвольного семейства моделей произвольного множества формул Γ может уже не быть моделью этого множества формул (см. пример 3: интерпретация $\varphi' : (1, 0, 0)$ не является моделью множества Γ , так как дизъюнкт $B \vee C$ в этой интерпретации принимает значение, равное нулю).

Однако справедливо следующее утверждение.

Теорема 2. Пересечение произвольного семейства моделей конечного выполнимого множества хорновских дизъюнктов снова является моделью этого множества.

Доказательство:

1) Пусть Δ – конечное выполнимое множество хорновских дизъюнктов; $\{\varphi_i\}_{i \in I}$ – семейство моделей Δ ; $\varphi' = \bigcap \varphi_i$. Докажем, что интерпретация φ' – модель Δ .

2) Приведем Δ к эквивалентному множеству Δ' с помощью алгоритма, указанного выше. Согласно предложению 1, достаточно доказать, что φ' – модель Δ' . Запишем Δ' в следующем виде:

$\Delta' : \{A_1, A_2, \dots, A_k, \delta_{k+1}, \dots, \delta_s\}$, т.е. поставим на первые k мест все единичные позитивные дизъюнкты (A_1, A_2, \dots, A_k) , представленные переменными, которые мы назовем главными. Отличные от главных переменные B_1, B_2, \dots, B_r , которые входят хотя бы в один из дизъюнктов $\delta_{k+1}, \dots, \delta_s$, назовем свободными.

Покажем, что каждая из формул Δ' истинна в интерпретации φ' .

3) Воспользуемся строением множества Δ' , указанным в доказательстве теоремы 1 (пункт 3). Получаем, что достаточно рассмотреть следующие четыре случая:

1. Так как в каждой модели φ_i значения главных переменных $A_i = 1$, то по определению пересечения $\varphi'(A_i) = 1$.

2. Согласно пункту 1 $\varphi'(A_j) = 1$, следовательно $\varphi'(A_j \vee \neg B_p \vee \dots \vee \neg B_l) = 1$.

3. Каждая φ_i – модель $(\neg B_p \vee \dots \vee \neg B_l)$. Зафиксируем i_0 . $\varphi_{i_0}(B_p) = 0$, а значит по определению пересечения $\varphi'(B_p) = 0 \Rightarrow \varphi'(\neg B_p \vee \dots \vee \neg B_l) = 1$.

4. Каждая φ_i – модель $(\neg B_p \vee \dots \vee B_s \vee \dots \vee \neg B_l)$.

Если $\forall i \varphi_i(B_s) = 1$, то по определению пересечения $\varphi'(B_s) = 1 \Rightarrow \varphi'(\neg B_p \vee \dots \vee B_s \vee \dots \vee \neg B_l) = 1$.

Если же $\exists i_0: \varphi_{i_0}(B_s) = 0$, то $\exists p: \varphi_{i_0}(B_p) = 0 \Rightarrow \varphi'(B_p) = 0 \Rightarrow \varphi'(\neg B_p \vee \dots \vee B_s \vee \dots \vee \neg B_l) = 1$.

Таким образом, пересечение произвольного семейства моделей конечного выполнимого множества хорновских дизъюнктов Δ снова является моделью этого множества.

Из доказательства теоремы непосредственно следует, что при единичных значениях главных и нулевых значениях свободных переменных формулы из Δ' (а следовательно и Δ) принимают значения, равные единице.

Следствие 3. Каждое выполнимое множество хорновских дизъюнктов Δ имеет модель φ^* : $\varphi(A_i) = 1 \Leftrightarrow A_i \in \Delta' (i = 1, 2, \dots)$.

Назовем такую модель *минимальной* моделью множества Δ .

Очевидно, что пересечение всех моделей φ' множества Δ совпадает с минимальной моделью φ^* этого множества.

Проиллюстрируем полученные результаты на следующем множестве хорновских дизъюнктов.

Пример 4.

$$\Delta : \neg A \vee \neg B \vee \neg C, B \vee \neg C.$$

Множество Δ – множество хорновских дизъюнктов. Очевидно, что $\Delta' = \Delta$.

Его моделями будут следующие интерпретации:

$$\varphi_1 : (0, 0, 0), \varphi_2 : (0, 1, 0), \varphi_3 : (0, 1, 1), \varphi_4 : (1, 0, 0), \varphi_5 : (1, 1, 0).$$

Заметим, что пересечение всех моделей φ' – минимальная модель, которая в нашем случае совпадает с моделью $\varphi_1 : (0, 0, 0)$ (главные переменные отсутствуют).

Возможны 26 различных нетривиальных пересечений, покажем некоторые из них:

$$\varphi_2 \cap \varphi_3 \cap \varphi_5 = (0, 1, 0) \cap (0, 1, 1) \cap (1, 1, 0) = (0, 1, 0) = \varphi_2,$$

$$\varphi_2 \cap \varphi_4 = (0, 1, 0) \cap (1, 0, 0) = (0, 0, 0) = \varphi_1.$$

Таким образом, если в качестве произвольного множества Γ имеется конечное множество хорновских дизъюнктов, и стоит вопрос о его выполнимости, то нами обоснован один из алгоритмов ответа на него и способ нахождения одной из моделей этого множества.

В заключение приведем пример, в котором определим, выполнимо ли следующее множество хорновских дизъюнктов и, по возможности, найдем его модели.

Пример 5.

$$\Delta: \neg A_1 \vee \neg A_2 \vee \neg A_3 \vee A_4 \vee \neg A_5 \vee \neg A_6;$$

$$A_2;$$

$$\neg A_3 \vee \neg A_8 \vee \neg A_9 \vee A_{10};$$

$$A_4;$$

$$\neg A_2 \vee \neg A_5 \vee A_9;$$

$$A_5;$$

$$\neg A_2 \vee \neg A_4 \vee \neg A_5 \vee A_6;$$

$$\neg A_2 \vee \neg A_3 \vee \neg A_4 \vee \neg A_6 \vee A_7.$$

$$\Delta_0: A_2; A_4; A_5;$$

$$\neg A_1 \vee \neg A_2 \vee \neg A_3 \vee A_4 \vee \neg A_5 \vee \neg A_6;$$

$$\neg A_3 \vee \neg A_8 \vee \neg A_9 \vee A_{10};$$

$$\neg A_2 \vee \neg A_5 \vee A_9;$$

$$\neg A_2 \vee \neg A_4 \vee \neg A_5 \vee A_6;$$

$$\neg A_2 \vee \neg A_3 \vee \neg A_4 \vee \neg A_6 \vee A_7.$$

$$\Delta_4: A_2; A_4; A_5;$$

$$\neg A_1 \vee \neg A_3 \vee A_4 \vee \neg A_5 \vee \neg A_6;$$

$$\neg A_3 \vee \neg A_8 \vee \neg A_9 \vee A_{10};$$

$$\neg A_5 \vee A_9;$$

$$\neg A_4 \vee \neg A_5 \vee A_6;$$

$$\neg A_3 \vee \neg A_4 \vee \neg A_6 \vee A_7.$$

$$\Delta_6: A_2; A_4; A_5;$$

$$\neg A_1 \vee \neg A_3 \vee A_4 \vee \neg A_5 \vee \neg A_6;$$

$$\neg A_3 \vee \neg A_8 \vee \neg A_9 \vee A_{10};$$

$$\neg A_5 \vee A_9;$$

$$\neg A_5 \vee A_6;$$

$$\begin{aligned} & \neg A_3 \vee \neg A_6 \vee A_7. \\ \Delta_9: & A_2; A_4; A_5; A_6; A_9; \\ & \neg A_1 \vee \neg A_3 \vee A_4 \vee \neg A_6; \\ & \neg A_3 \vee \neg A_8 \vee \neg A_9 \vee A_{10}; \\ & \neg A_3 \vee \neg A_6 \vee A_7. \\ \Delta_{11}: & A_2; A_4; A_5; A_6; A_9; \\ & \neg A_1 \vee \neg A_3 \vee A_4; \\ & \neg A_3 \vee \neg A_8 \vee \neg A_9 \vee A_{10}; \\ & \neg A_3 \vee A_7. \\ \Delta_{12}: & A_2; A_4; A_5; A_6; A_9; \\ & \neg A_1 \vee \neg A_3 \vee A_4; \\ & \neg A_3 \vee \neg A_8 \vee A_{10}; \\ & \neg A_3 \vee A_7. \end{aligned}$$

Так как $\emptyset \notin \Delta_{12}$, то множество Δ^1 выполнимо, а значит, Δ – также выполнимое множество. Одна из его моделей – минимальная модель φ^1 : (0; 1; 0; 1; 1; 1; 0; 0; 1; 0).

Перечислим все другие модели множества Δ в виде следующей таблицы. Каждая из моделей представляет собой десятимерный вектор, координаты которого образуют строки таблицы:

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
φ_1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0
φ_2	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1
φ_3	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0
φ_4	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1
φ_5	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0
φ_6	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1
φ_7	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0
φ_8	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1
φ_9	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0
φ_{10}	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1
φ_{11}	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
φ_{12}	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0
φ_{13}	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1
φ_{14}	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0
φ_{15}	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1
φ_{16}	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0

Продолжение табл.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
φ_{17}	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1
φ_{18}	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0
φ_{19}	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
φ_{20}	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0
φ_{21}	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1
φ_{22}	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Литература

1. *Романович, В. А.* Лекции по математической логике / В. А. Романович. Томск, 2005.
2. *Тейз, А.* Логический подход к искусственному интеллекту / А. Тейз, П. Грибмон и др. М., 1990.

**СЕКЦИЯ
МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ
МАТЕМАТИКИ**

ИКТ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИИ

М. И. Баранова

Томский государственный педагогический университет

Не секрет, что изучение геометрии вызывает у многих учащихся затруднения, усвоение материала обычно строится на заучивании. Использование компьютера значительно облегчает процесс изучения геометрии через реализацию одного из принципов обучения – наглядность. Наглядность – «золотое правило дидактики» (Я. А. Коменский) составляет содержание одного из ведущих принципов обучения. Целесообразно применять компьютер на уроках геометрии в обучающем режиме и в режиме графической иллюстрации изучаемого материала. Следующим шагом в применении компьютера на уроках стал переход к созданию электронных презентаций. Демонстрационные слайды, используются при объяснении нового материала, решении задач, повторении. Использование ИКТ позволяет увеличить объем излагаемого на уроке материала без ущерба для восприятия новых знаний учащимися. Так на уроках геометрии продуктивная работа повышается за счет сокращения времени на «перерисовывание» чертежей сначала на доску, а затем в тетради учеников. В результате быстрее проходит повторение опорных знаний, и решается большее количество задач. Использование ИКТ может вдохнуть новую жизнь в планы старых уроков и увеличить мотивацию учеников. Для проведения уроков геометрии удобно использовать слайды с элементами анимации с последовательной демонстрацией по щелчку. Динамические элементы на слайдах повышают наглядность, способствуют лучшему пониманию и запоминанию учебного материала.

При проведении уроков математики используются мультимедийные презентации. На таких уроках реализуются принципы доступности, наглядности. Урок-презентация обеспечивает получение большего объема информации и заданий за короткий период. Всегда можно вернуться к предыдущему слайду (обычная школьная доска не может вместить тот объем, который можно поставить на слайд). При изучении новой темы проводится урок-лекция с применением мультимедийной презентации. Можно использовать презентацию при закреплении учебного материала, для проверки правильности выполнения задания всеми учениками класса. При проверке домашнего задания обычно много времени уходит

на воспроизведение чертежей на доске, объяснение тех фрагментов, которые вызвали затруднения. Поэтому иногда предлагается кому-нибудь из учеников подготовить домашнюю работу в виде презентации, тем самым вовлекая их в процесс самостоятельной работы. Презентацию можно использовать для устных упражнений. Такая работа позволяет увеличить объем отрабатываемого материала и выработать устойчивые навыки решения задач. Работа по готовому чертежу способствует развитию конструктивных способностей, отработке навыков культуры речи, логики и последовательности рассуждений, учит составлению устных планов решения задач различной сложности. Особенно хорошо это применять в старших классах на уроках геометрии. Можно предложить учащимся образцы оформления решений, записи условия задачи, повторить демонстрацию некоторых фрагментов построений, организовать устное решение сложных по содержанию и формулировке задач. Использование информационных технологий позволяет иллюстрировать важнейшие понятия курса геометрии на уровне, обеспечивающем качественные преимущества по сравнению с традиционными методами изучения. В их основе заложено существенное повышение наглядности, активизация познавательной деятельности ученика, сочетание механизмов вербально-логического и образного мышления. Как ранее сказано, применять компьютерные программы можно на любом этапе учебной деятельности: при изучении нового материала, закреплении, на обобщающих уроках и при повторении. Задача учителя – правильно организовать эту работу. Например, известно, как трудно даются первые уроки стереометрии в 10-м классе, так как у большинства учащихся не сформировано пространственное воображение, они «не видят» свойства геометрических пространственных фигур. На данном этапе, именно на первых уроках оказывает неоценимую помощь, обучающая программа по геометрии: «Стереометрия. Открытая математика» (Физикон). Эта программа способствует визуализации пространственных фигур, по которым можно определить свойства фигуры. Дает видение фигур как геометрических объектов, служит некоторой моделью, которую можно перемещать в пространстве, наблюдая взаимосвязь всех элементов, из которых состоит данное геометрическое тело. Формальные понятия и конструкции геометрии наполняются фактическим и наглядным содержанием.

При изучении стереометрии особенно возрастают требования к качеству и наглядности чертежа. Наиболее важные требования сводятся

к трем свойствам: верности, наглядности и простоте построения. Сюда входят выбор оптимального положения изображаемого тела, выбор ракурса и проекции, умение строить сечения и проекции на плоскость, умение выделить на пространственном чертеже плоскостную конфигурацию, дающую ключ к решению задачи.

Итак, нельзя отрицать, что ИКТ – реальность современного урока. Опыт использования компьютера на уроках математики показал, что обучающиеся более активно принимают участие в уроке, меняется отношение к работе даже у самых проблемных учеников. А от учителя требуется освоение возможностями ИКТ, тщательное продумывание содержания урока и планирование работы учеников на каждом этапе урока. Однако нельзя сказать наверняка, что результаты обучающихся значительно повысятся благодаря использованию ИКТ, но они будут больше интересоваться тем, что происходит на уроке, будут активнее работать и быстрее запоминать материал. Важно понимать, что использование ИКТ не решит всех проблем моментально.

Использование ИКТ позволяет:

- сделать процесс обучения более интересным, ярким и увлекательным за счет богатства мультимедийных возможностей современных компьютеров и новизны такой формы работы для учащихся;

- эффективно решать проблему наглядности обучения, расширить возможности визуализации учебного материала, делая его более понятным и доступным для учащихся;

- организовать самоконтроль, обучающий и итоговый контроль;

- организовывать учебно-исследовательскую деятельность учащихся (моделирование, метод проектов, разработка презентаций, публикаций и т. д.), развивая тем самым у школьников творческую активность.

Замечено, что учащиеся проявляют больший интерес к теме, когда при объяснении нового материала применяются презентации. Даже самые пассивные из них с огромным желанием включаются в работу, с интересом просматривают слайды и отвечают на вопросы. Дети с нетерпением ждут уроков, помогают готовить необходимые материалы и оборудование. Разумеется, любая презентация для детей интересна и полезна, когда она сопровождается словом учителя.

Геометрия является одной из фундаментальных учебных дисциплин для многих профилей обучения. Она нужна будущим архитекторам, строителям, химикам, чертежникам и людям других профессий.

Диагностика геометрической грамотности осуществляется с помощью задач, которые должны быть не только личностно ориентированными, но и практико ориентированными, профессионально ориентированными. Применение методов математического моделирования, использование ПЭВМ усиливает практическую направленность многих геометрических задач. В результате деятельность по изучению предмета становится более интересной, качественной и эффективной.

Каждый учебный предмет может помочь выявить и развить различные способности учащихся. Геометрия имеет большие потенциальные возможности для развития пространственного воображения, логического мышления, практических действий, связанных с моделированием геометрических и реальных объектов.

В современных условиях становится все более актуальной проблема качества среднего образования. Подготовка компетентного во всех образовательных областях выпускника зависит от многочисленных факторов, в том числе от качества математического образования.

Увеличение умственной нагрузки на уроках математики заставляет задуматься над тем, как поддержать у учащихся интерес к изучаемому предмету, их активность на протяжении всего урока. Использование же компьютера при обучении позволяет создать информационную обстановку, стимулирующую интерес и пытливость ребенка. В школе компьютер становится посредником между учителем и учеником, позволяет организовать процесс обучения по индивидуальной программе. Ученик, обучающийся за пультом компьютера, может сам выбирать наиболее удобную для него скорость подачи и усвоения материала. В этом проявляется главное преимущество компьютера в процессе обучения: он работает с каждым учеником в отдельности.

При изучении геометрического материала 5–6-х классов важно приучить учащихся находить в окружающем мире соответствующие предметы, причем своеобразие отражения математикой действительности нельзя понимать узко, только как обращение непосредственно к вещам окружающей нас действительности. Широте понимания могут помочь различного рода модели, чертежи – все материализованные реализации, а также идеальные образы, связь которых с действительностью уже воспринята учащимися.

После ознакомления с различными предметами, имеющими форму геометрических фигур, необходимо обращать внимание учащихся на

важнейшие свойства этих фигур: равномерную кривизну круга, «жесткость» треугольника (признаки будут изучены в 7-м классе), двукратную симметрию прямоугольника и т. д. Воспитание у детей привычки видеть геометрические фигуры в окружающих нас предмета имеет первостепенное значение, так как в результате дети учатся обнаруживать зависимость между геометрией и практической деятельностью людей, устанавливать источники развития научного знания. На этой ступени обучения следует обратиться к лабораторным работам, на которых приучать измерять величины, работать с картоном или бумагой для последующего конструирования различных геометрических фигур.

В 7–9-х классах, выполняя многие задания на персональном компьютере, используя его графические возможности, учащиеся способны расширить и углубить свои знания по геометрии. Кроме построения чертежей к задачам по геометрии, немаловажную роль играют преобразования фигур на плоскости, изучению которых посвящен целый раздел школьного курса геометрии. Компьютерные средства позволяют выполнять любой вид движения фигур без затруднений.

Каждый учебный предмет может выявить и развить различные способности учащихся. Геометрия имеет большие потенциальные возможности для развития пространственного воображения, логического мышления, практических действий, связанных с моделированием геометрических и реальных объектов.

Важную роль играет использование ИКТ при обучении решению геометрических задач. Чтобы добиться хороших геометрических знаний, способствующих развитию практических умений учащихся, необходимо привить им не только навыки рисования от руки, но и графического моделирования с помощью компьютера. Для того чтобы эффективно обучать решению геометрических задач учителю математики приходится ориентироваться не только на владение фундаментальными математическими основами, но и на развитие способности к обоснованию собственных методических действий, умения осуществлять педагогическую рефлексию, стремления учитывать собственные индивидуальные особенности при проектировании и планировании педагогической деятельности, необходимо уделять большое внимание компьютерной компетентности.

Учителя математики должны владеть методикой самостоятельного применения в своей повседневной работе нового учебного инструмента,

новой формы ведения урока, новых типов представления учебных материалов, эффективно и творчески использовать те обучающие продукты, которые имеются в настоящее время. При этом на уроках необходимо показать такие решения геометрических задач, которые имеют преимущества перед традиционным решением.

Необходимость включения информационных технологий в процесс обучения геометрии обусловлена несколькими причинами. Одна из них состоит в том, что применение информационных технологий во всех сферах человеческой жизнедеятельности на сегодняшний день стало необходимым условием успешного функционирования в современном информационном обществе и значит, должно касаться и школьного образования.

Вторая обусловлена предметным содержанием. На уроках геометрии учащиеся много работают с графическим изображением пространственных геометрических фигур, которые не всегда наглядно отражают их свойства. Поэтому особый интерес представляют графические редакторы, позволяющие создавать и изменять компьютерные модели геометрических объектов.

И, наконец, возможности информационных технологий в проведении компьютерного эксперимента с целью самостоятельного получения нового знания о геометрическом объекте на основе изучения компьютерной модели, делает эти технологии в процессе обучения одним из инструментов познания. Особенно следует учитывать, что современный старшеклассник отлично владеет электронными ресурсами, ИКТ, правда использует эти умения не всегда в образовательных целях.

Использование компьютера на уроке позволяет учителю создать информационную обстановку, стимулирующую интерес и пытливость учащихся, способствует повышению качества знаний, расширяет горизонты школьной математики. Кроме того, компьютер потенциально готовит учащихся к жизни в современных условиях, к анализу большого потока информации и принятию решений.

Литература

1. Беспалов, П. В. Компьютерная компетентность в контексте личностно ориентированного обучения / П. В. Беспалов // Педагогика. 2003. № 4. С. 41–45.
2. Львова, О. В. Системный подход к использованию информационно-коммуникационных технологий (ИКТ) в образовательном процессе / О. В. Львова // Вестник РУДН. 2006. № 1 (3).

3. Розов, Н. Х. Некоторые проблемы методики использования информационных технологий и компьютерных продуктов в учебном процессе средней школы / Н. Х. Розов // Информатика. 2005. № 6. С. 26–29.

4. URL: <http://edu.tomsk.ru/news/4305>

5. URL: http://files.school-collection.edu.ru/dlrstore/b20277eb-3501-4e8c-bb18-590adb91f106/Models/2_01_central_symmetry.html

ФРАКТАЛЫ, ИХ СВОЙСТВА, КОМПЬЮТЕРНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ И ПРИМЕНЕНИЕ К РЕШЕНИЮ УРАВНЕНИЙ

Р. В. Биняковский

Академический лицей

Научные руководители – канд. физ.-мат. наук ИФПМ СО РАН

А. А. Решетняк; учитель математики Г. К. Ефремова

Фрактальное множество на прямой, на плоскости, поверхности или пространстве представляет собой геометрический объект, обладающий свойством *самоподобия*, т. е. составленный из нескольких частей, каждая из которых подобна всему объекту целиком с определенным коэффициентом подобия.

Этимологически «фрактал» означает с *лат.* от *fractus*– дробленный, сломанный, разбитый, геометрически может не быть связным множеством, т. е. может обладать разрывами и потому не быть фигурой в стандартном смысле.

Среди его характерных свойств можно выделить такие, как:

- обладание некоторой нетривиальной структурой во всех масштабах;
- фрактал является самоподобным или приближенно самоподобным;
- фракталы имеют более естественную размерность большую его топологической (обычной) размерности. Это так называемая размерность Хаусдорфа – Безиковича.

Фракталы являются основными реальными объектами в естественнонаучных областях знания. Так, в физике они возникают при моделировании таких нелинейных процессов как турбулентное течение жидкости, диффузии веществ, динамики горения, моделирования погоды и т. д. Фракталы используются при моделировании различных материалов,

например, в нефтехимии и нанофизике. В биологии они применяются для моделирования популяций, для описания систем внутренних органов, в частности, системы кровеносных сосудов. К примеру, поверхность головного мозга представляет из себя именно фрактальное множество, чья площадь бесконечна, если считать, что поверхность обладает топологической размерностью 2. Наконец, последнее время фракталы стали популярным инструментом у трейдеров для анализа состояния биржевых рынков, где области хаоса меняются областями порядка [1–7].

Первым примером самоподобного множества с необычными свойствами было *множество Кантора*, предложенное в XIX в. (см. рис. 1).



Рис. 1. Множество Кантора

Здесь из единичного отрезка $C_0 = [0, 1]$ удаляется средняя треть, т. е. интервал $\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$. Оставшееся точечное множество обозначим через C_1 . Множество $C_1 = \left[0; \frac{1}{3}\right] \cup \left[\frac{2}{3}; 1\right]$ состоит из двух отрезков, в каждом из которых удалим среднюю треть, и оставшееся множество обозначим через C_2 . Повторив эту процедуру опять, удаляя средние трети у всех четырех отрезков, получаем C_3 . Дальше таким же образом получаем $C_4, C_5, C_6 \dots$. Обозначим через C пересечение всех C_i , которое называется Канторовым множеством. Размерность Хаусдорфа – Безиковича такого фрактала $\ln 2 / \ln 3 = 0,6309$, а топологическая размерность равна 0.



Рис. 2. Кривая Коха

Другим примером фрактала, получаемого из прямой, является *кривая Коха*. Для ее построения берется прямой отрезок – так называемый *инициатор*. В качества шаблона берется равносторонний треугольник (так называемый *генератор*), стороны которого равны трети длины большего отрезка. Эти треугольники добавляются к середине каждого сегмента

снова и снова. Кривая Коха имеет размерность Хаусдорфа – Безиковича $\ln 4 / \ln 3 = 1,261859$, а топологическую размерность 1.

Фракталами другого рода являются множества Мандельброта, Жю-лиа и бассейны Ньютона.

Множество Мандельброта – это фрактал, определенный как множество точек C на комплексной плоскости, для которых итеративная последовательность (с n – номером итерации) не уходит на бесконечность.

$$z_0 = 0, \quad z_{n+1} = z_n^2 + c.$$

Множество Жюлиа – это фрактал, определенный как множество точек C на комплексной плоскости, для которых итеративная последовательность не уходит на бесконечность.

$$z_{n+1} = z_n^2 + c, \quad c_0 - \text{const.}$$

Бассейны Ньютона основаны на методе Ньютона, представляюще-го собой итерационный численный метод нахождения корня заданной функции. Метод был впервые предложен английским физиком, математиком и астрономом Исааком Ньютоном (1643–1727), под именем которого и обрел свою известность. Поиск решения осуществляется путем построения последовательных приближений и основан на принципах простой итерации. Метод обладает квадратичной сходимостью. Корни по данному методу решения находятся по следующей формуле

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}, \quad x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)},$$

где x_0 – начальное приближение, $f(x)$ – уравнение заданное как функция, а $f'(x)$ – ее производная.

В работе была решена практическая задача компьютерного построения множеств Жюлиа и Мандельброта с целым и рациональным значением показателя в повторном отображении и бассейнов Ньютона. Естественно, обобщение повторных квадратичных отображений на комплексной плоскости на случай степенных и рациональных отображений были рассмотрены в литературе и геометрические свойства,

полученных фракталов изучались. С нашей точки зрения актуальной является именно задача графического представления этих множеств.

Для исследования фракталов, таким отображением, была написана авторская программа на языке C#. Для этого были использованы алгебраическая и тригонометрическая форма записи комплексных чисел, реализованные программно. Сама программа позволяет изображать обобщенные множества Мандельброта и Жюлиа, а так же бассейны Ньютона.

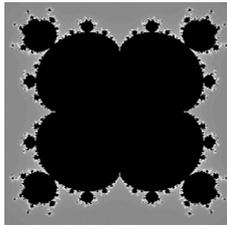


Рис. 3. Множество Мандельброта
при $z_0 = 0$, $m = 5$, $n = 1$

Она позволяет выполнять следующие функции, связанные со свойством самоподобия фракталов:

- увеличение масштаба изображения фрагмента фрактала;
- получение координаты указателя мыши на фрактале;
- сохранение полученного фрактала в отдельном файле;
- использование потоков для достижения высокого быстродействия программы.

Заключение и перспективы. В проведенном исследовании рассмотрена компьютерная реализация обобщенных геометрических множеств Жюлиа и Мандельброта при произвольном степенном и рациональном значениях $p = m/n$ в итеративном отображении: $Z_{n+1} = Z_n^p + c$, комплексной переменной z на плоскости, и бассейнов Ньютона как метода решения алгебраических уравнений высших степеней. Для наглядного представления изучаемых обобщенных множеств Жюлиа и Мандельброта, бассейнов Ньютона была написана авторская программа на объектно-ориентированном языке программирования C#.

Предполагается расширить используемый метод получения фракталов на плоскости на случай трехмерного пространства с введением в обобщенные повторные изображения так называемых гиперкомплексных чисел.

Литература

1. *Мандельброт, Б.* Фрактальная геометрия природы / Б. Мандельброт. М. : Ин-т компьютерных исследований, 2002. 656 с.
2. *Выгодский, М.Я.* Справочник по элементарной математике / М.Я. Выгодский. М. : АСТ, 2003. 160 с.
3. *Пайтген, Х.-О.* Красота фракталов. Образы комплексных динамических систем / Х.-О. Пайтген, П.Х. Рихтер. М. : Мир, 1993. 202 с.
4. *Шустер, Г.* Детерминированный хаос / Г. М. Шустер. М. : Мир, 1988. 240 с.
5. *Фоменко, А.Т.* Наглядная геометрия и топология / А.Т. Фоменко. М. : Изд-во МГУ, 1993.
6. *Федер, Е.* Фракталы / Е. Федер. М. : Мир, 1991. 261 с.
7. URL: wikipedia.org; trinitas.ru; solidstate.karelia.ru

ИЗУЧЕНИЕ ТЕМЫ «ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ»

И. С. Бурачкова

Томский государственный педагогический университет

Признаки равенства треугольников являются основным рабочим аппаратом всего курса геометрии. Доказательства большей части теорем курса строятся по схеме: поиск равных треугольников – доказательство их равенства – следствия, вытекающие из равенства треугольников. Признаки равенства треугольников открывают широкие возможности для решения задач и, таким образом, позволяют накапливать опыт доказательных рассуждений. Доказательства первого и второго признаков состоят в том, что один треугольник совмещается с другим путем наложения, а это означает, что треугольники равны по определению равенства фигур. Этот прием нагляден, понятен учащимся, вполне соответствует их представлениям о равенстве фигур.

На начальном этапе изучения признаков равенства треугольников полезно больше внимания уделять решению задач по готовым чертежам. В дальнейшем при решении задач данной главы нужно нацеливать учащихся на самостоятельное выполнение рисунка по условию задачи, что во многих случаях помогает быстрее найти и применить подходящий признак равенства треугольника.

Второй важный момент данной главы – введение нового класса задач на построение с помощью циркуля и линейки.

Назначение параграфа «Первый признак равенства треугольников» – ввести понятия треугольника и его элементов, понятия теоремы и доказательства теоремы, доказать первый признак равенства треугольников.

Понятие треугольника знакомо учащимся, поэтому изучение темы можно начать с демонстрации различных многоугольников, изготовленных из проволоки либо изображенных на плакате или классной доске. Среди них учащиеся выделяют треугольники, указывают и называют их стороны, вершины и углы. Учащиеся должны знать, что в треугольнике ABC сторона BC и угол A являются противоположными друг другу (можно сказать и так: сторона BC является противоположной вершине A), углы B и C прилежат к стороне BC , угол A заключен между сторонами AC и AB и т. д.

В связи с этим полезно выполнить следующее практическое задание:

1. Начертите треугольник ABC и проведите отрезок, соединяющий вершину A с серединой противоположной стороны.

2. Начертите треугольник MNP . На стороне MP отметьте произвольную точку K и соедините ее с вершиной, противоположной стороне MP .

3. Назовите углы:

а) треугольника DEK , прилежащие к стороне EK ;

б) треугольника MNP , прилежащие к стороне MN .

4. Назовите угол:

а) треугольника DEK , заключенный между сторонами DE и DK ;

б) треугольника MNP , заключенный между сторонами NP и PM .

5. Между какими сторонами:

а) треугольника DEK заключен угол K ;

б) треугольника MNP заключен угол N ?

Для лучшего усвоения понятий треугольника и его элементов желательно выполнить задания 87 и 88. Затем можно ввести понятие периметра треугольника и решить задачу 91 с оформлением на доске и в тетрадях учащихся.

Возможное оформление решения задачи.

Дано: $P_{ABC} = 48$ см, $AC = 18$ см, $BC - AB = 4,6$ см.

Найти: AB и BC .

Решение. Обозначим длину стороны AB в сантиметрах буквой x , тогда $BC = (x + 4,6)$ см; 48 см = $AB + AC + BC = (x + x + 4,6 + 18)$ см, откуда $2x = 25,4$ см, $x = 12,7$ см.

Итак $AB = 12,7$ см, $BC = (12,7 + 4,6)$ см = $17,3$ см.

Ответ: 12,7 см и 17,3 см.

Далее целесообразно напомнить учащимся, какие фигуры называются равными, и обратить внимание на то, что из равенства треугольников следует равенство соответствующих, т. е. совмещающихся при наложении, сторон и углов этих треугольников и что в равных треугольниках против соответственно равных сторон лежат равные углы и обратно, против соответственно равных углов лежат равные стороны. В связи с этим полезно предложить учащимся выполнить следующее задание.

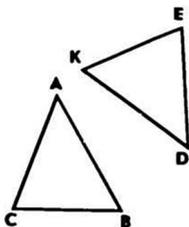


Рис. 1

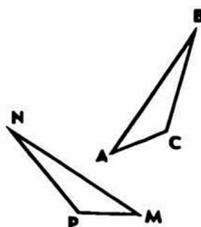


Рис. 2

На каждом из рис. 1 и 2 изображены равные между собой треугольники. Укажите соответственно равные элементы этих треугольников. Далее можно устно решить задачу 92 и следующую задачу:

Треугольники ABC и MNP равны, причем $\angle A = \angle M$, $\angle B = \angle N$ и $\angle C = \angle P$. Найдите стороны треугольника MNP , если $AB = 7$ см, $BC = 5$ см, $CA = 3$ см.

Решение. $\triangle ABC = \triangle MNP$ по условию, поэтому углы и стороны треугольника ABC соответственно равны углам и сторонам треугольника MNP . Из условия задачи следует, что соответственно равными являются стороны AB и MN , BC и NP , CA и PM . Таким образом, $MN = 7$ см, $NP = 5$ см, $PM = 3$ см.

Изучение первого признака равенства треугольников следует начать с разъяснения смысла слов «теорема» и «доказательство теоремы», поскольку с этими понятиями учащиеся встречаются впервые. Нужно отметить, что в геометрии каждое утверждение, справедливость которого устанавливается путем рассуждений, называется теоремой, а сами рассуждения называются доказательством теоремы. Полезно напомнить примеры рассуждений, проведенных ранее, и сказать, что это были доказательства теорем, хотя мы их еще так не называли. Сюда относятся

утверждение (теорема) о равенстве вертикальных углов, утверждение (теорема) о свойстве двух прямых, перпендикулярных к третьей прямой.

Перед тем как сформулировать первый признак равенства треугольников, желательно повторить с учащимися понятие равенства фигур (отрезков, углов, треугольников), используя при этом плакаты, модели и выполнить задание 89, а. Затем учителю следует сформулировать и доказать теорему, выражающую первый признак равенства треугольников. После доказательства нужно разъяснить смысл слова «признак», отметив, что доказанный признак дает возможность устанавливать равенство двух треугольников, не производя фактического наложения одного из них на другой, а сравнивая только некоторые элементы треугольника.

На начальном этапе применения первого признака равенства треугольников желательно рассмотреть как можно больше задач, решаемых по готовым чертежам. При этом полезно приучать учащихся отмечать на чертеже соответственно равные элементы и делать содержательные ссылки на признаки («треугольники равны по двум сторонам и углу между ними»), а не формальные («треугольники равны по первому признаку»). В классе рекомендуется решить задачи 93, а, б; 94, 96, 98. Проверить умение учащихся применять изученный признак при решении задач можно с помощью самостоятельной работы (III и IV варианты предназначены для более подготовленных учащихся).

Самостоятельная работа.

Вариант I.

Докажите равенство треугольников ADC и ABC , изображенных на рисунке, если $AD = AB$ и $\angle 1 = \angle 2$. Найдите углы ADC и ACD , если $\angle ACB = 38^\circ$, $\angle ABC = 102^\circ$.

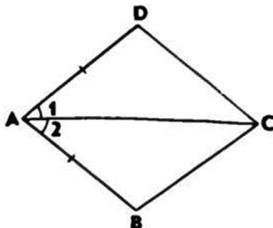


Рис. 3

Вариант II.

Докажите равенство треугольников ABC и ADC , изображенных на рис. 53 учебника, если $BC = AD$ и $\angle 1 = \angle 2$. Найдите углы ACD и ADC , если $\angle ABC = 108^\circ$, $\angle BAC = 32^\circ$.

Вариант III.

Известно, что $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$, причем $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$. На сторонах AC и A_1C_1 отмечены точки D и D_1 так, что $CD = C_1D_1$. Докажите, что $\triangle CBD = \triangle C_1B_1D_1$.

Вариант IV.

Известно, что $\triangle MKP = \triangle M_1K_1P_1$, причем $\angle M = \angle M_1$, $\angle K = \angle K_1$. На сторонах MP и M_1P_1 отмечены точки E и E_1 , так, что $ME = M_1E_1$. Докажите, что $\triangle MEK = \triangle M_1E_1K_1$.

В результате изучения параграфа учащиеся должны уметь объяснить, какая фигура называется треугольником, и назвать его элементы; знать, что такое периметр треугольника, какие треугольники называются равными, формулировку и доказательство первого признака равенства треугольников; уметь решать задачи типа 90, 92, 93, 94, 95, 97.

Второй и третий признаки равенства треугольников.

Назначение параграфа – изучить второй и третий признаки равенства треугольников и выработать навыки использования этих признаков при решении задач.

В начале первого урока по этой теме полезно решить несколько задач по готовым чертежам с целью повторения первого признака равенства треугольников:

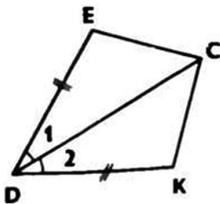


Рис. 4

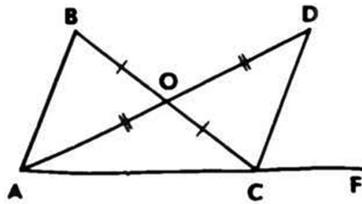


Рис. 5

1. На рис. 4: $DE = DK$, $\angle 1 = \angle 2$. Найдите EC , $\angle DCK$ и $\angle DKC$, если $KC = 1,8$ дм, $\angle DCE = 45^\circ$, $\angle DEC = 115^\circ$.

2. На рис. 5: $OB = OC$, $OA = OD$, $\angle ACB = 42^\circ$. $\angle DCF = 68^\circ$. Найдите $\angle ABC$.

Перед изучением второго признака равенства треугольников полезно предложить учащимся следующее практическое задание:

С помощью транспортира и масштабной линейки начертите треугольник ABC так, чтобы $\angle A = 46^\circ$, $\angle B = 58^\circ$, $AB = 4,8$ см.

При доказательстве второго признака желательно отметить аналогию с доказательством первого признака: в том и другом случае равенство треугольников доказывается путем такого наложения одного треугольника на другой, при котором они полностью совмещаются.

Для лучшего усвоения второго признака равенства треугольников полезно после его доказательства решить несколько задач:

1. На рис. 6: $\angle 1 = \angle 2$ и $\angle 3 = \angle 4$. Докажите, что $\triangle ABC = \triangle ADC$.
2. На рис. 7: $AC = CB$, $\angle A = \angle B$. Докажите, что $\triangle BCD = \triangle ACE$.
3. На рис. 8: луч AD – биссектриса угла BAC , $\angle 1 = \angle 2$. Докажите, что $\triangle ABD = \triangle ACD$.
4. На рис. 9: $BO = OC$, $\angle 1 = \angle 2$. Укажите равные треугольники на этом рисунке.
5. На рис. 10: $\angle 1 = \angle 2$, $\angle CAB = \angle DBA$. Укажите равные треугольники на этом рисунке.

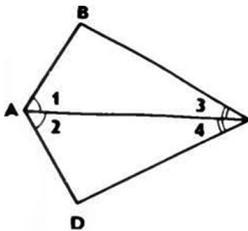


Рис. 6

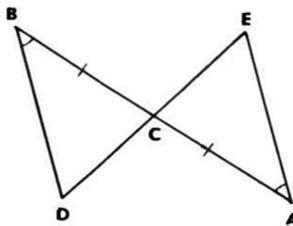


Рис. 7

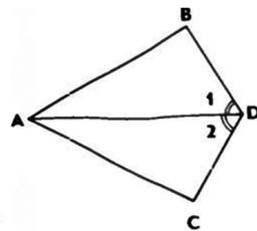


Рис. 8

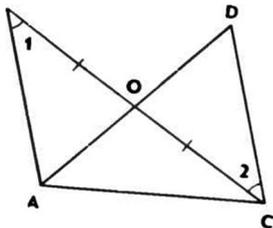


Рис. 9

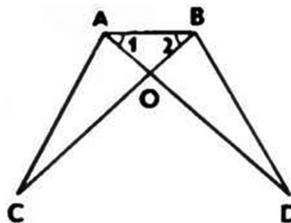


Рис. 10

Затем в классе можно решить задачи 121, 123, 126, 132. В решениях задач 127, 129–131 используются первый и второй признаки равенства треугольников; эти задачи более трудные, возможно, что кому-то из учащихся потребуется помощь учителя. Поэтому часть из них желательно решить в классе, записав решения на доске и в тетрадях.

Возможное оформление решения задачи 127:

Дано: $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$. $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $\angle B = \angle B_1$, $D \in AB$, $D_1 \in A_1B_1$, $\angle ACD = \angle A_1C_1D_1$ (рис. 11).

Доказать: $\triangle BCD = \triangle B_1C_1D_1$.

Решение: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ по двум сторонам и углу между ними ($AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$ и $\angle B = \angle B_1$ по условию), следовательно, $\angle ACB = \angle A_1C_1B_1$.

$\angle BCD = \angle ACB - \angle ACD$, $\angle B_1C_1D_1 = \angle A_1C_1B_1 - \angle A_1C_1D_1$. Так как $\angle ACB = \angle A_1C_1B_1$ и $\angle ACD = \angle A_1C_1D_1$ (по условию), то $\angle BCD = \angle B_1C_1D_1$.

$\triangle BCD = \triangle B_1C_1D_1$ по стороне и прилежащим к ней углам ($BC = B_1C_1$, $\angle B = \angle B_1$, $\angle BCD = \angle B_1C_1D_1$), что и требовалось доказать.

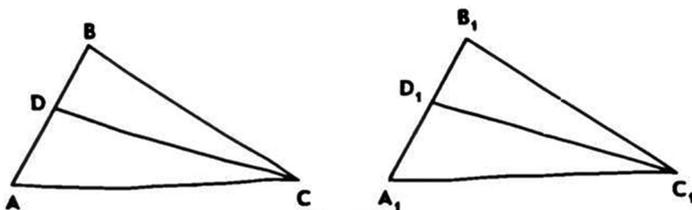


Рис. 11

Задачи 127, 129–131 могут быть использованы также в индивидуальной работе с наиболее подготовленными учащимися.

Перед изучением третьего признака равенства треугольников желательно устно по готовым чертежам решить задачи на применение первого и второго признаков равенства треугольников и свойств равнобедренного треугольника:

1. На рис. 12 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 5 = \angle 6$, $AC = 12$ см, $BD = 5$ см, $\angle 4 = 27^\circ$. Найдите AD , BC и $\angle 3$.

2. На рис. 13 $MN = NP$, $\angle NPK = 152^\circ$. Найдите $\angle NMP$. Доказательство третьего признака равенства треугольников отличается от доказательств первого и второго признаков тем, что здесь не проводится наложение одного треугольника на другой. В процессе изучения теоремы о третьем

признаке весьма полезна работа с рис. 70, б, в учебника, по которому можно показать, что в случае, когда луч C_1C совпадает с одной из сторон угла $A_1C_1A_1$ или проходит вне этого угла, доказательство проводится аналогично случаю, когда луч C_1C проходит внутри угла (рис. 70, а). Можно также после того, как доказательство теоремы изложено учителем по рис. 70, а, предложить одному из учащихся доказать третий признак равенства треугольников для случая, изображенного на рис. 70, в.

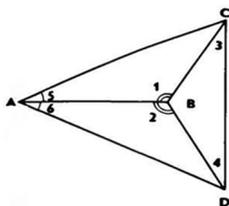


Рис. 12

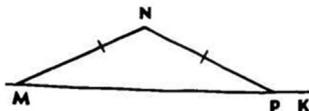


Рис. 13

Затем полезно решить устно задачи по готовым чертежам:

1. На рис. 14 $KT = DM$, $KM = DT$. Докажите, что $\triangle TKM = \triangle MDT$.
2. На рис. 15 $BC = AD$, $BE = DF$, $AE = CF$. Докажите, что: а) $\triangle ADF = \triangle CBE$; б) $\triangle ABE = \triangle CDF$.

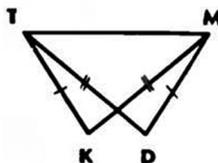


Рис. 14

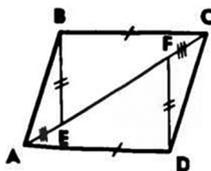


Рис. 15

После этого можно перейти к решению задач 135 (устно), 138 (записать решение на доске и в тетрадях), 139 (разобрать план решения для случая б). Задачи 140–142 могут быть использованы в индивидуальной работе с наиболее подготовленными учащимися. При решении задачи 142 учащиеся, как правило, рассматривают один из возможных случаев расположения точек A и B относительно прямой CD , поэтому желательно обратить их внимание на то, что точки A и B могут располагаться как по одну сторону от прямой CD , так и по разные стороны от нее, т. е. нужно рассмотреть два случая.

В заключение можно провести самостоятельную работу проверочного характера.

Желательно выделить время на проведение анализа решения задач этой самостоятельной работы (может быть некоторых отдельных фрагментов решения задач).

Основные требования к учащимся. В результате изучения материала учащиеся должны знать формулировки и доказательства второго и третьего признаков равенства треугольников, уметь решать задачи типа 121–123, 125, 129, 132, 136–139.

Литература

1. *Геометрия* : учебник для 7–9-х классов общеобразовательных учреждений / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др. 20-е изд. М. : Просвещение, 2010. 384 с.

2. *Погорелов, А. В.* Геометрия : 7–9-е классы / А. В. Погорелов, Л. Ю. Березина, Н. Б. Мельникова, Т. М. Мищенко, И. Л. Никольская, Л. Ю. Чернышева. 2-е изд., перераб. и оп. М. : Экзамен, 2008. 431 с.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ТЕОРИИ ГРАФОВ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

Е. С. Вагина

Томский государственный педагогический университет

Научный руководитель – канд. пед. наук, доцент А. Г. Подстригич

В наше время успех человека зависит от его способности мыслить четко, креативно, логически рассуждать и ясно излагать свои мысли. Именно поэтому развитие образного и логического мышления является основной задачей школьного курса обучения.

Считаем, что использование элементов теории графов как специального языка, инструмента поможет решить учебно-методические задачи обучения математике и повысить качество этого обучения.

Итак, целью исследования явилось введение элементов теории графов в школьный курс математики как средства развития логического и образного мышления школьников.

Задачи исследования:

– анализ понятия «мышление» в психолого-педагогической литературе;

- выявление основных положений использования графов для развития образного и логического мышления учащихся;
- разработка учебно-методических материалов с использованием элементов теории графов в школьном курсе математики;
- применение в школьной практике разработанных материалов на разных этапах урока математики.

Развитие образного и логического мышления в школе в значительной мере идет стихийно, потому большинство учеников, даже старшеклассников, не овладевает начальными приемами мышления: сравнением, анализом, синтезом, абстрагированием и конкретизацией.

Роль математики в развитии логического и образного мышления исключительно большая.

В Федеральном государственном образовательном стандарте нового поколения прописано, что главной целью обучения является формирование универсальных учебных действий, таких как: личностные, регулятивные, познавательные, коммуникативные. В соответствии стандартам познавательные универсальные действия включают: общеучебные, логические, а также постановку и решение проблемы.

К логическим универсальным действиям относятся:

- анализ объектов с целью выделения признаков (существенных, несущественных);
- синтез – составление целого из частей, в том числе самостоятельное достраивание с восполнением недостающих компонентов;
- выбор оснований и критериев для сравнения, классификации объектов;
- подведение под понятие, выведение следствий;
- установление причинно-следственных связей;
- построение логической цепи рассуждений;
- доказательство;
- выдвижение гипотез и их обоснование.

Перед учителем математики стоит задача – не просто давать знания, предусмотренные программой, а способствовать формированию высокого уровня логической культуры учащихся. Математика имеет большие возможности для реализации этой цели.

Ученик с первых дней занятий в школе встречается с учебной задачей. Принято считать, что развитию логического и образного мышления учащихся способствует решение исследовательских, нестандартных задач. Действительно, задачи такого рода вызывают у школьников

интерес, активизируют мыслительную деятельность, формируют самостоятельность, нешаблонность мышления.

Только решение трудной, нестандартной задачи приносит радость победы. При решении логических задач ученикам предоставляется возможность подумать над необычным условием, порассуждать. Это вызывает и сохраняет интерес к математике. Обдумывание задачи и попытка рассуждать, конструировать логически обоснованное решение – лучший способ раскрытия творческих способностей учеников.

Значит, для того чтобы научиться решать задачи, надо разобраться в том, что собой они представляют, как они устроены, из каких составных частей они состоят, каковы инструменты, с помощью которых производится решение задач.

Одним из таких инструментов является граф.

Графы – математические объекты, с помощью которых можно решать большое количество разнообразных, внешне не похожих друг на друга задач. Граф отличается своей наглядностью, эти модели легки для восприятия и часто допускают занимательную, игровую интерпретацию.

Правила построения графа очень простые. Рисуем модель: объекты изображаем точками, а связи между ними – линиями.

Данное исследование посвящено использованию графов в качестве некоторого вспомогательного средства, позволяющего облегчить процесс обучения математике и подготовить учеников средних классов к восприятию сложных тем в старших.

В работе рассмотрены следующие виды задач, которые решаются с помощью графа:

- задачи практического содержания;
- задачи теоретического содержания;
- задачи на движение;
- задачи математического конкурса-игры «Кенгуру»;
- компетентностные задачи;

Задача практического содержания. В пяти корзинах лежат яблоки пяти разных сортов. Яблоки первого сорта лежат в корзинах Г и Д; яблоки второго сорта – в корзинах А, Б и Г; в корзинах А, Б и В имеются яблоки пятого сорта, в корзинах В имеются к тому же яблоки четвертого сорта, а в корзине Д – третьего. Требуется дать каждой корзине номер, но так, чтобы в корзине № 1 были яблоки первого сорта (хотя бы одно), в корзине № 2 – второго и т. д.

Решение. Обозначим корзины А, Б, В, Г и Д точками, также точками обозначим сорта яблок. Линиями соединим сорта яблок с теми корзинами, в которых они лежат. Теперь нужно из десяти выбрать пять ребер, не имеющих общих вершин. Сделать это легко. Достаточно заметить, что в вершины 3 и 4 ведет по одному ребру, из вершин Д и В соответственно. Значит корзина Д получает № 3, а корзина В – № 4. Теперь замечаем, что сорт № 1 соединен с корзинами Г и Д, но корзина Д отпадает. Значит корзина Г получает № 1. Теперь рассмотрим корзины А и Б. Обе эти корзины соединены с сортами яблок № 2 и 5. Получается задача имеет два решения. Первое А – № 5, Б – № 2, В – № 4, Г – № 1 и Д – № 3. Второе А – № 2, Б – № 5, В – № 4, Г – № 1 и Д – № 3.

Задача на движение. Турист проехал 288 км. Поездом он ехал четыре часа, а на лошадях – три часа. С какой скоростью ехал турист на лошадях, если поезд шел со скоростью 60 км/ч?

Решение. $60 \times 4 = 240$ (км) – на поезде.

$288 - 240 = 48$ (км) – на лошадях.

$48/3 = 16$ (км/ч) – на лошадях.

Задача конкурса «Кенгуру». Каждый из четырех мальчиков либо всегда говорит правду, либо всегда лжет. Алекс говорит, что Ник врун, Ник говорит, что Марк врун, Марк говорит, что Ник врун, Тони говорит, что Алекс врун. Сколько всего врунов среди них?

Решение. Обозначим точками каждого мальчика. Соединим стрелками тех мальчиков, кто на кого наговаривает.

Компетентностные задачи на применение графов в различных областях науки и техники:

1. Графы и химия.
2. Графы и биология.
3. Графы и физика.
4. Графы и информация.
5. Графы и история.
6. Графы и экономика.
7. Графы и математика.

Рассмотрим задачу из экономики:

Предлагается проложить железную дорогу, которая соединит несколько крупных городов. Для любой пары городов известна стоимость прокладки пути между ними. Требуется найти наиболее дешевый вариант строительства. Продемонстрируем его на примере дороги, соединя-

ющей пять городов: A , B , C , D и E . Стоимость прокладки пути между каждой парой городов указана в таблице.

Решение.

	A	B	C	D	E
A	0	1,5	1	2	2,5
B	1,5	0	1,2	3	0,8
C	1	1,2	0	1,1	0,9
D	2	3	1,1	0	2,7
E	2,5	0,8	0,9	2,7	0

Сначала строим ту дорогу, которая имеет наименьшую стоимость. В нашем случае это маршрут $B - E$. Теперь найдем самую дешевую линию, соединяющую город B или E с каким-то из остальных городов. Это путь между E и C . Включаем его в схему. Далее поступаем аналогично – ищем самый дешевый из путей, соединяющих один из городов B , C , E с одним из оставшихся – A или D . Дешевле всего соединить его с C . Получим сеть, изображенную на рисунке.

Разработанные учебно-методические материалы могут быть использованы на разных этапах урока математики в 5–9-х классах, а также для проведения факультативных занятий по теории графов в 10–11-х классах.

Приведем содержание факультативного курса:

1. История развития понятия «графы»
2. Элементы теории графов
 - 2.1. Понятие графа
 - 2.2. Ориентированные графы
 - 2.3. Типы конечных графов
 - 2.4. Смежность, инцидентность, степени
 - 2.5. Матрицы графов
 - 2.6. Изоморфизм
 - 2.7. Планарность
 - 2.8. Маршруты, цепи, циклы и пути
 - 2.9. Связность
 - 2.10. Расстояние
 - 2.11. Эйлеровы циклы и пути
 - 2.12. Деревья и лес
 - 2.13. Операции на графах

3. Задачи теоретического содержания

4. Задачи практического содержания

Графы не входят в школьный курс математики, но их было бы интересно, познавательно рассмотреть многим учащимся и даже учителям.

Использовать графы в процессе обучения можно, даже не читая специальных курсов и факультативов. С одной стороны, задачи, решаемые с помощью графов, без сомнения, нужно использовать для развития сообразительности, логического мышления учеников на математических кружках, при подготовке к олимпиадам. С другой стороны, использование графов как языка на уроках поможет решать методические задачи обучения математике и повысить качество этого обучения.

КОНСТРУКТИВНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

М. А. Воскобойникова

Томский государственный педагогический университет

Особую роль в развитии личности учащегося, в формировании творческих способностей играет математика. Современная концепция развития образования предполагает поиск новых форм и методов организации учебного процесса, которые позволяют максимально раскрыть индивидуальные особенности школьника, ориентируясь на способности и склонности учащегося. Осуществление такого подхода возможно при изучении конструктивной геометрии.

Включение конструктивной геометрии преследует главную цель – показать учащимся богатство математики, разнообразие математических идей, пробудить и у многих закрепить интерес к этой вечно живой и развивающейся науке.

Это особенно важно в условиях дифференцированного обучения – для пробуждения интереса к изучению математики и развития способностей к ней следует представить учащимся геометрию в виде, наибольшим образом соответствующим ее реальной сущности.

Задачи на построение являются традиционными задачами в курсе геометрии. Разработкой методов решения этих задач математики занимаются еще со времен Древней Греции. Уже математики школы Пифагора

(VI в. до н.э.) решили довольно сложную задачу построения правильного пятиугольника. В течение многих веков математики проявляли живой интерес к задачам на построение. Интерес к этим задачам обусловлен не только их красотой и оригинальностью методов решения, но и большой практической ценностью. Проектирование строительства, архитектура, конструирование различной техники основаны на геометрических построениях.

Трудно переоценить роль задач на построение в математическом развитии школьников. Они по своей постановке и методам решения не только наилучшим образом стимулируют накопление конкретных геометрических представлений, но и развивают способность отчетливо представлять себе ту или иную геометрическую фигуру и, более того, уметь мысленно оперировать элементами этой фигуры. Задачи на построение могут способствовать пониманию учащимися происхождения различных геометрических фигур, возможности их преобразования – все это является важной предпосылкой развития пространственного мышления школьников. Они сильно развивают логическое мышление, геометрическую интуицию. План решения любой задачи на построение – цепочку основных построений, приводящих к цели – можно рассматривать как некоторый алгоритм и, следовательно, их можно использовать и в старших классах как содержательный материал курса информатики и вычислительной техники. В процессе решения задач на построение учитель может эффективно формировать элементы алгоритмической культуры школьников, систематически требуя от них четкой последовательности основных построений. Как известно, задача на построение в планиметрии состоит в том, чтобы, исходя из заданных на плоскости геометрических фигур, применяя заранее предписанные средства (инструменты), построить новую геометрическую фигуру, находящуюся в определенных отношениях с данными фигурами. В качестве средств построения чаще всего выступают классические инструменты – циркуль и линейка.

Геометрические фигуры имеют много реальных моделей в окружающем мире, что открывает возможность в ходе изучения геометрии широко пользоваться наблюдением, сравнением, выдвижением гипотез, экспериментом. Пониманию учащимися происхождения различных геометрических фигур, возможности их преобразования способствуют геометрические задачи на построение. Они по своей постановке и методам

решения объективно призваны развивать способности отчетливо представлять себе ту или иную геометрическую фигуру, уметь мысленно оперировать элементами этой фигуры. В процессе решения задач на построение учитель может эффективно формировать элементы алгоритмической культуры школьников, систематически требуя от них четкой последовательности основных построений.

Задачи на построение развивают поисковые навыки решения практических проблем, приобщают к посильным самостоятельным исследованиям, что очень важно в формировании умений и навыков умственного труда. Посредством конструктивных задач, и даже самых простейших из них, более глубоко осознаются теоретические сведения об основных геометрических фигурах, так как в процессе решения этих задач ученик создает наглядную модель изучаемых свойств и отношений и работает с этой моделью.

Рассмотрим элементы конструктивной геометрии. Основным понятием конструктивной геометрии является понятие «построить геометрическую фигуру». Конкретный его смысл известен из практики, где оно означает то же, что «начертить», «провести» (линию), «отметить» (точку) и т. п. В интересах логической строгости изложения необходимо строго формулировать те основные требования (постулаты), которыми характеризуется это понятие. Эти требования обычно не формулируются в условиях школьного курса элементарной геометрии, но они подразумеваются в процессе решения любой геометрической задачи на построение как нечто само собой разумеющееся. Основные требования (постулаты) конструктивной геометрии выражаются в абстрактной форме наиболее существенные моменты чертежной практики. Они являются аксиомами, принимаются без доказательства и служат в дальнейшем логической основой конструктивной геометрии. Перейдем к рассмотрению этих основных положений (аксиом) теории геометрических построений.

Если о какой-либо фигуре сказано, что она дана, то при этом естественно подразумевается, что она уже изображена, начерчена, т. е. построена.

Таким образом, первое основное требование конструктивной геометрии состоит в следующем:

1. Каждая данная фигура построена.

Заметим, что не следует смешивать понятия «данная фигура» и «фигура, заданная (или определенная) какими-то данными ее элементами».

В последнем случае дана не сама фигура, а лишь некоторые ее элементы, которые определяют положение этой фигуры.

Например, если даны две точки прямой, то существует единственная прямая, соединяющая эти точки, т. е. эта прямая определена двумя точками, но это не означает, что прямая эта построена (начерчена). Точно так же центр O и точка A на окружности определяют эту окружность по величине и положению, но если сказано только, что даны точки O и A , то еще не следует считать, что дана сама окружность.

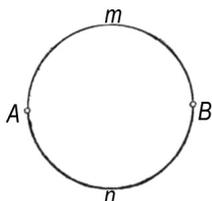


Рис. 1



Рис. 2

Представим себе, что построена полуокружность AmB (рис. 1) и полуокружность AnB . Конечно, после этого надо считать, что построена вся окружность $AmBnA$. Точно так же, если построен луч AM некоторой прямой (рис. 2), а затем луч BN той же прямой, то, естественно, считается, что построена прямая MN , являющаяся соединением этих лучей. Если построены три отрезка AB , BC и CA , то нет надобности строить что-либо еще, чтобы построить треугольник ABC . Эти примеры разъясняют смысл постулата:

II. Если построены две (или более) фигуры, то построено и соединение этих фигур.

Представим себе, что построены два отрезка одной прямой: AB и CD . Естественно, считается возможным ответить на вопрос, принадлежит ли отрезок CD целиком отрезку AB (рис. 3) или нет (рис. 4).



Рис. 3



Рис. 4

Если построены окружность и точка, то при непосредственном рассмотрении чертежа можно ответить на вопрос, лежит ли построенная

точка на построенной окружности или нет. Вообще, если построены две фигуры, то считается известным, является ли одна из них частью другой или нет. А так как фигура является частью фигуры в том и только в том случае, когда разность представляет собой пустое множество, то третье требование теории геометрических построений можно выразить в следующей форме:

III. Если построены две фигуры, то можно установить, является ли их разность пустым множеством или нет. Пусть A, B, C, D – четыре точки прямой (рис. 5).



Рис. 5

Допустим, что отрезки AC и BD построены. Тогда мы, конечно, будем считать построенными как отрезок (точнее полуинтервал) AB , который является разностью отрезков AC и BD , так и отрезок CD , который является разностью отрезков BD и AC . Другой пример: если построена окружность и на ней точка, то мы считаем построенной также ту фигуру, которая остается, если из окружности удалить эту точку, т. е. считаем построенной разность между окружностью и точкой.

IV. Если разность двух построенных фигур не является пустым множеством, то эта разность построена.

Построив две прямые, мы всегда считаем возможным сказать, пересекаются ли они или нет. Точно так же, если две окружности построены, то мы считаем возможным установить (по чертежу), имеют ли они общие точки. Это же относится к любым двум построенным фигурам. Таким образом:

V. Если две фигуры построены, то можно установить, является ли их пересечение пустым множеством или нет.

С точки зрения чертежной практики последнее условие отражает определенные требования к качеству выполненных чертежей. Так, если построены некоторая окружность и точка, то должно быть ясно, лежит точка на окружности или нет. Если построены две окружности, то можно сказать, имеют ли общие точки или нет.

Обратимся еще раз к рис. 5. Пусть известно, что построены отрезки AC и BD . В этом случае мы будем так же считать построенным отрезок

BC , который является пересечением этих двух отрезков. Если начерчены две пересекающиеся окружности, то мы будем считать построенной также пару точек их пересечения. Такого рода соглашения выражаются следующим образом:

VI. *Если пересечение двух построенных фигур не пусто, то оно построено.*

В следующих двух основных требованиях говорится о возможностях построения отдельных точек.

VII. *Можно построить точку, заведомо принадлежащую построенной фигуре.*

VIII. *Можно построить точку, заведомо не принадлежащую построенной фигуре (если в качестве построенной фигуры не берется вся плоскость).*

В дальнейшем требования I–VIII мы будем называть общими аксиомами конструктивной геометрии.

Аксиома VII устанавливает возможность строить точки, принадлежащие уже построенной фигуре. Аксиома VIII позволяет строить некоторые новые точки, но этим точкам не приписывается ни каких определенных свойств, кроме свойства быть новыми, ранее не построенными точками.

Аксиомы линейки, циркуля и прямого угла. Для построения новых точек, обладающих некоторыми определенными, указанными свойствами, а также для построений линий пользуются различными инструментами геометрических построений.

Для конструктивной геометрии необходимо располагать точным и для математических целей полным описанием того или иного инструмента. Такое описание дается в виде аксиом. Эти аксиомы в абстрактной математической форме выражают те свойства реальных чертежных инструментов, которые используются для геометрических построений.

Наиболее употребительными инструментами геометрических построений являются линейка (односторонняя), циркуль, двусторонняя линейка (с параллельными краями) и некоторые другие.

Перейдем к формулировке соответствующих аксиом.

1. Аксиома линейки. Линейка позволяет выполнять следующие геометрические построения:

- а) построить отрезок, соединяющий две построенные точки;
- б) построить прямую, проходящую через две построенные точки;

в) построить луч, исходящий из построенной точки и проходящий через другую построенную точку.

2. Аксиома циркуля. Циркуль позволяет выполнить следующие геометрические построения:

а) построить окружность, если построены центры окружности и отрезок, равный радиусу окружности (или его концы);

б) построить любую из двух дополнительных дуг окружности, если построены центр окружности и концы этих дуг.

3. Аксиома двусторонней линейки. Двусторонняя линейка позволяет:

а) выполнять любое из построений, перечисленных в аксиоме 1;

б) в каждой из полуплоскостей, определяемых построенной прямой, построить прямую, параллельную этой прямой и проходящую от нее на расстоянии h , где h – фиксированный для данной линейки отрезок (ширина линейки);

в) если построены две точки A и B , то установить, будет ли AB больше некоторого фиксированного отрезка h (ширина линейки), и если $AB > h$, то построить две пары параллельных прямых, проходящих соответственно через точки A и B и отстоящих одна от другой на расстоянии h .

Реальное содержание пункта в) поясняется рис. 6. Из рисунка видно так же, что каждая из упомянутых прямых образует с прямой AB угол φ , зависящий только от ширины линейки и расстояния AB .

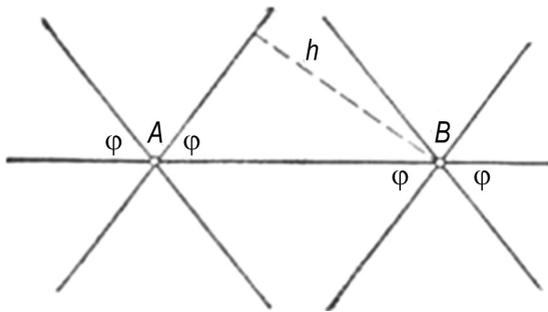


Рис. 6

4. Аксиома прямого угла. Прямой угол позволяет:

а) выполнить построения, перечисленные в аксиоме линейки;

б) через данную точку плоскости провести прямую, перпендикулярную некоторой построенной прямой;

в) если построены отрезок AB и некоторая фигура Φ , то установить, содержит ли фигура точку, из которой этот отрезок виден под прямым углом, и если такая точка существует, то построить такую точку.

Рис. 7 поясняет смысл этого пункта.

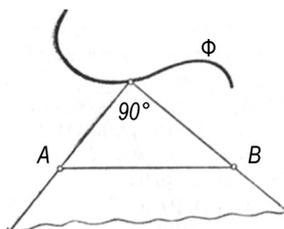


Рис. 7

Помимо перечисленных инструментов, для геометрических построений можно пользоваться и другими инструментами: произвольным углом, угольником, линейкой с отметками, парой прямых углов, различными приспособлениями для вычерчивания специальных кривых и др. Заметим, что геометрические построения производятся каждый раз с определенными, наперед указанными инструментами, причем каждый набор инструментов характеризуется определенной системой аксиом.

Построения, о возможности которых сказано в аксиомах VII–VIII, вместе с построениями, перечисленными в аксиомах тех инструментов, которые избраны для построения, мы в дальнейшем будем называть основными построениями (для данного набора инструментов). В частности, циркуль и линейка позволяют выполнить следующие основные построения:

1. Построить отрезок, соединяющий две построенные точки.
2. Построить прямую, проходящую через две построенные точки.
3. Построить луч, исходящих из построенной точки и проходящий через другую построенную точку.
4. Построить окружность, если построены центр окружности и отрезок, равный радиусу окружности (или его концы).
5. Построить любую из двух дополнительных дуг окружности, если построены центр окружности и концы этих дуг.
6. Построить любое конечное число общих точек двух построенных фигур, если такие точки существуют (аксиомы VI–VII).

7. Построить точку, принадлежащую какой-либо построенной фигуре (аксиома VII).

8. Построить точку, заведомо не принадлежащую какой-либо построенной фигуре (аксиома VIII).

Подобным же образом можно составить список основных построений для любого указанного набора инструментов. Для решения задач на построения требуются специальные измерительные и чертежные инструменты.

Задача. Построить треугольник по высоте, одной из боковых сторон и разности углов при основании.

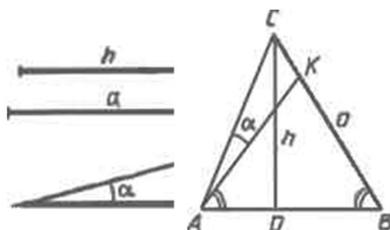


Рис. 8

Дано: h – высота; a – боковая сторона; α – разность углов при основании.

Анализ: пусть $\triangle ABC$ – искомый, в котором AB – основание, CD – высота h , BC – боковая сторона a .

Теперь нужно отметить на рисунке заданный угол α . Для этого от большего угла при основании AB надо отнять меньший угол (рис. 8).

Будем считать $\angle A > \angle B$. Тогда, если $\angle BAK = \angle B$, то $\angle KAC$ и есть угол α .

Можно сразу установить некоторые условия, которым должны удовлетворять эти элементы. Так как h и a являются соответственно катетом и гипотенузой $\triangle CDB$, то $h < a$.

Что касается угла α , то каковы бы ни были $\angle A$ и $\angle B$, их разность, очевидно, есть острый угол, т. е. $\alpha < 90^\circ$.

Перейдем к поиску способа решения этой задачи. Ставим перед собой вопрос: можно ли сразу по данным элементам построить искомый треугольник. Очевидно, нет. Но может быть, можно построить какую-либо часть искомой фигуры? Приглядываясь к рис. 1, видим, что в пря-

моугольном треугольнике BCD катет CD и гипотенуза BC являются данными. Поэтому этот треугольник можно построить. Тем самым определится $\angle B$, а зная $\angle \alpha$, следовательно, сумеем к $\triangle BCD$ пристроить $\triangle ACD$ и тем самым полностью построить искомую фигуру. План построения найден.

Перейдем к построению. Будем записывать шаги построения, ссылаясь на номера элементарных построений (рис. 9).

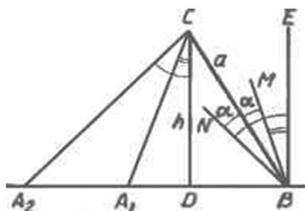


Рис. 9

Построение:

1) строим прямоугольный треугольник BCD по гипотенузе $BC = a$ и катету $CD = h$;

2) строим $\angle CBM = \angle CBN = \alpha$;

3) проводим BE перпендикулярно DB ;

4) строим $\angle DCA_1 = \angle MBE$;

5) строим $\angle DCA_2 = \angle NBE$.

Полученные треугольники A_1BC и A_2BC – искомые.

Доказательство:

1) в каждом из этих двух треугольников высота CD , опущенная на основание A_1B или A_2B , равна по построению данному отрезку h ;

2) в каждом из этих двух треугольников боковая сторона BC равна по построению данному отрезку a ;

3) рассмотрим теперь разность углов при основании A_1B или A_2B . В треугольнике A_1BC большим углом является $\angle A_1$. Тогда $\angle A_1 - \angle B = (90^\circ - \angle A_1CD) - \angle B = (90^\circ - \angle MBE) - \angle B = \angle MBA_1 - \angle B = \angle CBM = \alpha$. В треугольнике A_2BC большим углом является $\angle B$, поэтому находим разность $\angle B - \angle A_2$ и доказываем аналогично, что и она равна α .

Исследование: установим, при каких условиях можно выполнить указанные пять шагов построения. Очевидно, что первые три шага при условиях (1) и (2) выполнить можно всегда.

А вот последние два шага нуждаются в дополнительном исследовании. Дело в то, что каждый из них состоит из двух построений: построение угла, равного указанному (соответственно $\angle MBE$ и $\angle NBE$), и построение точки пересечения полученного луча с прямой BD . Построение угла, равного данному, всегда возможно, а вот нахождение точки пересечения полученного луча с прямой нуждается в исследовании.

Если луч BM проходит внутри угла CBE , то 4-й шаг всегда выполним.

Если же BM проходит вне указанного угла (на рис. 9 справа от BE), то здесь возможны три случая:

1. Луч BM проходит правее так, что $\angle BEM \geq \angle DCB$, т. е. $\alpha - (90^\circ - \angle B) \geq 90^\circ - \angle B$, или $\alpha + 2\angle B = 180^\circ$. В этом случае луч CA_1 пройдет вне $\angle DCB$, поэтому треугольник A_1BC построить нельзя.

2. Если BM проходит правее BE , так, что $\angle BEM < \angle DCB$, то CA_1 пройдет внутри $\angle DCB$, тогда треугольник A_1BC будет тупоугольным.

3. Если же BM совпадет с BE , то треугольник A_1BC совпадает с треугольником DCB . Тогда получаем в качестве решения прямоугольный треугольник.

Таким же образом исследуем 5-й шаг. Если луч BN проходит внутри $\angle DBC$, то построить треугольник A_2BC можно. Если же BN совпадает с BD или проходит вне $\angle DBC$, то угол $NBE \geq 90^\circ$, поэтому CA_2 не пересечет DB слева от D , следовательно, построить треугольник A_2BC нельзя.

Итак, видим, что при разных соотношениях между углами α и B задача может не иметь решения, иметь одно решение и иметь два решения. Задача решена.

Задачи на построение развивают поисковые навыки решения практических проблем, приобщают к посильным самостоятельным исследованиям, что очень важно в формировании умений и навыков умственного труда. Посредством задач на построение, даже простейших из них, более глубоко осознаются теоретические сведения об основных геометрических фигурах, так как в процессе решения этих задач ученик создает наглядную модель изучаемых свойств и отношений и работает с этой моделью. Решение задач на построение развивает такие качества личности, как внимание, настойчивость и целеустремленность, инициативу, изобретательность, дисциплинированность, трудолюбие.

Литература

1. *Боженкова, Л. И.* Алгоритмический подход к задачам на построение методом подобия / Л. И. Боженкова // Математика в школе. 1991. № 2. С. 32–34.
2. *Александров, А. Д.* Геометрия для 8–9-х классов : учеб. пос. для учащихся школ и классов с углубл. изучением математики / А. Д. Александров, А. Л. Вернер, В. И. Рыжин. М. : Просвещение, 1991. 415 с.
3. *Амонашвили, Ш. А.* Здравствуйте, дети! / Ш. А. Амонашвили. М. : Просвещение, 1983. 208 с.
4. *Аргунов, Б. И.* Геометрические построения на плоскости : пос. для студ. пед. ин-тов / Б. И. Аргунов, М. Б. Балк. М. : Учпедгиз, 1957. 266 с.
5. *Артемьева, Т. И.* Методический аспект проблемы способностей / Т. И. Артемьева. М. : Наука, 1977. 184 с.
6. *Атанасян, В. А.* Задачник практикум по проективной геометрии / В. А. Атанасян, Н. Г. Федин. М. : Просвещение, 1964. 72 с.
7. *Шерашова, Ю. А.* Решение задач на построение – шаг к развитию логического мышления / Ю. А. Шерашова.
8. URL: <http://festival.1september.ru/articles/213176/>

ИЗУЧЕНИЕ ТЕМЫ «ФУНКЦИЯ» НА ОСНОВЕ МЕЖПРЕДМЕТНЫХ СВЯЗЕЙ

И. А. Дерягина

*Томский государственный педагогический университет
Научный руководитель – канд. пед. наук, доцент В. Н. Ксенева*

Большинство математических понятий прошли долгий путь развития. Сложный путь прошло и понятие «функция».

Впервые появились профессиональные ученые, которые изучали саму математическую науку, в Древней Греции. Они занимались строгим логическим выводом одних утверждений из других. Несмотря на то, что древние греки изучали зависимости между отрезками диаметров и хорд в круге, эллипсе и других линиях, они не смогли создать общего понятия «функция».

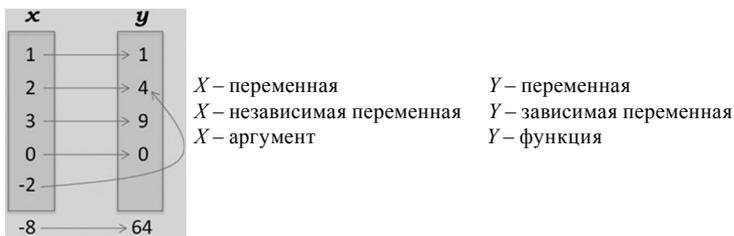
Греки рассмотрели лишь вопросы, имеющие «геометрическую» природу, они не ставили перед собой задачу об общем изучении различных зависимостей. Графическое изображение зависимостей широко использовали Г. Галилей (1564–1642), П. Ферма (1601–1665) и Р. Декарт (1569–1650), который и ввел понятие «переменной величины».

В свою очередь развитие механики и техники потребовало введения общего понятия «функция», что было сделано немецким философом и математиком Г. Лейбницем (1646–1716). Следующий шаг в развитии понятия «функция» сделал ученик Бернулли, член Петербургской Академии наук Леонард Эйлер (1707–1783). Он писал: «Величины, зависящие от других так, что с изменениями вторых изменяются и первые, принято называть функциями».

Функция – одно из основных математических и общенаучных понятий. Оно сыграло и поныне играет большую роль в познании реального мира.

Несмотря на большой объем, широту и сложность понятия «функция», его простейший вариант дается уже в средних классах школы. Начиная с 7-го класса, идет постепенное изучение свойств функций и функциональных зависимостей. Рассматриваются линейные, квадратичные функции, функции обратной пропорциональности. В старших классах вводятся тригонометрические функции, и, наконец, показательные и логарифмические. Все эти функции рассматриваются только как функции одной переменной, причем сами переменные не выходят за рамки множества вещественных чисел.

В чем заключается основная трудность в изучении «функции»? Первое, с чем сталкиваются учащиеся, – это определение. Его можно ввести, используя пример:



Запишем произвольное число, например 1, возведем его в квадрат – получим тоже 1. Возьмем еще одно произвольное число – 2, в квадрате – 4; 3 в квадрате – 9; 0 в квадрате – 0; (–2) в квадрате тоже 4, как и 2. Обозначим значения первого столбца буквой X , второго – буквой Y . В столбце X находится несколько значений: 1; 2; 3; 0; (–2). Можно сказать, что X может принимать разные значения, поэтому X – называется пере-

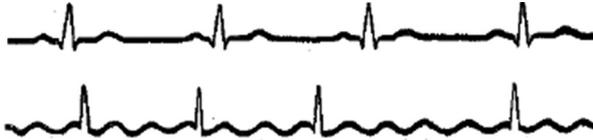
менной. Переменная – это величина, которая может менять свое значение. Y тоже переменная. Итак, X и Y представляют собой переменные. X не зависит ни от чего и поэтому называется «независимой переменной», а Y зависит от X , и поэтому называется «зависимой переменной». Независимая переменная называется так же «аргументом», зависимая переменная – «функцией». Теперь мы можем дать математическое определение понятия функции: функция – это зависимость переменной Y от переменной X , причем такая, что каждому значению переменной X соответствует единственное значение переменной Y .

После того, как ввели определение понятия «функция», можно приступить к изучению самих функций. Математические понятия, символы никак не связаны с нашей жизнью, поэтому следует показать, как математика описывает с помощью функций реальные природные явления. Понятие функции используется практически во всех школьных предметах, и если привлекать на уроках математики примеры из биологии, физики, астрономии и даже, например, литературы, то процесс изучения становится понятнее.

Обратимся к биологии. С помощью показательной функции можно описать закон органического размножения: при благоприятных условиях (отсутствие врагов, большое количество пищи) живые организмы размножались бы по этому закону. Одна комнатная муха может за лето произвести 8×10^{14} особей потомства. Их вес составил бы несколько миллионов тонн (а вес потомства пары мух превысил бы вес нашей планеты), они бы заняли огромное пространство, а если выстроить мух в цепочку, то ее длина будет больше, чем расстояние от Земли до Солнца. Но, так как кроме мух, существует множество других животных и растений, которые являются их естественными врагами, то количество мух не так велико. Показательному закону подчиняется и рост количества клеток гемоглобина в организме человека, который потерял много крови. Таким образом, практическое значение показательной функции в биологии очень велико, особенно в таких ее разделах, как экология и медицина.

В физике тоже есть величины и законы, которые описывают с помощью показательной функции. Например, процесс изменения температуры чайника при кипении выражается формулой: $T = T_0 + (100 - T_0) \times e^{-kt}$ – это пример процесса выравнивания, который в физике также можно наблюдать при включении и выключении электрических цепей, при

падении тела с парашютом. Также широко применяется показательная функция при описании процессов ядерной физики. Когда радиоактивное вещество распадается, его количество уменьшается, через некоторое время остается половина от первоначального вещества. Чем больше период полураспада, тем медленнее распадается вещество. Это явление используют для определения возраста археологических находок.



Перед нами две кардиограммы. Верхняя показывает нормальную работу сердца, нижняя снята у больного. Врач, исследующий больного, может по кардиограмме судить о нарушениях сердечной деятельности; изучение кардиограммы помогает правильно поставить диагноз заболевания.

Мы тоже являемся функцией многих переменных, одна из которых – время. Проходят годы, и мы меняемся. Мы также зависим от своей наследственности, книг, которые мы читаем, температуры окружающей нас среды и многих других факторов.

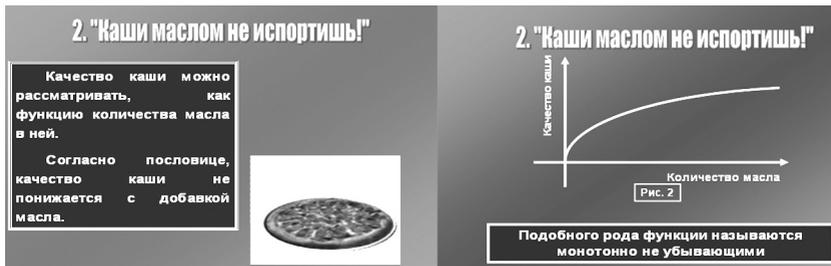
Чтобы наглядно проиллюстрировать характерные свойства функций, обратимся к пословицам. Ведь пословицы – это отражение устойчивых закономерностей, выверенных многовековым опытом народа.

Итак, первый вопрос звучит так: «Как изменяется количество дров по мере продвижения в лес?» Пословица гласит:

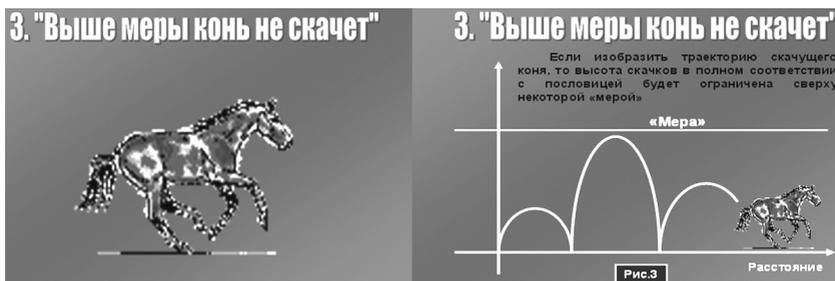


Второй вопрос: «Можно ли маслом испортить кашу?» Пословица гласит:

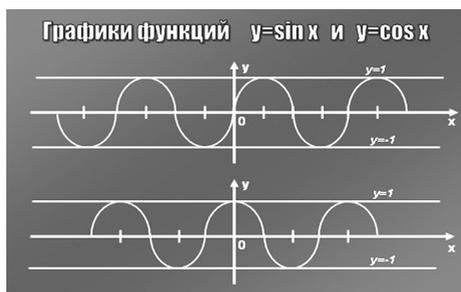
По горизонтали будем откладывать количество масла, а по вертикали – качество каши.



Итак, третий вопрос звучит так: «Как может скакать конь?» Народная мудрость гласит: «Выше меры конь не скачет».



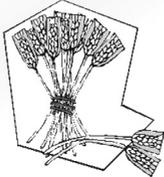
Функции подобного рода изучаются в школьном курсе алгебры и начал анализа. Это функции $y = \sin x$ и $y = \cos x$.



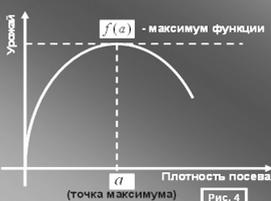
Четвертый вопрос: «Чем пересев хуже недосева?» Пословица гласит:

4. "Пересев хуже недосева";

издавна говорили земледельцы. Вековой опыт свидетельствует: урожай лишь до некоторой поры растет вместе с плотностью посева, а дальше он снижается, потому что при чрезмерной густоте ростки начинают «глушить» друг друга.



4. "Пересев хуже недосева"



Изобразим это в виде графика (рис.4). Урожай максимален, когда поле засеяно в меру. Максимум – это наибольшее значение функции по сравнению с ее значениями во всех соседних точках. Это как бы «вершина горы», с которой все дороги ведут вниз, куда ни шагни.

Последний вопрос: «Как живет тот, кто пьет до дна?» Народная мудрость гласит:

7. "Кто пьет до дна, тот живет без ума"



Функция, которая показывает, как изменяется мера ума по мере потребления алкоголя, монотонно убывающая функция

Таким образом, сложный вопрос изучения свойств функций можно с помощью пословиц превратить в интересный и увлекательный процесс. Яркие образы помогают учащимся не только усвоить трудные понятия, но и оценить богатство смысла и краткость народного языка.

Литература

1. *Алгебра: 7-й класс* : учеб. для учащихся общеобразоват. учреждений / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, И. Е. Феоктистов. 8-е изд., стер. М. : Мнемозина, 2008. 335 с. : ил.
2. *Алгебра: 8-й класс* : учеб. для шк. и кл. с углубл. изуч. математики / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков. 3-е изд., испр. М. : Мнемозина, 2003. 367 с. : ил.
3. *Алгебра: 8-й класс* : учебник для учащихся общеобразоват. учреждений : в 2 ч. / А. Г. Мордкович. 12-е изд., стер. М. : Мнемозина, 2010. Ч. 1. 215 с. : ил.
4. *Гельфман, Э. Г. Функция* : учеб. пос. по математике для 9-го класса / Э. Г. Гельфман. Томск : Изд-во Том. ун-та. 304 с.
5. *Гельфман, Э. Г. Квадратичная функция* : учеб. пос. по математике для 9-го класса / Э. Г. Гельфман. Томск : Изд-во Том. ун-та, 2010. 280 с.

6. URL: http://www.fizmatik.ru/index.php?option=com_content&view=article&id=6&Itemid=7

7. URL: <http://festival.1september.ru/articles/532818/>

8. URL: <http://festival.1september.ru/articles/416544/>

9. URL: <http://www.referats.net/pages/referats/rkr/Detailed/18897.html>

ПОДГОТОВКА УЧАЩИХСЯ К ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ГЕОМЕТРИИ

А. А. Ибрашев

Томский государственный педагогический университет

Как готовить к ГИА и ЕГЭ по геометрии? Этот вопрос волнует сейчас многих методистов и учителей математики. Анализируя опыт работы подготовки к ГИА и ЕГЭ за последние годы, можно предложить некоторые конкретные меры, способствующие успешной сдаче школьниками итоговой аттестации по этому предмету.

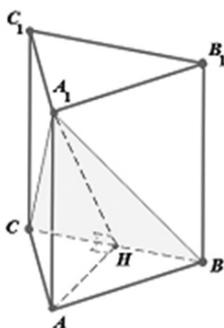
Количество геометрических задач в вариантах экзаменационной работы из года в год увеличивается. В демоверсии ГИА 2012 г. из 23 задач 6 – геометрические. В базовой части имеются 4 геометрические задачи из 18. В демоверсии ЕГЭ из 20 задач 6 – геометрические. Среди них в базовой части имеются 4 геометрические задачи из 14. Школьники обычно показывают невысокие результаты при решении геометрических задач. Пытаются решить геометрические задачи, как правило, достаточно сильные ребята. Однако многим из них не хватает знаний или умений применить свои знания. Нужны конкретные методики по развитию и укреплению способностей учащихся решать геометрические задачи. Причем надо начинать это как можно раньше.

Задачи по геометрии – прекрасные упражнения, способствующие развитию пространственных представлений, умения логически мыслить, более глубокому усвоению всего школьного курса математики. Решение стереометрической задачи чаще всего сводится к решению планиметрических задач. Поэтому, решая задачи по стереометрии, все время приходится возвращаться к планиметрии, повторять теоремы, вспоминать формулы, необходимые для решения. При решении стереометрических задач еще в большей мере, чем в планиметрии, используются средства

алгебры и тригонометрии, применяются векторный и координатный методы, дифференцирование и интегрирование. Таким образом, стереометрические задачи способствуют творческому овладению всей совокупностью математических знаний.

Для успешного решения геометрических задач следует формировать у учащихся системные знания о свойствах фигур. Решая задачи в классе, необходимо помнить, что цель этой работы состоит не в том, чтобы решить конкретную задачу, а в том, чтобы сформировать навыки решения подобных задач. Поэтому, рассматривая данную конфигурацию, нужно обращать внимание учащихся на то, какие геометрические факты можно было бы применить для решения задачи, и на выбор способа решения. Большая роль в формировании системных знаний об изученных в курсе фигурах отводится повторению материала. Именно при повторении можно группировать материал вокруг определенных фигур. В планиметрии этими фигурами могут быть треугольник, параллелограмм, трапеция, окружность. В стереометрии – пирамида, призма, конус, шар. Особого внимания требуют вопросы, связанные с вычислением расстояний и углов в пространстве, применительно к конкретной фигуре. Они остаются трудными для большинства учащихся. К таким задачам относится, к примеру, задача о нахождении угла между плоскостью основания и сечения призмы.

С2. Сторона основания правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна 2, а диагональ боковой грани равна $\sqrt{5}$. Найдите угол между плоскостью A_1BC и плоскостью основания призмы.



Решение: Обозначим H середину ребра BC (см. рисунок). Так как треугольник ABC равнобедренный, а треугольник A_1BC – равнобедренный, отрезки AH и A_1H перпендикулярны BC . Следовательно, $\angle A_1HA$ – линейный угол двугранного угла с гранями BCA и BCA_1 . Из треугольника A_1AB найдем $AA_1 = 1$.

Из треугольника AHB найдем $AH = \sqrt{3}$.

Из треугольника HAA_1 найдем $\operatorname{tg} \angle A_1HA = \frac{AA_1}{AH} = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Искомый угол равен 30° .

Ответ: 30° .

Одна из важных проблем при тестировании – рисунок к задаче. На экзамене у школьника нет линейки, карандаша или ластика. Перед ним гелевая ручка и белый лист бумаги. Строить приходится от руки как можно быстрее, точнее, аккуратнее. Чтобы у учащегося не было с этим проблем, необходимо проводить практические работы на альбомных нелинованных листах, строить геометрические фигуры, проводить от руки высоты, биссектрисы, медианы, и выполнять другие построения.

Важно поурочно формировать у учащихся чувство времени. Для этого можно устанавливать регламент на решение ключевых задач на самом уроке, а дома предложить ребятам при выполнении задания ставить перед собой электронные часы, чтобы создать ситуацию, похожую на экзаменационную.

Еще одна трудность – анализ текста задачи. На каждом уроке необходимо начинать решение задачи с анализа условия, выделяя ключевые слова. Увидел слово «биссектриса» – ищи равные пары углов, либо используй другое ее свойство. Идет речь о пересекающихся высотах в треугольнике – находи подобные треугольники, работай с прямоугольным треугольником. Видишь слово «медиана» – значит, вспомни все ее свойства и определи, какое из них надо применить к твоей задаче.

Очень важно приучить ребят классифицировать задачи и научить составлять памятки по решению некоторых задач, выводов формул и теорем. Процесс решения задачи условно можно разбить на десять этапов. В литературе дается памятка (см. ниже), в которую нужно придерживаться при решении задач. Решая задачу, памятку полезно иметь перед глазами и стараться последовательно выполнять перечисленные в ней этапы работы.

Памятка:

1. Чтение условия задачи.
2. Выполнение чертежа с буквенными обозначениями.
3. Краткая запись условия задачи (формирование базы данных).
4. Запись требуемых формул и теорем на черновике (формирование базы знаний).
5. «Детализация» – вычерчивание отдельных деталей на дополнительных чертежах.
6. Анализ данных задачи, привязка искомых величин к элементам чертежа.
7. «Синтез» – составление «цепочки» действий (алгоритма решения).

8. Реализация алгоритма решения.
9. Проверка правильности решения.
10. Запись ответа.

Рассмотрим данные пункты памятки подробно.

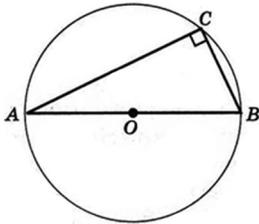
1. *Чтение условия задачи.*

Прочтите условие задачи. Если при чтении условия задачи возникают вопросы, запишите их на черновике.

В условиях задач могут упоминаться различные понятия, которые вы не сразу сможете вспомнить или не знаете их вовсе. Найдите соответствующую информацию в литературе и выпишите на черновике нужное определение, формулировку теоремы или формулу.

2. *Выполнение чертежа с буквенными обозначениями.*

Чертеж – это рабочее место, т. е. пространство, которое нужно организовать так, чтобы работать было удобно. Поэтому не надо мельчить и экономить бумагу, ведь хороший чертеж поможет вам увидеть связи между элементами изучаемых геометрических фигур, после чего останется только оформить решение. Желательно, чтобы на чертеже были соблюдены пропорции длин отрезков и величины углов.



Механизм построения чертежа надо обосновывать. Пусть, например, надо построить прямоугольный треугольник, вписанный в окружность. Вначале строим окружность A с центром O (см. рис.). Затем проводим в ней диаметр AB . Любая отличная от A и B точка окружности C является вершиной прямого угла треугольника ABC , так как по свойству вписанного угла, опирающегося на диаметр окружности, угол C равен 90° .

3. *Краткая запись условия задачи (формулирование базы данных).*

Краткая запись условия задачи выполняется с использованием введенных на чертеже буквенных обозначений.

4. *Запись требуемых формул и теорем на черновике.*

Читая условие задачи, выпишите на черновике всю информацию, которая связана с каждым из терминов, используемых в условии задачи. Затем, если понятно, как сгруппировать информацию, расположите ее в нужном порядке. Эта информация является базой знаний. Чем полнее и точнее будет база знаний, тем больше шансов, что в нее попадут

именно те формулы, определения и свойства, которые мы будем использовать. Поэтому если сразу решить задачу не удастся, то анализируется и осмысливается весь относящийся к ней теоретический материал. В процессе работы может быть найден план решения.

5. *«Деталировка» – вычерчивание отдельных деталей на дополнительных чертежах.*

Этот этап работы необязателен. Его приходится выполнять в тех случаях, когда чертеж к задаче громоздкий и не обладает достаточной наглядностью для последующего анализа. Деталировка полезна также тогда, когда не ясно, какая фигура получилась в результате геометрических построений, какие прямые параллельны, перпендикулярны и т. п. Суть деталировки заключается в том, что фигуры на дополненных чертежах можно разворачивать удобным для их изучения образом. Исходная сложная задача в результате деталировки разбивается на несколько более простых.

6. *Анализ данных задачи, привязка искомых величин к элементам чертежа.*

На этом этапе выясняем, существует ли фигура, которая содержит искомую величину. Допустим, да, существует. Тогда выясняем, какие элементы этой фигуры надо знать, чтобы найти искомую величину. Есть ли они в данных задачи? Если нет, то из каких данных задачи их можно найти?

7. *«Синтез» – составление цепочки действий (алгоритма решения).*

В сложных задачах по ходу решения могут использоваться и несколько фигур и деталировок, для каждой фигуры анализируется теоретический материал и данные условия задачи (база данных), затем составляется цепочка, алгоритм решения.

8. *Реализация алгоритма решения.*

На этом этапе в зависимости от стоящей перед нами задачи мы осуществляем требуемые доказательства, построения или вычисления. Последовательность наших действий соответствует при этом пунктам выстроенной цепочки.

9. *Проверка правильности решения.*

Задачи в учебнике обычно снабжаются ответами, поэтому проверить правильность результата можно без особого труда, сверившись с ответом. Однако на контрольной работе или экзамене такой возможности нет, поэтому нужно научиться самому выполнять необходимую проверку.

Характер проверки зависит от типа решаемой задачи.

Так, в задачах на доказательство полезно заново проследить логику проведенных рассуждений и убедиться в том, что они не содержат противоречий.

В задачах на построение основным объектом проверки является обоснованность выполненных действий. При проверке задач на вычисление нужно убедиться, что найденные величины имеют геометрический смысл. Так, например, длины сторон треугольника должны удовлетворять неравенству треугольника. Длины отрезков и площади фигур – задаваться положительными числами. Важно убедиться в правильности размерностей: например, длины должны измеряться в линейных величинах (метрах, дециметрах, сантиметрах), а площади – в квадратных (м^2 , дм^2 , см^2). Проверка вычислений путем их повторного выполнения не слишком эффективна, так как при этом не контролируется логика решения. Полезнее найти одну и ту же величину разными способами и убедиться в том, что результаты одинаковы.

При проверке решения задач всех типов необходимо также убедиться, что использованы все данные условия.

10. *Запись ответа.*

В наши дни школьникам и абитуриентам все чаще приходится сталкиваться с тестовой формой контроля знаний, одним из примеров которой является ЕГЭ. При выполнении тестовых заданий принципиальное значение имеет не то, как решали задачу, а то, какой получили ответ. Однако и в традиционных контрольных работах запись ответа является обязательным элементом решения. Как говорится, конец – делу венец.

Оформляется запись ответа следующим образом. Пишем слово «Ответ», ставим двоеточие. Затем записываем найденные величины с указанием единиц измерения, если таковые фигурируют в условии задачи.

Отметим, что при решении каждой конкретной задачи не обязательно выполнять все перечисленные этапы работы (например, может не понадобиться чертеж или детализировка, не всегда удастся заранее выстроить алгоритм решения и т. д.).

Хорошим помощником в подготовке к ЕГЭ является компьютер. Для отработки элементарных, ключевых задач можно составить тесты на время. Эта форма работы продолжит формировать коммуникабельность учащихся, доводит до автоматизма применение основных формул и теорем геометрии.

Большинство учащихся, которые обладают хорошим уровнем подготовки, достаточным для решения геометрических задач, помещаемых в варианты ЕГЭ, просто не доверяют своим знаниям и умениям, и, предполагая, что задачи очень трудные, не пытаются их решить. Здесь, видимо, могло бы помочь более активное ознакомление учащихся с задачами, которые использовались в вариантах прошлых лет. Такие задачи представлены в сборниках, содержащих задания и варианты контрольных измерительных материалов, использованных при проведении ЕГЭ. Знакомясь с ними, учащиеся не только повторяют некоторые геометрические сведения и приемы решения, но также увидят, что задачи по планиметрии при рациональном способе решения не требуют длинной цепочки рассуждений и выкладок, а стереометрические задачи повышенного уровня построены на достаточно типичных ситуациях и тоже решаются в 2–3 действия. Следует отметить, что в настоящее время имеется много пособий, предназначенных для подготовки к сдаче ЕГЭ. С точки зрения информирования учащихся об уровне сложности задач и широте используемого содержания в процессе обучения целесообразно рассматривать задачи, непосредственно использовавшиеся в вариантах ЕГЭ.

Подготовкой к ЕГЭ нужно заниматься постоянно, из урока в урок. За один год подготовки высоких результатов добиться невозможно. Главное – необходимо научить школьника учиться, поэтому учитель должен из носителя готовых знаний превратиться в организатора познавательной деятельности своих учеников. Развивая самостоятельность мысли, мы обогащаем детей, помогаем их общению между собой. Ребенок запомнит то, что ему интересно, познавательно, актуально. Вспомним слова выдающегося российского публициста, педагога и философа Симона Львовича Соловейчика «Учение с увлечением»: «Каждый учитель должен организовать учебный процесс так, чтобы его уроки принесли максимальную пользу и удовольствие его ученикам».

Литература

1. *Василевский, А. Б.* Обучение решению задач / А. Б. Василевский. 1979. 192 с.
2. *Единый государственный экзамен – 2011. Математика. Универсальные материалы для подготовки учащихся* / под ред. А. Л. Семенова, И. В. Яценк. М. : Интеллект-Центр, 2011. 144 с.
3. *Вольфсон, Б. И.* Геометрия. Подготовка к ЕГЭ и ГИА-9. Учимся решать задачи : учеб. пос. / Б. И. Вольфсон, Л. И. Резницкий. 2011. 224 с.

4. *Давыденко, И. О.* Методические рекомендации по математике / И. О. Давыденко, О. А. Стуканова. 1971. 136 с.

5. *Павлов, А. Н.* Геометрия: планиметрия в тезисах и решениях. 9 кл. / А. Н. Павлов. 2005. 184 с.

ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ РАЗВИТИЯ ЛОГИКИ НА ПУТИ К МАТЕМАТИЧЕСКОЙ И КВАНТОВОЙ ЛОГИКЕ

М. Н. Изотова, Л. Л. Рыскина

Томский государственный педагогический университет

Логика Античности (VI век до н.э.). В качестве самостоятельной науки, логика зародилась более двух тысяч лет назад в лоне философии как инструмент ораторского искусства и научного знания. Ее основателем принято считать древнегреческого философа Аристотеля, который в своих научных трудах дал систематическое изложение логики и назвал ее «традиционной» формальной логикой, так как она возникла и развивалась как наука о формах мышления.

В то время традиционная формальная логика включала в себя следующие разделы: понятия, суждения, законы или принципы правильного мышления, умозаключения (дедуктивные, индуктивные, по аналогии), логические основы теории аргументации, а так же гипотезы. Формальную логику называют также традиционной, или аристотелевской логикой.

Учение Аристотеля о силлогизме послужило базисом для формирования одного из направлений современной математической логики – логики предикатов.

Наиболее значимым этапом в развитии аристотелевского учения являлась логика античных стоиков. Логика стоиков – основа другого направления математической логики – логики высказываний. Необходимо отметить, что именно стоиками Зеноном и Хризиппом был впервые введен термин «логика» для обозначения самостоятельной науки

Логика Средневековья (V–XI вв.). Логика в Средние века была в значительной мере приспособлена для обоснования религиозной догматики. Поиск теоретических основ ведется в логике путем истолкова-

ния природы общих понятий. Однако здесь возникают два различных направления: реалисты и номиналисты.

Представители реализма, считали, что общие понятия существуют реально независимо от единичных вещей, стоит отметить, что такая точка зрения отражает учения Платона. Такой позиции придерживались, например, Ансельм Кентерберийский, Фома Аквинский.

В то время как представители номинализма, напротив, полагали, что реально существуют лишь единичные предметы, а общие понятия – служат для них именами. Такой точки зрения придерживались Иоанн Росцелин, Уильям Оккам и др.

Представители обоих направлений были солидарны лишь в одном: как одни, так и другие принижали роль логического знания.

Логика Возрождения (XV–XVII вв.). Период характеризуется стремительным развитием науки, важнейшим этапом явилась теория индуктивной логики, разработанная англичанином Френсисом Бэконом. Новаторство его идей заключалось в переосмыслении значимости логики для развития науки, если прежде она выступала только как средство проверки и обоснования истины, то благодаря Ф. Бэкону, логика стала выступать в роли эффективного орудия для осуществления научных открытий. Согласно рассуждениям Ф. Бэкона, основной задачей логики является обоснование индуктивных выводов, согласно которым рассуждения человека идут от частного к общему знанию. Так же ему принадлежит заслуга разработки индуктивных методов определения следственно-причинной связи между явлениями, а именно: метод сходства, метод различия, соединенный метод сходства и различия, метод сопутствующих изменений, метод остатков. Разработанные Бэконом методы научной индукции были впоследствии систематизированы английским философом и логиком Джоном Стюартом Миллем. Французский философ Рене Декарт (1569–1650) сформировал четыре правила научного исследования. Резюмируя все выше сказанное, можно заключить, что данный период характеризовался возрождающейся ролью логики в познании мира.

Логика Нового Времени (XVII–XIX вв.). Революционные изменения происходят в логике: на смену традиционной логике приходит математическая или символическая. Основателем математической логики считается немецкий ученый Готфрид Вильгельм Лейбниц. Его идеи о возможности предоставления доказательств в спорах при помощи

математических вычислений были прогрессивны для того времени. Значительный вклад в развитие логики внесли русские ученые М. В. Ломоносов и А. Н. Радищев, которые разработали классификацию умозаключений по сходству. Философ и логик С. И. Поварнин начал одним из первых развивать логику отношений.

Логика современности (XIX–XX вв.). Во второй половине XIX в. в логике начинают широко применять разработанные в математике методы исчисления, данное направление разрабатывается в трудах Джорджа Буля, Уильяма Стенли Джевонса и др. В это же период была создана так называемая квантовая логика, которая является разделом логики, изучающий применение логических методов в квантовой механике. Исторически начало логических исследований структур квантовой теории связывают с монографией Джона фон Неймана «Математические основы квантовой механики» (1932).

Литература

1. *Иванов, Е. А.* Логика / Е. А. Иванов. М. : Изд-во «БЕК», 2001. 340 с.
2. *Кириллов, В. И.* Логика / В. И. Кириллов, А. А. Старченко. М. : Юрист, 2002. 420 с.
3. *Войшвилло, Е. К.* Логика : учеб. для вузов / Е. К. Войшвилло, М. Г. Дегтярев. М. : Владос, 2001. С. 277–325.
4. *Гетманова, А. Д.* Логика / А. Д. Гетманова. М. : Университет, 1998. 470 с.
5. URL: <http://ru.wikipedia.org>
6. URL: <http://letopisi.ru>
7. *Васюков, В. Л.* Квантовая логика наблюдаемых: реконструкция и семантический анализ / В. Л. Васюков // Синтаксические и семантические исследования неэкстенциональных логик. М., 1989.
8. *Von Neumann, J.* The Logic of quantum mechanics / J. von Neumann // *Annal. Math.* 1936. Vol. 37.
9. *Новая философская энциклопедия* : в 4 т. / под ред. В. С. Степина. М. : Мысль, 2001.

НАУЧНАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ ЛЕОНАРДА ЭЙЛера В РОССИИ

У. Г. Коробкина, Л. Л. Рыскина

Томский государственный педагогический университет

Леонард Эйлер (1707–1783) – талантливый математик, механик, физик и астроном, его швейцарское происхождение не мешает считать его «ос-

нователем русской математической школы». Научное наследие Леонарда Эйлера безгранично, а многочисленные работы по математическому анализу, дифференциальной геометрии, теории чисел, приближенному исчислению, внесли значительный вклад в развитие математики.

В тринадцатилетнем возрасте Леонард Эйлер стал студентом факультета искусств Базельского университета. Однако любовь к математике, привитая ему отцом, направила Эйлера в несколько ином направлении. Талантливый юный слушатель, увлеченный математикой, обратил на себя внимание профессора Иоганна Бернулли, который впоследствии стал проводить индивидуальные занятия с одаренным молодым человеком. Благодаря остроте ума и трудоспособности молодой Эйлер был удостоен чести стать членом только что образовавшейся уникального математического кружка во главе с братьями Якобом и Иоганном Бернулли. Научные исследования велись столь активно, а уровень решаемых задач членами базельского «питомника гениев» был на столько высок, что в течение пятидесяти лет город Базель удерживал почетное бронзовое место среди важнейших научных центров Европы, уступая первенство лишь Парижу и Лондону.

В 1724 г. по велению Петр I был утвержден проект устройства Петербургской академии. Одной из первостепенных задач академии стала подготовка отечественных кадров. Для реализации данной задачи были приглашены 22 профессора и адъюнкта, в числе которых были сыновья И. Бернулли: Николай и Даниил, а так же Леонард Эйлер, приглашенный на должность адъюнкта по физиологии [1]. Хотя это не помешало Л. Эйлеру написать очень достойное «Руководство к арифметике» на немецком языке, которое было переведено на русский язык и длительное время служило в качестве базового учебника. В 1731 г. он занял освободившееся место профессора физики. Еще через два года Эйлер стал академиком и профессором кафедры чистой математики, заняв место вернувшегося в Швейцарию Даниила Бернулли.

Пребывание Эйлера в России можно условно разделить на два периода. За первый период пребывания в России им было написано более 90 крупных научных работ. Кроме того, он делал доклады на научных семинарах, читал публичные лекции в академической гимназии, работал в астрономической обсерватории, вел обширную редакционную работу в академических изданиях. Эйлер уделял много времени и практической деятельности, исполняя многочисленные поручения академии

наук. Так, в 1735 г. академия получила задание выполнить срочное и очень громоздкое астрономическое вычисление. По мнению группы академиков, данная работа должна была занять не менее трех месяцев кропотливой работы, однако Эйлер взялся выполнить работу за 3 дня и справился самостоятельно. Однако, вследствие перенапряжения, заболел нервною горячкою с воспалением правого глаза, которого он впоследствии лишился. Вскоре после этого, в 1736 г., вышли в свет два тома аналитической механики. Необходимость в этой книге была колоссальной, так как в ней были систематизированы ранее написанные статьи по различным вопросам механики.

После смерти императрицы Анны Иоанновны, Петербургская академия начала сдавать свои позиции, сам Эйлер так описывал это время: «Предвиделось нечто опасное... положение начало представляться неуверенным». Леонард Эйлер принимает предложение прусского короля Фридриха II стать директором Математического департамента в Берлинской академии. Проживание в Берлине не мешает Эйлеру интенсивно работать на благо Петербургской академии наук: это редакторская деятельность и научно-организационная переписка с М. В. Ломоносовым, неоценима помощь Л. Эйлера в приобретении научной литературы и оборудования. Обстоятельства сложились таким образом, что Эйлеру пришлось фактически руководить академией, после смерти ее первого президента П. Л. Мопертюи, однако официально этой должности он так и не получил. За 25 лет жизни в Берлине он подготовил около 300 работ, среди них ряд больших монографий.

Летом 1766 г. Эйлер принимает приглашение Екатерины Великой и возвращается в Санкт-Петербург – так начинается второй приезд Эйлера в Россию. В том же 1766 г. Эйлер почти полностью потерял зрение. Однако это обстоятельство не стало препятствием для продолжения его деятельности. Сотни научных работ «увидели свет» благодаря помощи учеников Эйлера, которые записывали и оформляли их под диктовку своего Великого Учителя. Верность работе и неукротимая жажда творить не покидали Эйлера до самой смерти, которая настигла его на 77 году жизни. «Он перестал вычислять и жить», – сказал Кондорсе на траурном заседании Парижской академии наук (*фр.* Il cessa de calculer et de vivre).

Неоценимы заслуги Леонарда Эйлера как видного деятеля науки, проводимые им научные исследования получили высочайшие оценки

еще при жизни автора, а открытия будут еще долго служить потомкам. Вот лишь некоторые из его бестселлеров связанные с математическими дисциплинами:

– шеститомный курс математического анализа называемый «аналитической трилогией», включающий «Введение в анализ бесконечно малых», «Дифференциальное исчисление» и «Интегральное исчисление» (1748–1770);

– основные уравнения вариационного исчисления изложены в монографии «Метод нахождения кривых линий, обладающих свойствами максимума или минимума» (1744);

– развитие теории функций, дифференциальной геометрии, вычислительной математики, теории чисел приведены в двухтомном курсе «Полное руководство по алгебре» (1770);

– пятитомная «Математическая энциклопедия» содержит 20 математических объектов (уравнений, формул, методов), которые носят сейчас имя Эйлера.

Общий объем сочинений Эйлера огромен, он насчитывает свыше 800 опубликованных научных работ, что составляет около 30 000 печатных страниц. Кроме того, Петербургский архив Российской академии наук хранит тысячи страниц неопубликованных исследований Эйлера, преимущественно в области механики, большое число технических экспертиз, математические «записные книжки» и колоссальную научную корреспонденцию.

Научный авторитет Леонарда Эйлера был громаден при жизни. Помимо Петербургской и Берлинской академий он являлся почетным членом крупнейших научных учреждений, таких как: Парижская академия наук, Лондонское королевское общества и др. Влияние его трудов было весьма значительным, и Карл Гаусс писал в 1849 г.: «Изучение всех работ Эйлера останется навсегда лучшей, ничем не заменимой, школой в различных областях математики».

Литература

1. Гиндикин, С. Г. Рассказы о физиках и математиках / С. Г. Гиндикин. М. : МЦНМО, 2001. 448 с.
2. Глейзер, Г. И. История математики в школе / Г. И. Глейзер. М. : Просвещение, 1981. 239 с.
3. Яковлев, А. Я. Леонард Эйлер : посо. для учащихся / А. Я. Яковлев. М. : Просвещение, 1983. 79 с., ил.

4. *К 150-летию со дня смерти Эйлера* : сб. М. : Изд-во АН СССР, 1933.
5. *Литвинова, Е. Ф. Эйлер* / Е. Ф. Литвинова // Коперник, Галилей, Кеплер, Лаплас и Эйлер, Кетле. Биографические повествования. Челябинск : Урал, 1997. Т. 21. С. 315.
6. *Рыбников, К. А. История математики* : в 2 т. / К. А. Рыбников. М. : Изд-во МГУ, 1963. Т. 2. С. 26–27.
7. URL: <http://ricolor.org/europe/szveizaria/sr/history/eylet/>
8. URL: <http://leonard-eyler.ru/>
9. URL: <http://www.iq-coaching.ru/izvestnye-uchenye/matematiki/220.html>

МАТЕМАТИКА ВРЕМЕН АРАБСКОГО ХАЛИФАТА

О. В. Кудряшова, Л. Л. Рыскина

Томский государственный педагогический университет

Трудно представить современный мир без математики. «Королева наук», как называл ее Карл Фридрих Гаусс, играет очень важную роль в нашей жизни. Многие ученые внесли свой вклад в развитие этой красивой науки, многие из этих ученых были мусульманами. Религия и наука, ремесло и быт – все смешалось в исламском мире, однако остановимся на вкладе исламских светил науки в математику.

В отличие от древнегреческой математики, математика Востока, всегда носила прикладной характер. Что позволило поднять на высочайший уровень научную разработку вычислительно-алгоритмических аспектов математики. Результатом стало значительное развитие арифметики, развиваемой изначально в целях чисто



коммерческого характера, она постепенно перетекла в научное русло, и послужило толчком для дальнейшего прогресса точных наук, таких как алгебра и тригонометрия, которые впервые формируются здесь в большие самостоятельные науки.

Развитие науки в исламском мире опирается в значительной мере на наследие греческих и индийских мыслителей. Благодаря переводу научных трудов с санскрита Мухаммадом Аль-Фазари в исламский мир были введены индийские числа, впоследствии ставшие достоянием всего человечества.

Произведения Евклида, Архимеда, Птолемея были переведены другим выдающимся математиком Табит ибн Кура. Над переводом «Начал»

Евклида работал Хаджадж ибн Юсуф, впоследствии свои комментарии к этому произведению написал Аль-Джайях.

Переводы трудов античных ученых и мыслителей сыграли важную роль в становлении науки исламского мира, а некоторые из них дошли до нас благодаря этим переводам.

Мало кто задумывался, что множество терминов, которыми мы пользуемся – это наследие восточной культуры, так например слова «алгебра», «алгоритм», «цифра» имеют арабское происхождение. Слово «алгебра» произошло от названия книги персидского математика Мухаммада ибн Муса аль-Хорезми, от арабского «аль-джабр» – «воссоединение», «связь». Аль-Хорезми, от имени которого произошел термин «алгоритм», является одним из самых выдающихся математиков всех времен.

Книга Хорезми стала известна в Европе благодаря ее переводу на латынь Робертом Честером. Эта книга состоит из трех частей.

Первая часть посвящена шести разным видам уравнений: $(ax^2 = bx)$, $(ax^2 = b)$, $(ax = b)$, $(ax^2 + bx = c)$, $(ax^2 + c = bx)$, $(bx + c = ax^2)$. Вторая часть книги посвящена вычислению и измерению площадей и объемов геометрических фигур. Последняя часть произведения содержит математические задачи, возникающие при разделе наследства, которым уделяется важное значение в исламском праве.

Хорезми также продолжил разработку индийских чисел, ввел в обращение число «ноль».

«Книга измерения плоских и шаровых фигур» сыновей Мусы бин Шакира стала выдающимся трудом по геометрии, и впоследствии была переведена на латынь. В своей книге, несмотря на схожесть с методами Архимеда, они продвинулись значительно дальше греков в определении площадей и объемов в виде чисел. Таким образом, их вклад в развитие новых подходов в математике заслуживают особого внимания. Например, они выразили число «π».

Известный во всем мире выдающийся поэт и философ Омар Хайям также был преуспевающим математиком. Его самая известная работа по алгебре – «Трактат о доказательствах проблем алгебры». В этой книге Хайям приводит арифметические и геометрические методы решения квадратных уравнений, также показывает примеры решения кубических уравнений методом «пересечения конических сечений». Кроме того, он открыл «биномиальные коэффициенты», которые способствовали дальнейшему развитию алгебры и математики.

Другой известный математик Табит ибн Кура сделал много открытий в свою эпоху. Он внес существенный вклад в изучение натуральных чисел, интегрального исчисления, тригонометрии, геометрии, неевклидовой геометрии. Также он известен своей работой над преобразованием геоцентрической системы мира Птолемея в астрономии и открытием статики в механике.

Еще один исламский математик Абу Камиль, ввел алгебраические методы в геометрию. Он изучал квадратные уравнения, умножение и деление алгебраических чисел. Работы Абу Камилля также включают сложение и вычитание корней. Он открыл следующие алгебраические формулы: $ax \cdot bx = abx^2$, $a(bx) = (ab)x$, $(a - x)(a + x) = a^2 + x^2 - 2ax$.

Также хочется отметить вклад в развитие математики еще одного видного ученого Мухаммада ал-Караджи, который известен как первый математик, который начал использовать алгебраические операции вне геометрии.

Особое место в истории тригонометрии занимает труд еще одного выдающегося мусульманского ученого Насир ад-Дин ат-Туси (1201–1274) – «Трактат о полном четырехстороннике». Этот трактат считается лучшей книгой по тригонометрии Средневековья, он внес огромный вклад в развитие плоскостной и сферической тригонометрии.

Вклад мусульман в науку часто недооценивается. Хотя в действительности деятельность мусульманских ученых дала огромный толчок развитию таких наук, как математика, астрономия, география, философия, медицина, искусство, архитектура и других наук.

Литература

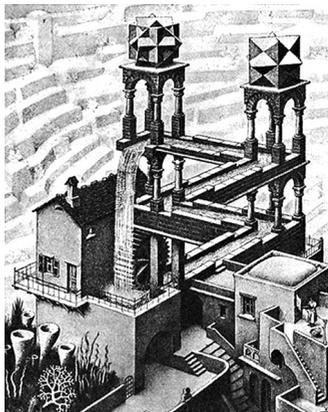
1. *Аль-Хамза, М.Х.* Краткий очерк истории математики и ее философское развитие / М.Х. Аль-Хамза. Тайз : Изд-во «Аль-Ярмук» (Йемен), 2002.
2. *Рошди, Р.* История арабской математики – арифметика и алгебра / Р. Рошди. Бейрут : Изд-во «Муассасат аль-Вахда аль-арабия» (Ливан), 1985.
3. *Юшкевич, А.П.* Математика в ее истории / А.П. Юшкевич. М. : Янус, 1996.
4. *Mahdi Abdeljaouad.* 12th century algebra in an Arabic poem: Ibn al-Yasamin's urjuza fi'l-jabr wa'l-mukabala / Mahdi Abdeljaouad // LLULL. 2005. Vol. 28, № 61.
5. *Аль-Хамза, М.Х.* Ибн Гази аль-Фаси аль-Микнаси и его трактат «Цель изучающих в разъяснении желаний вычислителей» / М.Х. Аль-Хамза // Научная годичная конференция ИИЕТ РАН. М., 2005. С. 299–301.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СОФИЗМЫ И ПАРАДОКСЫ

О. Н. Логинова, Л. Л. Рыскина

Томский государственный педагогический университет

Ежедневно, нам приходится сталкиваться с ошибками в рассуждениях, непреднамеренные логические ошибки, допущенные в доказательстве, называются паралогизмы (от *греч.* *paralogismos* – неправильное рассуждение), а умышленно не верные рассуждения – софизмами (от *греч.* *sophisma* – хитрость, измышление). Что касается первых, то их можно избежать путем постоянного повышения уровня логической культуры и освоения правил и законов логики. В то время как софизмы целенаправленно используются для придания логически несостоятельному рассуждению видимости логической правильности. Использование софизмов характерно для тех случаев, когда затронуты субъективные интересы, побуждающие людей изменить правилам логики и действовать в своих интересах. Люди, прибегающие таким приемам, называются софистами.



Возникновение софизмов обычно ошибочно связывается с философией софистов (Древняя Греция, V–IV вв. до н. э.), которая обосновывала и оправдывала подобные рассуждения, однако софизмы существовали задолго до философов-софистов. Впервые термин «софизм» ввел Аристотель, он охарактеризовал софистику как мнимую, а не действительную мудрость. Он называл софизмом «мнимые доказательства», которые обосновывали логические заключения, основанные на чисто субъективном впечатлении, вызванные недостаточностью логического или семантического анализа. Убедительность на первый взгляд многих софизмов, их «логичность» обычно связана с хорошо замаскированной семиотической ошибкой, связанная с подменой основной мысли, принятие ложных посылок за истинные. Иногда это даже применение «неразрешенных» или даже «запрещенных» правил или действий, например,

при делении на нуль в математических софизмах происходит нарушение правил логики.

Обычно софисты выступали публично, с целью озадачить, запутать и поставить в неловкое положение своего собеседника и заодно повеселить публику.

Наряду с софизмами существует такое понятие, как «парадокс», его появление нельзя объяснить желанием сознательно исказить положение дел или незнанием какой-то детальной информации. Его корни лежат глубже, а появление свидетельствует об объективно сложившемся противоречивом состоянии дел. От возникновения парадоксов не застрахована ни одна из ныне существующих наук, их даже называют «патологиями» науки и стремятся как можно скорее от них избавиться. Однако это не всегда удается. В настоящее время не существует науки, в которой бы никогда не возникала парадоксов. Их находили в психологии, лингвистике, физике и таких точных науках, как логика и математика.

Традиционная классификация, идущая от Рамсея (1926), делит парадоксы на логические и семантические. Однако мы приведем классификацию М. М. Новосёлов, которая позволяет различия между чистой и прикладной логикой:

– *парадоксы, связанные с математической индукцией*: парадокс кучи, космологические парадоксы; парадокс Хао-Вана, связанный с неоднозначностью натурального ряда в аксиоматической теории множеств и формализуемость доказательств непротиворечивости;

– *парадоксы релевантности*, в основе которых лежит допущение о возможности игнорировать подробности смысловых связей;

– *парадоксы отождествлений*, в основе которых лежит допущение о независимости тождества от отождествлений, они также связаны с парадоксами математической индукции и парадоксами актива-пассива;

– *семантические парадоксы*, основанные на допущении об осмысленности отношения обозначения;

– *теоретико-множественные парадоксы*, которые сводимы к предыдущим;

– *парадоксы актива-пассива*: отождествление происходящего с производимым и т. п.; к ним относятся парадоксы о необходимости начала мира, антиномии Канта;

– *парадоксы модальностей*, которые допускают дальнейшую классификацию: отождествление возможного с действительным, ошибка сме-

щения целей, приводящая к тому, что достаточное считается необходимым и т. п.;

– *парадоксы из-за смещения интуитивных понятий* с четко определенными.

Итак, подытожим сходство и различия двух понятий заявленных в теме: софизмы и парадоксы. Софизмы – это внешне правильные доказательства ложных мыслей, в то время как логические парадоксы – «удивительные» ситуации, в которых два противоречащих суждения одновременно являются истинными и следуют друг из друга. Софизмы – это уловки, которые можно разоблачить, в то время как парадоксы – это логические «тупики», за всю историю логики не было найдено единого и окончательного способа преодоления парадоксов.

Литература

1. *Ивин, А. А.* Логика : учеб. пос. / А. А. Ивин. 2-е изд. М. : Знание, 1998.
2. *Маковельский, А. О.* История логики / А. О. Маковельский. М., 1967. 53 с.
3. *Светлов, В. А.* О разрешимости одного неразрешимого спора, или Следовало ли Протагору подавать в суд на Еватла / В. А. Светлов // *Философские науки*. 1992. № 2.
4. *Гусев, Д. А.* Логика : учеб. пос. для вузов / Д. А. Гусев. М. : Юнити-Дана, 2004.
5. *Гусев, Д. А.* Конспект лекций с задачами : учеб. пос. для вузов / Д. А. Гусев. М. : Айрис-Пресс, 2005.
6. *Краткий словарь по логике*. М., 1991.
7. URL: <http://www.proza.ru/2008/07/04/455>

ОБУЧЕНИЕ РЕШЕНИЮ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ ПО ГЕОМЕТРИИ

А. В. Павленов

Томский государственный педагогический университет

В современной программе по математике для общеобразовательной школы говорится о том, что цели обучения математике определяют ее ролью в развитии общества в целом и формировании личности каждого отдельного человека. Таким образом, выделяются два основных направления в постановке курса математики. Первое определяется общественными запросами, предъявляемыми к школе, а второе связано с выявлением и развитием задатков, склонностей, интересов, способностей учащихся.

В соответствии с этим определяются следующие цели обучения математике в школе:

а) овладение конкретными математическими знаниями, необходимыми для применения в практической деятельности, для изучения смежных дисциплин, для продолжения образования;

б) интеллектуальное развитие учащихся, формирование качеств мышления, характерных для математической деятельности и необходимых для продуктивной жизни в обществе;

в) формирование представлений об идеях и методах математики, о математике как форме описания и методе познания действительности;

г) формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры, понимания ее значимости для общественного прогресса.

Сформулированные цели в равной степени относятся ко всем разделам школьной математики, в том числе и к геометрии.

Теперь, исходя из этих общих целей, рассмотрим специальные цели, ради которых преподается геометрия.

Автор известного учебника по геометрии для средней школы А. Д. Александров, говоря о целях преподавания геометрии, указывает, что особенность геометрии, выделяющая ее не только среди остальных частей математики, но и среди других наук вообще, состоит в том, что в ней самая строгая логика соединена с наглядным представлением. Геометрия в своей сущности и есть такое соединение живого воображения и строгой логики, в котором они взаимно организуют и дополняют друг друга. Задача преподавания геометрии – развить у школьников соответствующие три качества – пространственное воображение, практическое понимание и логическое мышление.

Геометрия, как ни один другой предмет, обладает широкими возможностями для развития обоих полушарий головного мозга, так как в ней интуитивно понятные, наглядные факты получают строгое логическое обоснование и доказательство. Действительно, геометрия, по образному выражению А. Д. Александрова, это «лед и пламень».

Кроме этого, при изучении геометрии вырабатываются необходимые практические навыки изображения, моделирования, конструирования геометрических фигур, а также измерения основных геометрических величин – длин, величин углов, площадей, объемов.

Наконец, геометрия интересна и сама по себе, так как имеет яркую историю, связанную с именами выдающихся ученых, таких как Пифагор,

Евклид, Архимед, И. Кеплер, Л. Эйлер и мн. др.; богатые прикладные аспекты, в том числе в кристаллографии, живописи, архитектуре, строительстве и т. д. Геометрия занимательна, изучает красивые объекты, среди которых особо выделяются правильные, полуправильные, звездчатые многогранники и др. Она связана с развитием многих разделов современной математики и ее приложений.

Статистика итогов математических олимпиад различного уровня показывает, что к решению геометрических задач приступают буквально единицы конкурсантов. Даже решение простых задач из школьного учебника вызывает затруднения у многих учащихся. Чтобы приобщить учащихся к решению геометрических задач, убедить их в полезности таких занятий, необходимо уделять внимание разбору геометрических задач на уроках математики в 5–6-х классах, на внеурочных занятиях, на этапе подготовки к олимпиадам. Олимпиадные геометрические задачи полезны не только для проверки математических способностей и уровня математической подготовленности учащихся в жестких соревновательных условиях. На занятиях математического кружка, в спокойной обстановке, конкурсная задача является источником небольшого самостоятельного исследования, творческого открытия. Известный педагог-математик Д. Пойа писал: «Крупное научное открытие дает решение крупной проблемы, но и в решении любой задачи присутствует крупица открытия». Необходимо как можно раньше начинать работать с детьми по развитию математических способностей, вызывать интерес к предмету, побуждать ребят к систематическим занятиям математикой. Поэтому с 5-го класса нужно вести математический кружок, привлекать учащихся к участию в олимпиадах и конкурсах различного уровня (школьный, районный тур олимпиад, республиканский этап математической олимпиады Junior math, международный математический конкурс «Кенгуру», различные интернет-олимпиады). Интересно, что ребята включаются в этот марафон, переживают за неудачи, радуются своим успехам, сравнивая предыдущие результаты с новыми и наблюдая «рост». Главное, разжечь в них соревновательный дух, который послужит важным стимулом к дальнейшим целенаправленным занятиям.

Рекомендации участнику олимпиады:

1. Внимательно изучи текст предложенных задач.
2. Приступай к решению той задачи, которая кажется тебе более доступной.

3. Помни: на олимпиаде «легких» задач не бывает. Ищи «изюминку»!
4. Если задача вызывает трудности, попробуй упростить ее условие, посмотреть частные или предельные случаи.
5. Решили задачу – сразу оформляйте ее решение. Это поможет вам проверить логику и освободить мысли для других задач.
6. Если задача не получается, оставьте ее на время и переходите к другой.
7. Задача становится проще, если ее окружить родственными задачами.

Олимпиады занимают важное место в развитии детей. Именно на первой ступени обучения происходят первые открытия ребенка. Пусть они даже небольшие и как будто незначительные, но в них – ростки будущего интереса к науке. Реализованные возможности развивают ребенка, стимулируют интерес к различным наукам. Олимпиады позволяют ученику познать себя, дают возможность в большей степени утвердиться в собственных глазах и среди окружающих. В целом они служат развитию творческой инициативы ребенка.

Общие принципы формирования комплектов заданий математических олимпиад:

1. Нарастание сложности заданий от первого к последнему. При этом их трудность должна быть такой, чтобы с первым заданием могли успешно справиться примерно 70% участников, со вторым – более 50%, с третьим – около 20%, а с последними – лучшие из участников олимпиады.

2. Тематическое разнообразие заданий: в комплект должны входить задачи по геометрии, алгебре, комбинаторике, в младших классах – по арифметике, логические задачи; в старших классах желательно включение задач по теории чисел, тригонометрии, стереометрии, математическому анализу. При этом допустимо и даже рекомендуется включение в варианты задач, объединяющих различные разделы школьной математики.

3. Обязательная новизна задач для участников олимпиады. В случае когда задания выбираются из печатных изданий или из сети Интернет, методическая комиссия соответствующего этапа должна использовать источники, неизвестные участникам.

4. Недопустимость включения в задания задач по разделам математики, неизученным по всем базовым учебникам по алгебре и геометрии в соответствующем классе к моменту проведения олимпиады.

Критерии оценивания:

Задания математических олимпиад являются творческими, допускают несколько различных вариантов решений. Кроме того, необходимо оценивать частичные продвижения в задачах (например, разбор одного из случаев методом, позволяющим решить задачу в целом, доказательство леммы, используемой в одном из доказательств, нахождение примера или доказательства оценки в задачах типа «оценка + пример» и т. п.). Наконец, возможны как существенные, так и не влияющие на логику рассуждений логические и арифметические ошибки в решениях. Окончательные баллы по задаче должны учитывать все вышеперечисленное.

Недопустимо снимать баллы за то, что решение слишком длинное, или за то, что решение школьника отличается от приведенного в методических разработках или от других решений, известных жюри. Важно отметить, что исправления в работе (зачеркивания ранее написанного текста) не являются основанием для снятия баллов.

В то же время любой сколь угодно длинный текст решения, не содержащий полезных продвижений, должен быть оценен в 0 баллов.

Победители и призеры олимпиады определяются жюри в соответствии с итоговой таблицей. Список победителей и призеров утверждается организатором соответствующего этапа олимпиады. Количество победителей и призеров олимпиады не должно превышать 45% от общего числа участников олимпиады. Важно отметить, что победителями олимпиады являются ВСЕ участники, набравшие наибольшие баллы. Поэтому жюри может определить в любом классе более чем одного победителя.

В современных учебниках, пособиях и различного рода задачниках, к сожалению, уделяется мало внимания психологическим факторам, влияющим на успешность обучения математике. А именно: воспитание у учащихся уверенности в своих силах, развитие умения пользоваться прошлым опытом.

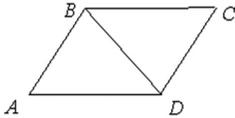
Приведем примеры того, как надо подбирать материал к занятию.

Тема «Система математических задач, решаемых методом площадей»

Берется утверждение, которое является базовым. На основе этого утверждения выстраивается «цепочка» задач по нарастающему уровню сложности. Решения задач в этой «цепочке» основано на базовом утверждении и на решении предыдущих задач.

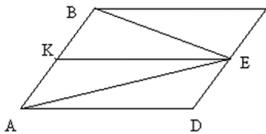
Утверждение. Два треугольника являются равновеликими, если равны их высоты и основания.

Задача 1. Докажите, что диагональ параллелограмма делит его на два равновеликих треугольника.



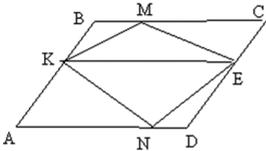
Решение. Высоты треугольников ABD и BCD равны. $AD = BC$ (по свойству параллелограмма). Тогда в силу утверждения $1 S_{\triangle ABD} = S_{\triangle BCD}$.

Задача 2. На стороне CD параллелограмма $ABCD$ взята произвольная точка E . Зная, что $S_{\triangle ABE} = S$, найдите площадь параллелограмма $ABCD$.



Решение. Проведем дополнительное построение: $KE \parallel AD$. Тогда из задачи 1 следует, что $S_{\triangle KBE} = S_{\triangle CBE}$, а $S_{\triangle AKE} = S_{\triangle ADE}$. Отсюда $S_{ABCD} = 2S$.

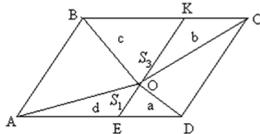
Задача 3. В параллелограмме $ABCD$ на сторонах AB и CD взяты произвольные точки M и N . Докажите, что площадь четырехугольника $KMEN$ равна площади четырех образовавшихся треугольников.



Решение. Проведем отрезок KE . Тогда в силу задачи 2 $S_{\triangle KME} = S_{\triangle KMB} + S_{\triangle MEC}$, а $S_{\triangle KNE} = S_{\triangle AKN} + S_{\triangle EDN}$.

Отсюда $S_{\triangle KMEN} = S_{\triangle KMB} + S_{\triangle MEC} + S_{\triangle KNE} + S_{\triangle EDN}$.

Задача 4. Внутри параллелограмма $ABCD$ взята произвольная точка O . Зная площадь трех треугольников с вершиной в точке O , найдите площадь четвертого треугольника.



Решение. Пусть $S_{\triangle ADO} = S_1$, $S_{\triangle ABO} = S_2$, $S_{\triangle BOC} = S_3$. Произведем дополнительное построение: $KE \parallel AB$. Введем следующие обозначения: $S_{\triangle EOD} = a$, $S_{\triangle KCO} = b$, $S_{\triangle BKO} = c$, $S_{\triangle AEO} = d$.

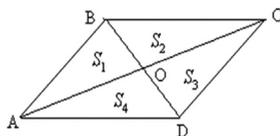
Тогда $S_2 = c + d$, $S_{\triangle DOC} = a + b$, $S_1 + S_3 = a + b + c + d$. Отсюда $S_{\triangle DCO} = S_1 + S_3 - S_2$.

Задача 5. Каждая диагональ четырехугольника делит его на треугольники одинаковой площади. Докажите, что это параллелограмм.

Решение. Из условия следует, что верны равенства: $S_1 + S_2 = S_3 + S_4$ и $S_1 + S_4 = S_3 + S_2$. Откуда получим, что $S_1 = S_3$, а $S_2 = S_4$.

Отметим, что $S_2 S_1 = AOOC$, $S_4 S_3 = AOOC$.

Кроме этого, соответствующие высоты треугольников BOC , COD и AOB , AOD равны, соответственно, площади относятся как длины оснований. Из того, что $S_1 = S_3$ и $S_2 = S_4$ следует, что $AOOC = AOOC$. Следовательно, $AO = OC$. Аналогично можно доказать, что $BO = OD$. Можно сделать вывод, что диагонали четырехугольника точкой пересечения делятся пополам, а это значит, что $ABCD$ – параллелограмм.



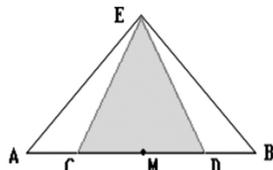
Тема «Равные треугольники. Признаки равенства»

Задача 1. Точки A, B, C, D лежат на одной прямой, причем отрезки AB и CD имеют общую середину. Докажите, что, если треугольник ABE равнобедренный с основанием AB , то треугольник CDE тоже равнобедренный с основанием CD .

Подсказка. Примените признаки равенства треугольников.

Решение. Пусть M – общая середина отрезков AB и CD , а точка C лежит между точками A и M . Тогда $AC = AM - CM$ и $DB = BM - DM$, а так как $AM = BM$ и $CM = DM$, то $AC = BD$.

Поскольку треугольник ABE равнобедренный с основанием AB , то $AE = BE$ и $\angle CAE = \angle DBE$. Следовательно, треугольники ACE и BDE равны по двум сторонам и углу между ними. Поэтому $CE = DE$, т. е. треугольник CDE равнобедренный с основанием CD .



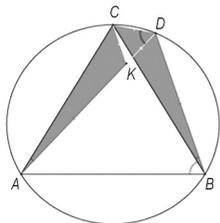
Задача 2. На окружности радиуса 5, описанной около правильного треугольника, взята точка D . Известно, что расстояние от точки D до одной из вершин треугольника равно 9. Найдите сумму расстояний от точки D до двух других вершин треугольника.

Подсказка. Пусть расстояние от вершины A треугольника ABC до точки D равно 9. Докажите, что точка D лежит на меньшей дуге BC и $BD + CD = AD$.

Решение. Пусть расстояние от вершины A треугольника ABC до точки D равно 9. Если a – сторона равностороннего треугольника, а R – радиус описанной около него окружности, то

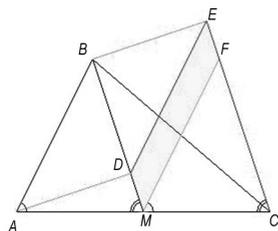
$$a = 2R \cos 30^\circ = 10 \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}.$$

Поскольку $AD = 9 > 5\sqrt{3} = a$, то точка D лежит на меньшей дуге BC . Отложим на луче AD отрезок AK , равный BD . Тогда треугольник AKC



равен треугольнику BDC по двум сторонам и углу между ними ($\angle KAC = \angle DAC = \angle DBC$ как вписанные углы, опирающиеся на одну дугу). Поэтому $CK = CD$, а так как $\angle KDC = \angle ADC = \angle ABC = 60^\circ$, то треугольник CKD – равносторонний, значит, $DK = DC$. Поскольку $AK = BD < BC = a < AD$, то точка K лежит на отрезке AD . Следовательно, $BD + CD = AK + KD = AD = 9$.

Задача 3. Точка D взята на медиане BM треугольника ABC . Через точку D проведена прямая, параллельная стороне AB , а через точку C проведена прямая, параллельная медиане BM . Две проведенные прямые пересекаются в точке E . Докажите, что $BE = AD$.



Подсказка. Через точку M проведите прямую, параллельную DE .

Решение. Пусть прямая, проходящая через точку M параллельно DE , пересекает прямую CE в точке F . Тогда четырехугольник $MDEF$ – параллелограмм, поэтому $MF = DE$. Треугольник MFC равен треугольнику ABM по стороне и двум прилежащим к ней углам ($AM = MC$, $\angle BAM = \angle FMC$, $\angle AMB = \angle MCF$). Значит, $AB = MF = DE$, а так как $AB \parallel DE$, то $ABED$ – также параллелограмм. Следовательно, $BE = AD$.

Использовать систему развивающих задач можно на уроках любого вида как по способу проведения, так и по форме проведения – уроки в форме соревнований и игр; уроки, основанные на формах и жанрах общественной практики и публичных форм общения; уроки, основанные на имитации какой-либо деятельности; с использованием на уроке традиционных форм внеклассной работы; интегрированные уроки, сочетание различных форм.

Необходима такая технология обучения, которая позволяет ребенку уже на обычном повседневном уроке иметь возможность не только для обогащения средствами изучаемого материала, но и для ускорения в изучении по его способностям.

Литература

1. *Агаханов, Н. Х.* Всероссийские олимпиады школьников по математике 1993–2006 / Н. Х. Агаханов, И. И. Богданов, П. А. Кожевников. М. : МЦНМО, 2007. 472 с.
2. *Агаханов, Н. Х.* Математика: всероссийские олимпиады / Н. Х. Агаханов, И. И. Богданов, П. А. Кожевников. М. : Просвещение, 2008. Вып. 1. 192 с.
3. *Внеклассная работа по математике в 4–5-х классах* / под ред. С. И. Шварцбурда. М. : Просвещение, 1974. 191 с.
4. *Гальперин, Г. А.* Московские математические олимпиады / Г. А. Гальперин, А. К. Толпыго. М. : Просвещение, 1986.
5. *Математика* : хрестоматия по истории, методологии, дидактике / сост. Г. Д. Глейзер. М. : Изд-во УРАО, 2001. 384 с.
6. *Прасолов, В. В.* Задачи по планиметрии / В. В. Прасолов. 5-е изд., испр. и доп. М. : МЦНМО, 2006.
7. *Школьные математические олимпиады* / сост. Н. Х. Агаханов, Д. А. Терешин, Г. М. Кузнецова. 2-е изд., стер. М. : Дрофа, 2001. 127 с.
8. URL: <http://school-collection.edu.ru/catalog/rubr/>

ФРАНСУА ВИЕТ – ОТЕЦ СОВРЕМЕННОЙ АЛГЕБРЫ И ГЕНИАЛЬНЫЙ ШИФРОВАЛЬЩИК

Н. А. Ромашев, Л. Л. Рыскина

Томский государственный педагогический университет

Искусство, которое я излагаю,
ново или по крайней мере было
настолько испорчено временем
и искажено влиянием варваров,
что я счел нужным придать ему
совершенно новый вид.

Ф. Виет

Юрист по образованию, математик по призванию, Франсуа Виет снижал себе славу в числе великих ученых. Талантливый человек, как известно, талантлив во всем, подтверждая эти слова, Виет, путем математических рассуждений сумел расшифровать сложный шифр (тайнописи) перехваченной переписки, которым пользовалась Испания в войне против Франции. Благодаря расшифровке этого кода, король Франции был полностью в курсе действий своих противников. Стоит отметить, что

код был довольно сложным, содержал до 600 различных знаков, которые периодически менялись.

Несмотря на успехи в расшифровке тайнописи, «делом всей жизни» это занятие не стало, так как главной страстью Франсуа Виета была все же математика. Непрерывно совершенствуя свои познания в области точных наук, Виет глубоко изучил сочинения классиков Архимеда и Диофанта, ближайших предшественников Джероламо Кардано, Рафаэля Бомбелли, Симона Стевина и др. Однако восхищение их трудами сменилось небольшим разочарованием, так как, по мнению Виета, все они содержали значительный изъян, заключающийся в сложности понимания из-за словесной символики.

Именно Франсуа Виет стал основоположником буквенной символики в алгебре. На самом деле, его обозначения значительно отличаются от тех, которыми мы пользуемся сейчас, прогрессивной была мысль о том, что возможно выполнять алгебраические преобразования над символами, т.е. ввести понятие математической формулы. Приведем пример алгебраических символов, которыми пользовался сам Виет: кубическое уравнение $x^3 + 3bx = d$ он записывал *A cubus + B planum in A3 aequatur D solido*.

Справедливости ради отметим, что до Виета в алгебре была известна некоторая символика, и были известны способы решения уравнений третьей и четвертой степени в радикалах, но именно Виет дал в своих трудах основы общей теории алгебраических уравнений, за что и получил почетное звание «отца современной алгебры». Ф. Виет первым ввел буквенные обозначения не только для неизвестных, но и для коэффициентов уравнений (данных величин).

Известен случай, когда голландский математик Андриан ван Роумен решил бросить вызов математикам всего мира. Он разослал во все европейские университеты уравнение 45-й степени:

$$x^{45} - 45x^{43} + 945x^{41} - 12300x^{39} + \dots + 95634x^5 - 3795x^3 + 45x = a.$$

Франсуа Виет, принял вызов и нашел очень изящное решение данного уравнения. Он заметил, что a есть сторона правильного 15-угольника, вписанного в круг радиуса 1, а по коэффициентам второго и последнего членов заключил, что x есть хорда $1/45$ этой дуги, как оно и было на самом деле. Однако Виет нашел лишь 23 корня данного уравнения, так

как остальные 22 корня – были отрицательные, а Виет оставил их без внимания, он не признавал ни отрицательных, ни мнимых корней. После этого фурора, составитель данного уравнения Роумен стал почитателем таланта Ф. Виета.

В трудах Виета была описана возможность выражения свойств уравнений и их корней общими формулами. Им были найдены общие методы для решения уравнений второй, третьей и четвертой степени, а так же были введены формулы суммы и произведения корней квадратного уравнения, которые ныне носят его имя (формулы Виета):

$$ax^2 + bx + c = 0,$$
$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}.$$

Все свои математические труды Виет опубликовал в 1591 г. в книге «Isagoge in artem analiticam». Второе сочинение Виета «Recensio canónica effectionum geometricarum» стало базисом для аналитической геометрии. Значителен вклад Виета и в тригонометрию, так как он нашел полное решение плоского и сферического треугольников по трем данным элементам. Так же им было приведено разложение величин $\cos x$ и $\sin x$ в ряд по степеням $\cos x$ и $\sin x$.

Познания Ф. Виета были достаточно обширны, а научная деятельность всесторонней, однако его работы не нашли широкого распространения при жизни автора. Его работы были написаны трудным для понимания математическим языком, что не получили широкого распространения, которого заслуживали. Лишь спустя 40 лет после смерти Франсуа Виета его произведения были изданы Франсом Ван Схотеном под общим заглавием «Opera mathematica».

Литература

1. *Стройк, Д. Я.* Краткий очерк истории математики / Д. Я. Стройк ; пер. с нем. 2-е изд. М., 1969.
2. *История математики с древнейших времен до начала XIX столетия* / под ред. А. П. Юшкевича. М. : Наука, 1970.
3. *Первые замечания к видовой логистике* // Ad logisticam speciosam notae priores. Parisii, 1631.
4. *Дополнение к геометрии* // Supplementum geometriae. Turonis, 1593.
5. URL: <http://elite-home.narod.ru/scien14a.htm>

МНОГОГРАННИКИ

А. А. Семёнова

Рассмотрим тему «многогранники» в элективном курсе.

Многогранником называется тело, граница которого является объединением конечного числа многоугольников.

Первые упоминания о многогранниках известны еще за три тысячи лет до нашей эры в Египте и Вавилоне. Но теория многогранников является и современным разделом математики. Она тесно связана с топологией, теорией графов, имеет большое значение как для теоретических исследований по геометрии, так и для практических приложений в других разделах математики, например, в алгебре, теории чисел, прикладной математики – линейном программировании, теории оптимального управления.

Многогранники имеют красивые формы, например, правильные, полуправильные и звездчатые многогранники. Они обладают богатой историей, которая связана с именами таких ученых, как Пифагор, Евклид, Архимед. Многогранники выделяются необычными свойствами, самое яркое из которых формулируется в теореме Эйлера о числе граней, вершин и ребер выпуклого многогранника: для любого выпуклого многогранника справедливо соотношение $G + B - P = 2$, где G – число граней, B – число вершин, P – число ребер данного многогранника. Теорему Эйлера историки математики называют первой теоремой топологии – крупного раздела современной математики.

С древнейших времен наши представления о красоте связаны с симметрией. Наверное, этим объясняется интерес человека к многогранникам – удивительным символам симметрии, привлекавшим внимание выдающихся мыслителей.

История правильных многогранников уходит в глубокую древность. Пифагора и его учеников поражала красота, совершенство, гармония этих фигур. Пифагорейцы считали правильные многогранники божественными фигурами и использовали в своих философских сочинениях: первоосновам бытия – огню, земле, воздуху, воде придавалась форма соответственно тетраэдра, куба, октаэдра, икосаэдра, а вся Вселенная имела форму додекаэдра. Позже учение пифагорейцев о правильных многогранниках изложил в своих трудах другой древнегреческий уче-

ный, философ-идеалист Платон. С тех пор правильные многогранники стали называться платоновыми телами.

Существует пять видов правильных многогранников: тетраэдр, гексаэдр (куб), октаэдр, додекаэдр, икосаэдр. Почему правильные многогранники получили такие имена? Это связано с числом их граней. Тетраэдр имеет четыре грани, в переводе с греческого «тетра» – четыре, «эдрон» – грань. Гексаэдр (куб) имеет шесть граней, «гекса» – шесть; октаэдр – восьмигранник, «окто» – восемь; додекаэдр – двенадцатигранник, «додека» – двенадцать; икосаэдр имеет 20 граней, «икоси» – двадцать.

Правильным многогранником называется многогранник, у которого все грани правильные равные многоугольники, и все двугранные углы равны. Но есть и такие многогранники, у которых все многогранные углы равны, а грани – правильные, но разноименные правильные многоугольники. Многогранники такого типа называются равноугольно-полуправильными многогранниками. Впервые многогранники такого типа открыл Архимед. Им подробно описаны 13 многогранников, которые позже в честь великого ученого были названы телами Архимеда. Это усеченный тетраэдр, усеченный оксаэдр, усеченный икосаэдр, усеченный куб, усеченный додекаэдр, кубооктаэдр, икосододекаэдр, усеченный кубооктаэдр усеченный икосододекаэдр, ромбокубооктаэдр, ромбоикосододекаэдр, «плосконосый» (курносый) куб, «плосконосый» (курносый) додекаэдр.

Кроме полуправильных многогранников из правильных многогранников – Платоновых тел, можно получить так называемые правильные звездчатые многогранники. Их всего четыре, они называются также телами Кеплера – Пуансо. Кеплер открыл малый додекаэдр, названный им колючим или ежом, и большой додекаэдр. Пуансо открыл два других правильных звездчатых многогранника, двойственных соответственно первым двум: большой звездчатый додекаэдр и большой икосаэдр.

С античных времен были известны пять правильных тел Платона – тетраэдр, гексаэдр (куб), октаэдр, икосаэдр, додекаэдр (рис. 1, позиции 1–5). Архимед отсек у них углы и получил еще пять полуправильных многогранников. Усеченный тетраэдр состоит из четырех шестиугольных граней и такого же числа треугольных граней. Все грани усеченного тетраэдра правильные, причем сторона шестиугольника равна стороне треугольника. Усеченный гексаэдр состоит из шести восьмиугольных

граней и восьми треугольных, а усеченный октаэдр – из шести квадратов и восьми шестиугольников, причем две последние усеченные фигуры имеют равное число вершин, ребер и граней. В таблице занесены все 13 полуправильных многогранников Архимеда, которые на рис. 1 заняли позиции с 10 по 14. Позиции 12 и 13 занимают ромбокубооктаэдр в двух модификациях, отличающихся поворотом верхней части многогранника относительно его нижней на угол 90° .

Многогранники	Позиция (рис. 1)	f	n	m
		Грани	Вершины	Ребра
Тетраэдр	1	4	4	6
Гексаэдр (куб)	2	6	8	12
Октаэдр	3	8	6	12
Додекаэдр	4	12	20	30
Икосаэдр	5	20	12	30
Усеченный тетраэдр	10	8	12	18
Усеченный гексаэдр	11	14	24	36
Ромбокубооктаэдр	12, 13	26	24	48
Плосконосый куб	14	38	24	60
Усеченный кубооктаэдр	15	26	48	72
Кубооктаэдр	16	14	12	24
Усеченный октаэдр	17	14	24	36
Усеченный додекаэдр	18	32	60	90
Ромбоикосододекаэдр	19	62	60	120
Усеченный икосододекаэдр	20	62	120	180
Икосододекаэдр	21	32	30	60
Усеченный икосаэдр	22	32	60	90
Плосконосый додекаэдр	23	92	60	150
Правильная призма	24	$k + 2$	$2k$	$3k$
Антипризма	25	$2k + 2$	$2k$	$4k$

В Новое время Кеплер ввел звездчатый октаэдр (*stella octangula*), который получался в результате взаимного проникновения двух тетраэдров, построенных внутри куба. У него получилось, что из каждой грани одного тетраэдра торчит вершина другого тетраэдра в форме трехгранной пирамиды. Эта фигура уже не относится к выпуклым многогранникам, так как ее невозможно поставить, скажем, на стол одной какой-то гранью. Выпуклым называется такой многогранник, который

остается по одну сторону от плоскости любой своей грани. В многограннике Кеплера оказалось 14 вершин, 24 грани и 36 ребер.

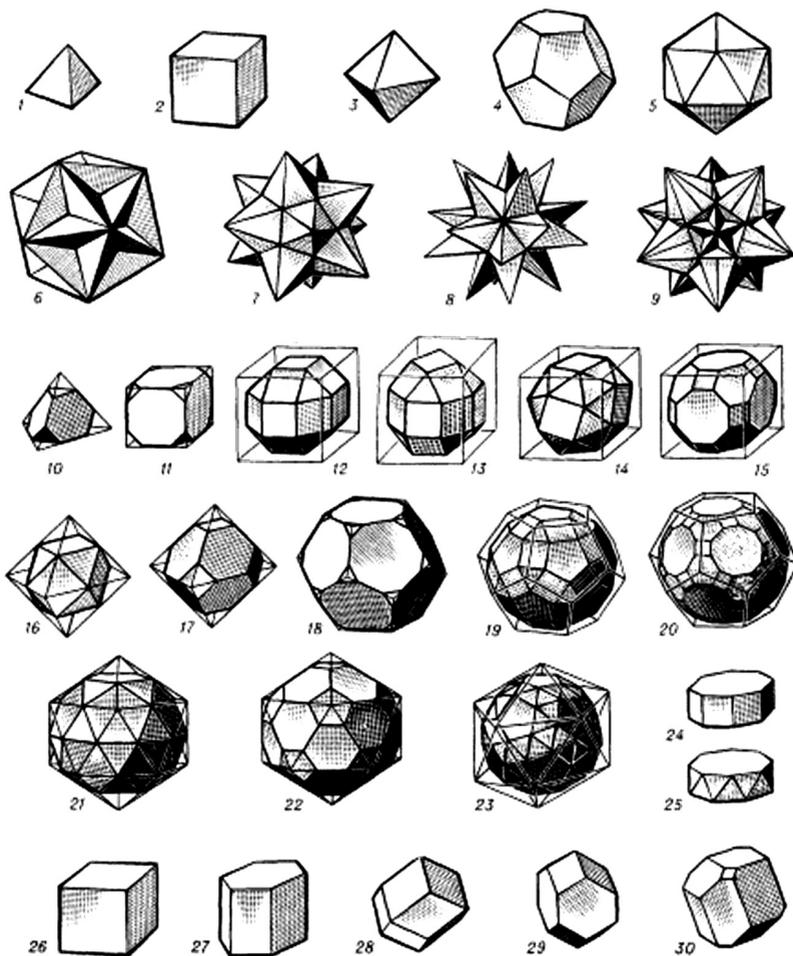


Рис. 1

К звездчатым относятся и тела Пуансо (на рис. 1, позиции 6–9), у которых имеются самопересекающиеся грани. Они, как и звезда Кеплера,

не противоречат определению многогранника, а это определение требует, чтобы каждое ребро многогранника разделяло две и только две грани. Если, двигаясь по граням и пересекая ребро за ребром, мы можем обойти весь многогранник по внешним, всегда видимым сторонам, не рискуя оказаться с внутренней стороны какой-нибудь из граней, то такой многогранник называется ориентированным, в противном случае – неориентированным. Звездчатые и все прочие многогранники, изображенные на рис. 1, являются ориентированными. Можно познакомиться с неориентированным гептаэдром, у которого есть пересечения граней, не образующих ребра. Для таких тел, как гептаэдр, невозможно в принципе найти площадь поверхности и объем тела, хотя поиск этих геометрических величин у ориентированных многогранников тоже представляет немалую трудность. В частности, нахождение объема звездчатых тел Пуансо является сложной задачей, с которой, однако, автор этих тел благополучно справился.

Звездчатые формы вместе с правильными и полуправильными телами образуют 66 тел. Это число почти удвоится, если к ним добавить невыпуклые однородные многогранники, у которых часть граней, состоящая из правильных многоугольников, является выпуклой, а часть оказывается вдавленной внутрь объема. Это свойство тел, с одной стороны, роднит их с правильными и полуправильными телами, а с другой – объединяет и со звездчатыми телами, которые могут покоиться на плоскости, только опираясь на несколько вершин или ребер. Особый класс образуют параллелеэдры, которыми можно заполнить все бесконечное пространство, не оставляя пустоты и без того, чтобы их внутренние объемы пересекались (рис. 1, позиции 26–30).

Литература

1. *Фоменко, А. Т.* Топологические вариационные задачи / А. Т. Фоменко. М. : Изд-во МГУ, 1984.
2. *Вернер, А. Л.* Математика : учеб. пос. для 11-х кл. / А. Л. Вернер, М. : Просвещение, 2002.
3. URL: http://timinva.narod.ru/m0220.htm#_Toc321325993

ТЕМА «ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ КРИВЫЕ» В ЭЛЕКТИВНОМ КУРСЕ

О. М. Сиухина

Томский государственный педагогический университет

Элективные курсы (от лат. *electus* – «избранный») – это курсы, обязательные для изучения, направленность которых учащийся выбирает самостоятельно. При этом эти курсы не повторяют программу базового среднего образования. Схема обучения на элективных курсах достаточно проста. Учащиеся самостоятельно выбирают 3–5 элективных курсов из предложенных в учебном плане школы и посещают их в течение всего учебного года.

Рассмотрим элективный курс «Замечательные кривые».

Цели курса:

- расширение кругозора учащихся в области применения математики;
- выявление взаимосвязи математики с различными областями человеческой деятельности и явлениями, происходящими в природе;
- воспитание чувства уважения к математическим дисциплинам как к наукам, без которых развитие цивилизации было бы невозможно;
- помощь учащимся в выборе профиля обучения.

По окончании данного элективного курса учащиеся должны знать сведения о замечательных кривых, о том, где они встречаются в природе и как используются в технике, искусстве; уметь строить замечательные кривые разными способами, в том числе и с помощью самодельных приборов.

Учебно-тематическое планирование по курсу «Замечательные кривые»

Тема курса	Кол-во часов	Форма занятия и вид деятельности	Наглядность
1	2	3	4
Спирали	1	Беседа: «Такие разные спирали» (с рассмотрением задач, дающих представление о разных видах спиралей). Введение полярной системы координат для решения последующих задач	Иллюстрации различных спиралей, встречающихся в природе

Продолжение табл.

1	2	3	4
Эвольвента (развертка) окружности	1	Сообщение: «Где встречается эвольвента». Практическая работа: «Изготовление прибора для вычерчивания эвольвенты. Построение эвольвенты»	Рисунки, где видна эвольвента (коза на веревочке вокруг колышка, элементы зацепления механизмов и др.)
Спираль Архимеда	1	Разбор задач, обнаруживающих спираль Архимеда. Практическая работа: «Построение спирали Архимеда с помощью окружности и с помощью самодельного прибора» (прибор приготовить заранее)	Простейший прибор для вычерчивания спирали Архимеда и иллюстрации более сложных приборов. Иллюстрация использования спирали Архимеда в машинах, преобразующих вращательное движение в поступательное
Логарифмическая (золотая) спираль	1	Сообщения учащихся: 1. Задачи, обнаруживающие золотую спираль. 2. Что такое локсодрома? 3. Связь золотой спирали и «золотого сечения». 4. Золотая спираль в искусстве – застывшее мгновение. 5. Золотая спираль в природе. Практическая работа: «Построение золотой спирали с помощью „золотых“ прямоугольников»	Иллюстрации созданий природы в виде логарифмической спирали (раковины, соцветия, рога, галактики и т. д.), а также произведений живописи, написанных по закону спирали. Простейшее устройство для построения спирали
Квадратичная спираль. Спираль Корню	1	Рассказ учителя о том, где встречаются такие спирали. Практическая работа: «Построение квадратичной спирали в полярной системе координат по формуле $r = a\theta$ »	Иллюстрация наглядного изображения этих спиралей (траектория движения шарика по вращающемуся диску, кривая для закругления ж/д пути)
Конхоида Никомеда. Улитка Паскаля. Спираль Корню	1	Практическая работа: построение этих кривых по планам построения, исследование их родственности. Беседа: «Где мы можем встретить эти кривые?»	Иллюстрации кривых, встречающихся в быту, технике

Продолжение табл.

1	2	3	4
Трактриса	1	Практическая работа: «Построение трактрисы на местности и на листе». Лекция: «Псевдосфера – поверхность, полученная путем вращения трактрисы – модель странной геометрии Лобачевского»	Иллюстрация псевдосферы, предметы в форме псевдосферы
Цепная линия	1	Практическая работа: «Создание гирлянды из всевозможных предметов». Беседа: «Где можно встретить цепную линию?». Практическая работа: «Создание минимальной поверхности – катеноида, обнаружение здесь цепной линии»	Самодельный прибор для создания мыльной пленки в форме катеноида. Иллюстрации творений рук человеческих в форме цепной линии
Циклоида	1	Практическая работа «Построение циклоиды с помощью картонного круга и линейки». Сообщения учащихся: 1. Физические свойства циклоиды. 2. Удлиненная и укороченная циклоида – траектории разных точек колеса ж/д колеса. Практическая работ: «Построение гипоциклоид с помощью шаблонов»	Самодельные картонные круги определенных радиусов для построения циклоиды и гипоциклоид. Иллюстрации циклоиды, удлиненной и укороченной циклоид на фоне движущегося колеса, а также часов Гюйгенса
Синусоида	1	Практическая работа: «Построение синусоиды с помощью окружности и практическим путем с помощью трубочки из плотной бумаги и качающегося предмета». Сообщения учащихся на тему: «Колебательные движения вокруг нас»	Приборы для практического получения синусоидальной кривой
Конические сечения	3	Практическая работа: «Рассечение конуса и исследование сечений». Рассказ учителя: «Траектории движения тел, брошенных под углом. Зависимость	Конус, изготовленный из материала легко разрезаемого (можно из овощей). Иллюстрации к каждой

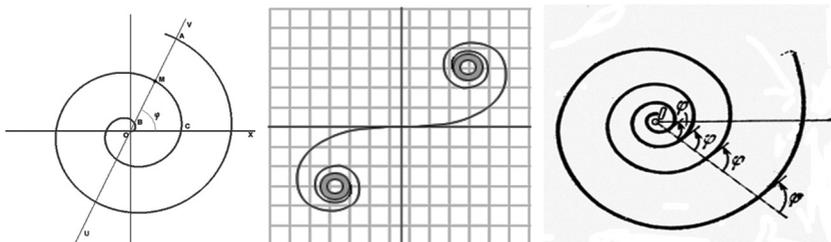
Продолжение табл.

1	2	3	4
		<p>траектории от скорости тела». Разбор теорем (без доказательств), описывающих необычные свойства окружности: 1) поризм Штейнера; 2) теорема В. Понселе; 3) теорема о зигзагах. Построение «окружности девяти точек» Эйлера</p>	<p>из теорем и задачи Эйлера на листах</p>
		<p>Практическая работа: «Различные способы построения эллипса, параболы (в том числе с помощью простейших приспособлений)». Сообщения: 1. Акустические свойства эллиптических сводов. 2. Оптические свойства параболы (зажигательные зеркала Архимеда – прообраз современных лазеров)</p>	<p>Простейшие приспособления для построения эллипса, параболы. Плакаты со схемами построения эллипса и параболы разными способами (в целях экономии времени)</p>
		<p>Практическая работа: «Построение гиперболы разными способами». Сообщения учащихся: 1. Оптические свойства гиперболы. 2. Зона слышимости сверхзвукового самолета. Рассказ учителя об эллиптическом параболоиде и гиперболическом параболоиде, а также двуполостном и однополостном гиперболоиде, и о том, где их можно увидеть</p>	<p>Иллюстрации предметов и сооружений, имеющих форму эллиптического параболоида, гиперболического параболоида, двуполостного и однополостного гиперболоидов</p>
<p>Розетки</p>	<p>1</p>	<p>Практическая работа: «Построение элементарных розеток в полярной системе координат»</p>	<p>Иллюстрации различного рода «цветов, построенных ЭВМ», витражей в виде розеток</p>

Фрагмент урока «Такие разные спирали»

Самые распространенные кривые – спирали – плоские кривые линии, многократно обходящие одну из точек плоскости. Эта точка называется полюсом спирали.

1. Спираль Архимеда.
2. Спираль Корню.
3. Логарифмическая спираль.



Полярная система координат – двумерная система координат, в которой каждая точка на плоскости определяется двумя числами – полярным углом и полярным радиусом.

Полярная система координат задается лучом, который называют нулевым или *полярной осью*.

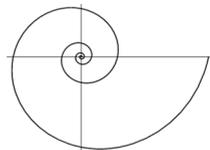
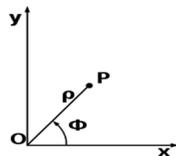
Точка, из которой выходит этот луч, называется началом координат или *полюсом*.

Любая точка плоскости характеризуется двумя координатами: радиальной ρ и угловой φ .

Пару полярных координат можно перевести в декартовы координаты путем применения тригонометрических функций синуса и косинуса:

Связь полярных координат с прямоугольными декартовыми координатами.

Логарифмическая спираль. Логарифмическая спираль или изогональная – особый вид спирали, часто встречающийся в природе. Логарифмическая спираль была впервые описана Декартом и позже интенсивно исследована Бернулли, который назвал ее *Spira mirabilis*, «удивительная спираль», опи-



сывается уравнением $r = a\varphi$, где r – расстояние от точки, вокруг которой закручивается спираль (ее называют полюсом), до произвольной точки на спирали, φ – угол поворота относительно полюса, a – постоянная.

Свойство: если вращать спираль вокруг полюса по часовой стрелке, то можно наблюдать кажущееся растяжение спирали.

Логарифмическая спираль в природе:

– один из наиболее распространенных пауков, эпейра, сплетая паутину, закручивает нити вокруг центра по логарифмической спирали;

– хищные птицы кружат над добычей по логарифмической спирали. Дело в том, что они лучше видят, если смотрят не прямо на добычу, а чуть в сторону.



Спираль Корню, или клофоида. Эта кривая названа по имени французского физика XIX в. А. Корню.

«Клофо» – от *греч.* «прямая». Клофоида больше знакома железнодорожникам как радиоидальная спираль. По уравнению клофоиды они рассчитывают, в какой точке окажется поезд, пройдя по клофоиде какое-либо расстояние. Уравнение

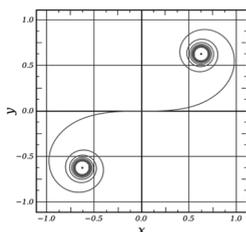
$$r = \frac{a}{s}.$$

Главной особенностью спирали является то, что ее кривизна прямо пропорциональна длине пройденного по ней пути.

При этом прямой участок пути должен переходить в дугу спирали Корню, начиная с ее центра. А с путем по окружности спираль Корню стыкуется в той ее точке, где ее кривизна равняется кривизне данной окружности.

При строительстве железных и шоссейных дорог возникает необходимость связать прямолинейные участки с участками пути, где средства транспорта движутся по дугам окружностей. При этом важно, чтобы

кривизна пути изменялась равномерно, и спираль Корню является идеальной переходной кривой для закругления железнодорожного пути.

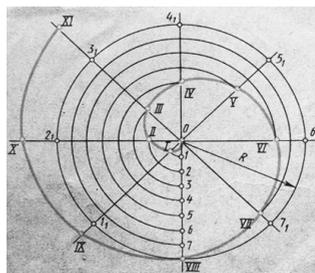


Спираль Архимеда. Спираль Архимеда – это траектория точки, движущейся с постоянной скоростью от центра окружности по радиусу, вращающемуся также с постоянной угловой скоростью.

Уравнение Архимедовой спирали в полярной системе координат записывается так:

$$r = k\varphi,$$

где k – смещение точки M по лучу r , при повороте на угол равный одному радиану.



Как построить спираль Архимеда:

1. Делим радиус окружности на одинаковое число равных частей (в примере на 8).
2. Делим окружность на такое же число равных частей.
3. Проводим лучи из центра через точки деления окружности.
4. На первом луче откладываем одно деление радиуса.

5. На втором луче откладываем два деления радиуса и т. д.
6. Если строить спираль дальше, то на луче 1 откладываем $8 + 1$ деление радиуса (получаем точку IX).
7. На втором луче откладываем $8 + 2$ деления радиуса (получаем точку X).
8. На третьем луче откладываем $8 + 3$ деления радиуса (получаем точку XI) и т. д.

МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ ИНВЕРСИИ В ПРОФИЛЬНЫХ КЛАССАХ

Д. С. Цуканова

Томский государственный педагогический университет

Профильное обучение – средство дифференциации и индивидуализации обучения, позволяющее за счет изменений в структуре, содержании и организации образовательного процесса более полно учитываются интересы, склонности и способности учащихся, создавать условия для обучения старшеклассников в соответствии с их профессиональными интересами и намерениями в отношении продолжения образования. Профильная школа есть институциональная форма реализации этой цели. Это основная форма, однако перспективными в отдельных случаях могут стать иные формы организации профильного обучения, в том числе выводящие реализацию соответствующих образовательных стандартов и программ за стены отдельного общеобразовательного учреждения.

Профильное обучение направлено на реализацию личностно ориентированного учебного процесса. При этом существенно расширяются возможности выстраивания учеником индивидуальной образовательной траектории.

Переход к профильному обучению преследует следующие основные цели:

- обеспечить углубленное изучение отдельных предметов программы полного общего образования;
- создать условия для существенной дифференциации содержания обучения старшеклассников с широкими и гибкими возможностями построения школьниками индивидуальных образовательных программ;

– способствовать установлению равного доступа к полноценному образованию разным категориям обучающихся в соответствии с их способностями, индивидуальными склонностями и потребностями;

– расширить возможности социализации учащихся, обеспечить преемственность между общим и профессиональным образованием, более эффективно подготовить выпускников школы к освоению программ высшего профессионального образования.

В концепции профильного обучения обозначены цели перехода к профильному обучению, среди которых выделим цель создания условий для существенной дифференциации содержания обучения старшеклассников с широкими и гибкими возможностями построения школьниками индивидуальных образовательных программ. С этой целью помимо профильных общеобразовательных предметов вводятся элективные курсы – обязательные для посещения по выбору учащихся.

Темой такого элективного курса может стать «Инверсия».

В геометрии существует множество видов преобразований. Их можно разделить на две большие группы – линейные и нелинейные. Как гомотетия, так и движения являются линейными преобразованиями, то есть такими при которых прямые переходят в прямые. Или другими словами в декартовой системе координат эти преобразования задаются линейными уравнениями.

Безусловно, класс линейных преобразований плоскости гораздо шире и отнюдь не исчерпывается лишь движениями и гомотетиями. Однако иногда бывает полезно рассмотреть и нелинейные преобразования. Одним из видов нелинейных преобразований является инверсия.

Преобразование геометрической инверсии. Преобразование геометрической инверсии (*inversive geometry*) – это особый тип преобразования точек на плоскости. Практическая польза этого преобразования в том, что зачастую оно позволяет свести решение геометрической задачи с окружностями к решению соответствующей задачи с прямыми, которая обычно имеет гораздо более простое решение.

По всей видимости, основоположником этого направления математики был Людвиг Иммануэль Магнус (*Ludwig Immanuel Magnus*), который в 1831 г. опубликовал статью об инверсных преобразованиях.

Определение инверсии. Пусть в евклидовой плоскости задана некоторая окружность ω с центром O и радиусом. Поставим каждой точке P (отличной от O) точку P' , лежащую на луче OP и такую, что $|OP| \cdot |OP'| = r^2$.

Такое преобразование называется *инверсией*. Точка O называется *полюсом*, или *центром* инверсии, число r – *степенью* инверсии.

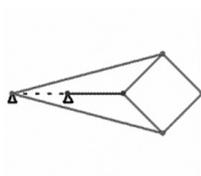
В терминах комплексных чисел преобразование инверсии выражается достаточно просто, если считать, что центр окружности совпадает с началом координат: $\dot{z} = r^2 \cdot \frac{z}{|z|^2}$.

$$\dot{z} = r^2 \cdot \frac{z}{|z|^2}$$

С помощью сопряженного элемента можно получить более простую форму: $\dot{z} = \frac{r^2}{\bar{z}}$.

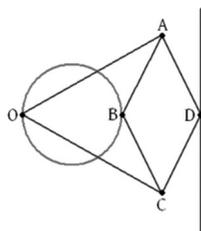
Инверсор. Существуют приборы, с помощью которых можно без всяких вычислений и без привлечения обычных инструментов, геометрических построений вычертить линию, инверсную любой данной линии.

Механизм Липкина – Посселье, изобретенный в 1864 г., был первым плоским механизмом, способным преобразовывать вращательное движение в совершенное прямолинейное (инверсор), и наоборот. Назван в честь французского офицера Никола Посселье (1832–1913) и литовца еврейского происхождения Йома Това Липкина.



Математическое описание механизма Липкина – Посселье прямо связано с инверсией окружности.

Геометрия механизма. На геометрических построениях можно увидеть шесть звеньев постоянной длины: OA , OC , AB , BC , CD , DA . Длина звена OA равна длине OC , и длины звеньев AB , BC , CD , DA равны между собой, образуя параллелограмм. В то же время, точка O остается неподвижной. Если точка B производит вынужденное движение по окружности (на рисунке показанной красным), проходящей через точку O , то точка D обязательно будет двигаться по прямой линии (показана голубым). С другой стороны, если точка B будет вынужденно двигаться по прямой (не проходящей через O), то точка D будет двигаться по окружности, проходящей через O .



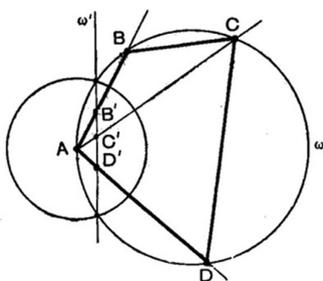
С другой стороны, если точка B будет вынужденно двигаться по прямой (не проходящей через O), то точка D будет двигаться по окружности, проходящей через O .

Применение преобразования инверсии при решении задач. Применение преобразования инверсии при решении задач на построение и доказательство позволяет решить ряд задач, которые трудно решить с помощью других методов решения подобных задач.

Метод инверсии является мощнейшим среди методов решения задач на построение, которые могут сыграть серьезную роль в математической подготовке школьника, ведь ни один вид задач не дает, пожалуй, столько материала для развития математической инициативы и логических навыков учащихся как геометрические задачи на построение.

Приведем пример решения задачи:

Докажите, что во вписанном в окружность четырехугольнике произведение диагоналей равно сумме произведений противоположных сторон.



Рассмотрим четырехугольник $ABCD$, вписанный в некоторую окружность ω . Подвергнем этот четырехугольник инверсии относительно окружности (A, r) произвольного радиуса. При этом вершины B, C, D преобразуются соответственно в некоторые точки B', C', D' , расположенные на одной прямой ω' , соединяющей точки пересечения окружности ω с базисной окружностью.

Допустим, что точка C лежит между точками B и D . Тогда, очевидно, $|BD| = |BC| + |CD|$.

С другой стороны:

$$|BD| = |BD| \cdot \frac{r^2}{|AB| \cdot |AD|}, \quad |BC| = |BC| \cdot \frac{r^2}{|AB| \cdot |AC|}, \quad |CD| = |CD| \cdot \frac{r^2}{|AC| \cdot |AD|}.$$

Подставляя эти выражения в равенство $|BD| = |BC| + |CD|$, придем после очевидных преобразований к соотношению: $|AC| \cdot |BD| = |AB| \cdot |CD| + |BC| \cdot |AD|$.

Это соотношение выражает известную теорему Птолемея: во вписанном в окружность четырехугольнике произведение диагоналей равно сумме произведений противоположных сторон.

Литература

1. Моденов, П. С. Геометрические преобразования / П. С. Моденов, А. С. Пархоменко. 1961.
2. Александров, А. Д. Геометрия для 8–9-х классов / А. Д. Александров, А. Л. Вернер, В. И. Рыжик. 1991.
3. URL: http://www.e-maxx.ru/algo/geometric_inversion

ПРИМЕНЕНИЕ ИКТ ДЛЯ РАЗВИТИЯ НАВЫКОВ САМОКОНТРОЛЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

О. В. Чечерина

*Томский государственный педагогический университет
Научный руководитель – канд. пед. наук, доцент В. Н. Ксенева*

В современной дидактике самоконтроль считается «важным дидактическим средством, способствующим сознательному и прочному усвоению содержания образования». Развитие навыка самоконтроля немислимо без развития таких психических качеств, как внимание, воображение, мышление и память. Необходимо на уроках математики уделять внимание по формированию и совершенствованию этих качеств, для чего можно использовать специальным образом подобранные задания.

Самоконтроль – один из важнейших факторов, обеспечивающих самостоятельную деятельность обучающегося. Его назначение заключается в своевременном предотвращении ошибок или обнаружении уже совершенных. Между тем проведенные наблюдения показали, что именно навык самоконтроля наиболее слабо сформирован у обучающихся.

Развитие самоконтроля подчинено закономерностям. Сначала это отдельная форма деятельности, затем самоконтроль постепенно превращается в обязательный элемент выполнения основного задания. Так как изменяется отношение обучаемого к самоконтролю, меняется и уровень его сформированности.

К показателям сформированного самоконтроля относятся:

- умение планировать работу;
- умение изменять свои действия, учитывая изменившиеся условия, находить рациональные способы решения задачи;

- умение осознанно переходить на знаковые символы и схемы;
- умение осознанно чередовать развернутые и сокращенные формы контроля;
- умение самостоятельно составлять системы проверочных заданий, алгоритм проверки [10].

В свое время П. П. Блонским были намечены стадии проявления самоконтроля применительно к усвоению материала. На данный момент выделяют четыре таких стадии:

Отсутствие всякого самоконтроля. Эту стадию ученик проходит в период начального ознакомления с материалом. Он еще не разобрался, какие вопросы в материале главные, какие – второстепенные, каковы логические связи между его частями. Желаемый образ результата действия по усвоению данного материала еще не сформировался, самоконтроль невозможен.

Полный самоконтроль. Эта стадия развертывается во время подготовки учеником домашнего задания по данному материалу. У него формируются представления о том, каковы критерии эталонного владения материалом, проявления полученных знаний и сформировавшихся умений. Следуя этим критериям, обучающийся проверяет полноту и правильность своего воспроизведения и понимания усваиваемого материала, но не всегда уверен в этой полноте и правильности до конца.

Выборочный самоконтроль. Обычно после рассмотрения нескольких тем, составляющих единый раздел курса, проводится контроль знаний учащихся: самостоятельная работа, повторительно-обобщающий урок, зачет и т. п. При подготовке к такому виду работы обучающийся восстанавливает в памяти усвоенный материал не в полном объеме, а проверяет только свое понимание главных вопросов, ориентация в которых и служит критерием усвоения данного раздела.

Отсутствие видимого самоконтроля. Самоконтроль осуществляется как бы на основе прошлого опыта, на основе каких-то незначительных деталей. Если изученный материал применяется для дальнейшего получения знаний, то владение им подразумевается как бы само собой. Обучающийся должен быть полностью уверен в том, что он знает материал, и не должен прилагать сознательных усилий к его контролю [9, 12].

В методической литературе вопрос самоконтроля долгое время рассматривался в плане создания средств для проверки результатов действий. Проблема самоконтроля анализировалась в работах ведущих

методистов-математиков М. А. Байтовой, Г. В. Бельтюковой, М. В. Богдановича, Н. Ф. Вапняр, Ю. М. Колягина, М. И. Моро, А. М. Пышкало, И. Ф. Тесленко, Д. Б. Эльконина, В. В. Давыдова, П. М. Эрдниева и др.

Например, Д. Б. Эльконин и В. В. Давыдов занимались разработкой уроков по развитию самоконтроля и самооценки знаний обучающихся. Главной их задачей было формирование у обучающихся навыков самоконтроля и самооценки как элементов учебной деятельности. Это возможно только в том случае, если учитель, как правило, не выставляет оценки (баллы). Учитель подключается к контролю и оценке только в том случае, если школьник не справляется с самооценкой и обращается за помощью. При этом контрольно-оценочный механизм включает в себя два компонента: самоконтроль и самооценку [2].

Поскольку самооценка и самоконтроль влияют на усвоение знаний, обучение самоконтролю важно на различных этапах учебной деятельности. Первым важным условием обучения самоконтролю является установка учителя на его осуществление, вторым условием является целенаправленное формирование специальных навыков самоконтроля. К третьему условию относится обучение навыкам работы по плану, поскольку способность к самоконтролю в учебной деятельности предполагает наличие умения самостоятельно отслеживать собственный путь к достижению поставленной цели. Четвертое важнейшее условие формирования самоконтроля – это вовлечение учащихся в разнообразные формы взаимопроверки [11].

Современное поколение обучающихся получает огромное количество информации через телевидение, Интернет. Использование ИКТ на уроках математики предоставляет учителю колоссальные возможности, ИКТ позволяют сделать процесс обучения мобильным, строго дифференцированным и индивидуальным.

При этом необходимо учитывать тот факт, что нужно научить каждого обучающегося за короткий промежуток времени осваивать, преобразовывать и использовать в практической деятельности огромные массивы информации. Поэтому очень важно организовать процесс обучения так, чтобы обучающийся активно, с интересом и увлечением работал на уроке, при этом видел плоды своего труда и мог их оценить.

Помочь учителю в решении этой непростой задачи может сочетание традиционных методов обучения и современных информационных коммуникационных технологий, в том числе и компьютерных. Сочетая

в себе возможности телевизора, видеомагнитофона, книги, калькулятора, являясь универсальной игрушкой, способной имитировать другие игрушки и самые различные игры, современный компьютер является для обучающегося равноправным партнером, способным очень тонко реагировать на его действия и запросы. Компьютер весьма привлекателен и для учителей, так как помогает им лучше оценить способности и знания обучающегося, понять его, побуждает искать новые, нетрадиционные формы и методы обучения. Использование ИКТ на уроках математики будет тем более успешным, если учителю удастся сформировать у обучающихся с учетом возрастных особенностей навыки и умения самостоятельно работать с информацией, контролировать процесс усвоения знаний. Применение на уроках математики ИКТ способствует так же эмоциональной насыщенности, полноценности и наглядности; эффективной организации познавательной деятельности учащихся, формированию высокого уровня мотивации, интереса к учебной деятельности; сокращению времени для контроля и проверки знаний обучающихся; обучению навыкам контроля и самоконтроля; развитию самостоятельности.

Особенностью учебного процесса с применением информационных технологий является то, что центром деятельности становится ученик, который исходя из своих индивидуальных способностей и интересов, выстраивает процесс познания. Учитель часто выступает в роли помощника, консультанта, поощряющего оригинальные находки, стимулирующего активность, инициативу, самостоятельность [13].

Остановимся более подробно на рассмотрении и применении ИКТ в практике развития полного самоконтроля на примере темы: «Одночлен и его стандартный вид».

Цели урока:

1. Образовательная:

– обеспечить в ходе урока усвоение основных понятий: одночлена, одночлена стандартного вида, его коэффициента и степени.

2. Развивающие:

– способствовать развитию умений выделять главное, существенное, и логически излагать свои мысли, развивать саморегуляцию, самоконтроль.

3. Воспитательная:

– содействовать в ходе урока формированию познавательной активности.

Урок может быть организован следующим образом:

Вариант 1. Компьютерная поддержка используется как вспомогательная часть урока. В течение всего урока обучающиеся заполняют свою карту урока, происходит индивидуальное выполнение заданий, затем производится проверка, при этом некоторые учащиеся выполняют задания, выходя к проектору.

Вариант 2. Обучающиеся садятся за компьютеры, запускают программную поддержку, и в процессе изучения темы урока выполняют задания, заполняют свою карту урока, в которой они самостоятельно оценивают свои знания и умения. Обучающиеся работают самостоятельно, в своем режиме, учитель на данном уроке является консультантом-помощником.

Ход урока:

1. Постановка темы урока.

На этом этапе перед обучающимися ставится задача отгадать тему урока, для чего им необходимо разгадать ребус.



Разгадав тему урока, учащиеся фиксируют ее в своих картах.

2. Постановка цели урока.

Каждый обучающийся ставит перед собой свою цель – строит план изучения данной темы (*формирование самоконтроля использованием в работе планов*).

Далее обучающиеся проходят в лабораторию «Одночлены».

В план действий каждого ребенка обязательно входит такой пункт, как знакомство с понятием одночлена для этого можно использовать диктант знакомства.

3. Диктант Знакомства.

На слайде представлены варианты ответов на вопросы. Учащимся необходимо самостоятельно из множества ответов выбрать правильные и перенести мышкой в соответствующую ячейку.

Далее обучающимся предлагается провести проверку диктанта, согласно критериям, и занести получившийся результат (отметку) себе в карту урока (*осуществление самоконтроля обучающихся*).

Затем «новые знакомые» получают свои имена: «Все выражения перечисленные в диктанте, имеют общее название „одночлены“ или „мономы“».

Вопрос 3 из 7 Баллы: 0 / Всего баллов: 0 из 20

3. Диктант Знакомства.

Ответьте письменно на следующие вопросы:

1. Сколько месяцев в t годах?
2. Сколько минут в n часах?
3. Сколько метров в километре?
4. Площадь прямоугольника со сторонами a и b равна...
5. Длина окружности равна...
6. Произведение пятой степени переменной x и четвертой степени y?
7. Удвоенное предыдущее выражение.
8. Произведение удвоенного квадрата переменной x на утроенный куб этой переменной.
9. Площадь квадрата со стороной c.

5	$x^5 \cdot y^4$	c^2	4	60 m	12 t	$3^x \cdot x^3$
2	60 n	1000	$a^2 \cdot b$	3	$2^x \cdot 2 - 3^x \cdot 3$	3 ab
$2^x \cdot 5^y \cdot 4$	$2 \cdot \pi \cdot r$	$2 \cdot x^2$	$\pi^2 r^2$	ab	60 n	50

Ответить Закончить

Информационный слайд Баллы: 0 / Всего баллов: 0 из 20

Подводя итоги диктанта, согласно критериям, поставьте соответствующую отметку в вашу карту урока.

Критерии оценивания
 5 – 10 заданий;
 4 – 8, 9 заданий;
 3 – 6, 7 заданий

Проверь себя:

1. Сколько месяцев в t годах?	12 t
2. Сколько минут в n часах?	60 n
3. Сколько метров в километре?	1000
4. Площадь прямоугольника со сторонами a и b равна...	ab
5. Длина окружности равна...	$2 \cdot \pi \cdot r$
6. Произведение пятой степени переменной x и четвертой степени y?	$x^5 \cdot y^4$
7. Удвоенное предыдущее выражение.	$2^x \cdot 5^y \cdot 4$
8. Произведение удвоенного квадрата переменной x на утроенный куб этой переменной.	$2^x \cdot 2 \cdot 3^x \cdot 3$
9. Площадь квадрата со стороной c.	c^2
10. Любая отметка.	5

След. вопрос Закончить

Далее обучающимся предлагается проанализировать строение всех выражений, и попробовать самостоятельно дать определение одночлена.

«Какие выражения могут быть одночленами? Запишите свое определение в карточку. Зачитайте свое определение». После обсуждения учащиеся формулируют верное определение одночлена.

4. Знакомство с одночленами.

Обучающимся предлагается несколько характерных портретов некоторых одночленов и серия вопросов: «Как вы думаете, почему их так зовут? Что у них одинаково?» Затем вводится понятие подобных одночленов. Происходит разделение одночленов на стандартные и нестандартные.

5. Задание «Найдите нас».

Следующее задание направлено на распознавание одночленов и самоконтроль усвоения введенного понятия. «Ребята сегодня в лаборатории собралось очень много народу, и наши лаборанты-одночлены затерялись в этой толпе, помогите найти их. Выберите из выражений одночлены и поместите их в карточку лаборантов». Обучающиеся выбирают верные выражение и помещают в ячейки.

Вопрос 5 из 7 Баллы: 0 / Всего баллов: 0 из 20

Задание «Найдите нас»

Ребята сегодня в лаборатории собралось очень много народу, и наши лаборанты одночлены затерялись в этой толпе, помогите найти их. Выберите из выражений одночлены и поместите их в карточку



одночлены:

c^{10}	$a(-0,8)$	$2(x+y)^2$	$-0,7xy^2$
$3,4x^2 \cdot y$	$a-b$	x^2+x	$0,6$
$(-3/4)^m \cdot 3 \cdot n^m \cdot 2$	$x^2 \cdot x$	$-0,3xy^2$	

Ответить Закончить

6. Задание «Угадай, кто есть кто».

«Наши одночлены решили поиграть и разделились на две команды, угадай, кто из них кто и кто встал не в ту команду?»



На вопросы задания обучающимся предлагается ответить самостоятельно, после чего они меняются своими картами урока и проверяют правильность ответов друг у друга.

Текст на доске (в карточке): по основным понятиям. В карманчике спрятаны ответы. После заполнения ребята проверяют себя самостоятельно.



Следующий этап работы посвящен анализу схемы нахождения коэффициента и степени одночлена и самостоятельному поиску алгоритма приведения одночлена к стандартному виду.

7. Игра «Найти пару».

Задание. Для каждого одночлена из первого столбца подберите соответствующий одночлен стандартного вида из второго столбца. Учащиеся соединяют соответствующие выражения. После выполнения задания обучающиеся меняются карточками, проводят проверку и выставляют полученные отметки в карту урока.

8. Задание «Костюмерная одночлена».

«У каждого одночлена имеется несколько костюмов, давайте попробуем посмотреть, что должно входить в состав его костюмерной». Заполните пропуски.

Игра "Найти пару".
Для каждого одночлена из первого столбца подберите соответствующий одночлен стандартного вида из второго столбца.

$3xbx$	$54abc^5$
$3bca5a$	$15a^2bc$
$-6ac^3(-9)bc^2$	$3bx^2$
$10x^2y(-x)y^2(0,6)x^2$	$-6x^5y^3$

Ответить Закончить

Одночлен	Коэффициент	Буквенная часть	Степень одночлена	Стандартный вид	Пример подобного одночлена
$7x^4y^6$	7	...	10	$7x^4y^6$	$-15x^4y^6$
$\frac{4}{7}ax^2(-\frac{14}{4}a^3x^5)$...	a^4x^7
...	12	$a^8b^5c^3$	16
$\dots x^2y(3,4)xy^2$	8	...	6

В заключение проводится самостоятельная работа и взаимопроверка. Затем обучающиеся подводят итоги урока, анализируют выполненные задания, выставляют соответствующие отметки в карты урока.

I вариант	II вариант
<p>Из выражений выпишите:</p> <p>а) $4xy$ б) $4x^2y^7$ в) $4x^2\frac{1}{2}y^4xp$</p> <p>г) z^{13} д) $-7xy$ е) $3x^2y^7(-7)y^4x$</p> <ol style="list-style-type: none"> Одночленов стандартного вида; Одночленов нестандартного вида; Подобных одночленов 	<p>Запишите примеры</p> <ol style="list-style-type: none"> Одночленов; Выражений, не являющихся одночленами; Подобных одночленов; Одночленов, не являющихся подобными; Одночленов стандартного вида; Одночленов нестандартного вида.

Самоконтроль является одним из важнейших компонентов в структуре учебной деятельности, и, следовательно, обучение без целенаправленного формирования навыков самоконтроля не может быть достаточно полноценным. Использование ИКТ на уроках математики не только поможет учащемуся усвоить учебный материал, но и позволит учителю успешно формировать навыки самоконтроля.

Литература

1. *Бадмаев, Б.Ц.* Методика преподавания психологии : учеб.-метод. пос. для преподавателей и аспирантов вузов / Б.Ц. Бадмаев. М. : ВЛАДОС, 1999. 304 с.
2. *Воронцов, А.Б.* Практика развивающего обучения по системе Д.Б. Эльконина – В.В. Давыдова / А.Б. Воронцов. М., 1998.
3. *Гельфман, Э.Г.* Знакомимся с алгеброй : учеб. пос. по математике для 7-го класса / Э.Г. Гельфман, С.Я. Гришпон. Томск : Изд-во Том. ун-та, 2002. 223 с.
4. *Контроль и самоконтроль как стимулы учебной деятельности / А.П. Анищенко, О.В. Делова, С.В. Дудников, Г.И. Хозяинов // Юбилейный сб. науч. тр. молодых ученых и студентов РГАФК. М., 1998. С. 10–14.*
5. *Педагогика : учеб. пос. для студ. пед. ин-тов / под ред. Ю.К. Бабанского. М., 1983. С. 253.*
6. *Талызина, Н.Ф.* Педагогическая психология : учеб. пос. для студ. сред. пед. учеб. заведений / Н.Ф. Талызина. М. : Издат. центр «Академия», 1998. 288 с.
7. *Понятия «универсальные действия» и «виды универсальных действия» // Математика. 2010. № 15. С. 2–4.*
8. URL: <http://bestreferat.ru/referat-137132.html>
9. URL: http://e-reading.org.ua/chapter.php/97820/45/Bogachkina-Shpargalka_po_pedagogicheskoi_psihologii.html
10. URL: <http://festival.1september.ru/articles/104173>
11. URL: <http://pedsovet.su/load/221-1-0-23062>
12. URL: http://student.psi911.com/lektor/pedpsi_043.htm
13. URL: <http://wikikurgan.orbitel.ru/index.php.t>

ФОРМИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ СТУДЕНТОВ-ГУМАНИТАРИЕВ

Д. Н. Шеховцова

Томский государственный педагогический университет

В современных условиях модернизации образования особенно важным становится вопрос повышения качества математической подготовки

студентов гуманитарных факультетов. Это определяется не только возросшими требованиями к качеству профессиональной подготовки выпускников вузов, но и тем, что математическая подготовка может быть отнесена к важному фактору, обеспечивающему готовность человека к непрерывному образованию и самообразованию в разных областях человеческой деятельности.

«Математика является не просто областью знаний и универсальным инструментом, все шире проникающим в гуманитарные разделы науки, но прежде всего неотъемлемой частью цивилизации, существенным элементом общей культуры, языком научного восприятия мира», – отмечает Н. Х. Розов [1].

Математика охватывает широкий спектр учебных, образовательных, развивающих и других самых разных целей. Ценность математического образования, как для общества, так и для отдельной личности состоит в том, что «математика была всегда неотъемлемой и существенной частью человеческой культуры, ключом к познанию окружающего мира, базой научно-технического прогресса, важной компонентой развития личности, в том числе и ее мировоззрения» [2]. Поэтому от усвоения этого предмета студентами во многом зависит их успех в обучении другим дисциплинам.

Важным является и то, что «...математическое образование способствует развитию теоретического мышления (сравнение, эвристика, аналогия, интуиция, анализ, синтез и т. п.), его отличают доминирование логической схемы рассуждения, лаконизм, четкая распределенность хода рассуждений, умение выделять главное, способность к обобщению, анализу, синтезу» [3]. Данные качества характеризуют и раскрывают понятие «математическая культура».

Вопрос о математической культуре и математическом образовании исследовался в работах многих математиков, педагогов, психологов, философов и методистов (Л. М. Андрюхина, И. И. Баврин, В. Ф. Бутузов, Н. Я. Виленкин, Г. Вейль, Г. Д. Глейзер, В. А. Гусев, Ю. М. Колягин, Л. Д. Кудрявцев, Г. Л. Луканцев, В. Л. Матросов, А. Г. Мордкович, А. Д. Мышкис, С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Х. Розов, И. М. Смирнова, Н. Ф. Талызина, М. И. Шабунин, М. И. Шварцбурд, Г. Н. Яковлев и др.) и их учеников [4].

Формирование математической культуры начинается в школе и продолжается в вузе. За счет преемственности разных ступеней обучения,

следует преемственность знаний и умений учащихся от школы к вузу. «При обучении предметам в вузе необходимо опираться на школьные знания, умения, и в то же время работа в школе должна строиться с определенной перспективной направленностью, с ориентировкой на те требования, которые будут предъявлены выпускникам школ в вузе», – пишет А. П. Декина [5]. Но сегодня слабую взаимосвязь в преемственности школьной и вузовской математики относят к недостаткам в математической подготовке студентов педвуза. Поэтому вопрос преемственности содержания математического образования в школе и вузе и проблема развития математической культуры на различных ступенях математического образования являются значимыми в деле формирования математической культуры студентов.

Отметим, что вопрос преемственности содержания математического образования в школе и вузе рассматривали в своих работах С. М. Годник, Ю. А. Кустов, Д. Ш. Ситдикова, А. П. Сманцер, И. Я. Курамшин, А. П. Декина, В. М. Туркина, Е. Е. Симдянкина и другие авторы.

А проблеме развития математической культуры на различных ступенях математического образования посвящены различные исследования. Так, Дж. Икрамов, В. И. Снегурова, Х. Ш. Шихалиев изучали математическую культуру школьников; В. Н. Худяков – учащихся начального профессионального образования; Ю. К. Чернова и С. А. Крылова – учащихся технических профессиональных колледжей; С. А. Розанова – студентов технических вузов; Г. М. Буддык – студентов экономических вузов; О. В. Артебякина, Путилова Е. В. – студентов педагогических вузов.

На базе проведенного исследования Е. В. Путилова [6] отмечает, что формирование математической культуры студентов гуманитарных факультетов педагогических вузов должно осуществляться на базе общеизвестных дидактических принципов. В качестве необходимых условия она выделяет: принцип историзма, принцип диалектической взаимосвязи математизации гуманитарного образования и гуманитаризации математического образования, принцип учета специфики гуманитарного стиля мышления, принцип профессиональной направленности, принцип приоритета развивающей функции в обучении.

Таким образом, «формирование математической культуры – это специально организованный, планомерный, целенаправленный и поэтапный процесс присвоения личностью производимой культурой идеальной предметности в контексте становления математической культуры

и в соответствии с требованиями, предъявляемыми к будущему специалисту», – пишет Т. Г. Захарова [7].

Одним из основных путей формирования математической культуры студентов гуманитарных факультетов педагогических вузов может служить курс «Основы математической обработки информации». Важное значение при построении курса, на наш взгляд, должно быть уделено отмеченным выше требованиям и названным дидактическим принципам, как условию успешного освоения студентами вузовской программы и осуществления преемственности школа – вуз.

В результате изучения курса у студентов должны быть развиты навыки математического мышления. Они должны уметь использовать математические методы и основы моделирования в своей профессиональной деятельности. Здесь одним из средств формирования профессионально значимых математических знаний и умений, по мнению О. А. Окуновой [8], выступают межпредметные связи, которые в обучении являются конкретным выражением интеграционных процессов, происходящих сегодня в науке и в жизни общества. С этой целью полезным будет решение задач, ориентированных на интеграцию математики и предметов гуманитарного цикла.

Решение задач является основной деятельностью при обучении математике. Выступая как средства и цель обучения математике, они развивают поисковые навыки решения практических проблем, приобщают к посильным самостоятельным исследованиям, с их помощью более глубоко осознаются теоретические сведения.

В рамках построения курса и в процессе обучения нами рассматриваются задачи, решение которых может быть представлено несколькими способами. Они предполагают не только аналитическое решение, но и возможность решения с помощью компьютера. Сравнив различные подходы, студенты получают возможность выбрать для себя наиболее подходящий и понятный способ решения задачи. Это создает условия для привлечения к решению задачи студентов с разными познавательными стилями, что является мотивацией к изучению темы и обогащает имеющиеся стилевые предпочтения [9].

Я. М. Клейман писал, что учащимся необходимо предлагать для решения одной задачи использовать несколько способов, с тем чтобы отыскать наиболее оригинальное, красивое, экономичное решение. Для достижения этой цели им требуется вспоминать теоретические положения

ния, а также методы и приемы решения задач и анализировать все эти средства с точки зрения применимости к описанной в задаче ситуации.

При этом следует помнить и о том, что активизация учебно-познавательной деятельности студентов не должна быть только прерогативой преподавателя. Следует включать студентов в активный процесс учения, выдвижения и решения познавательных задач с тем, чтобы студенты прочувствовали, что математика всегда была и остается важным и необходимым орудием прикладной деятельности.

Важное значение в курсе отводится реализации принципа наглядности. Применение наглядных средств обучения облегчает восприятие, осмысление изучаемого материала и выступают в качестве источника новых знаний, позволяет формировать и развивать образное, абстрактное, визуальное, пространственное мышление учащихся, что облегчает им задачу восприятия, понимания, осмысления и усвоения порой не простого учебного материала.

Принцип наглядности и компьютерные технологии тесно взаимосвязаны и их грамотное сочетание может привести к хорошим результатам в обучении. Использование компьютера в обучении расширяет возможности образовательного процесса, ведет к поиску новых, эффективных приемов и методов его использования.

Положительное влияние компьютера на весь общеобразовательный процесс, в том числе на преподавание математики отмечали многие ученые (Я. А. Ваграменко, Э. И. Кузнецов, С. Пейперт и др.). Влияние компьютера на повышение познавательной активности учащихся отмечают: Б. С. Гершунский, Е. И. Машбиц, В. М. Монахов, И. В. Роберт и многие другие.

Н. Г. Семенова в своей статье «Мультимедийные педагогические средства в системе общедидактических методов обучения» [10] рассматривает методики проведения лекционных, практических и лабораторных занятий с применением мультимедийных технологий в зависимости от используемых методов обучения.

Т. П. Куряченко в статье «Возможности использования компьютера в обучении основам математического анализа в педагогическом вузе» [11] отмечает особую роль компьютера как средства наглядного и динамичного представления информации. Отмечает и тот факт, что визуализации в высшей школе не уделяется должного внимания. Установлено, что 90 % всех сведений об окружающей действительности человек получает

через зрительный анализатор, 9% – с помощью слуха и 1% – с помощью осязания. Все это подтверждает, что использование визуализации открывает новые возможности для повышения качества и эффективности обучения.

Положительным фактором в построении курса является и то, что при подготовке учебных материалов тщательно продумывался вопрос о том, каким должно быть содержание, что необходимо усвоить студентам. Объем теоретических положений в изучаемом и повторяемом материале был конкретизирован, что позволило выделить ведущие темы. В построенном курсе подчеркиваются те вопросы, которые связывают новый материал с ранее изученным и подготавливают студентов к осмыслению последующих знаний. Это будет давать студентам ориентировку в работе, концентрировать их учебно-познавательную деятельность на овладение важнейшими положениями изучаемого материала.

В качестве вывода отметим, что отмеченные выше критерии построения курса представляют собой пути формирования математической культуры. За счет повторения и систематизации ранее изученного материала появилась возможность обогатить и раскрыть новые направления в изучении отдельных тем. Положительные результаты дал учет различных типов восприятия, в плане всей работы и при решении задач и их визуализации, в частности. Потому что знания, как отмечает П. М. Эрдниев, вошедшие в сознание без должной эмпирической базы, без необходимых визуальных подкреплений, рискуют стать недейственными и непрочными, хотя и были получены логически безупречно. Такое зрительное освоение математики обогащает набор представлений и ассоциаций, лежащих в основе математических знаний студентов, помогает развивать их математическую культуру.

Литература

1. *Розов, Н.Х.* Гуманитарная математика / Н.Х. Розов // Математика. 2004. № 21. С. 9–12.
2. *Теоретические основы обучения математике в средней школе.* Н. Новгород : НГПУ, 2003. 320 с.
3. *Подготовка учителя математики: инновационные подходы.* М. : Гардарики, 2002. 383 с.
4. *Захарова, Т.Г.* Формирование математической культуры в условиях профессиональной подготовки студентов вуза : дис. ... канд. пед. наук / Т.Г. Захарова. Саратов, 2005. 173 с.
5. *Декина, А.П.* К вопросу о преемственности содержания школьного и вузовского курсов информатики / А.П. Декина // Педагогическая информатика. 2002. № 4. С. 3–9.

6. Путилова, Е. В. Формирование математической культуры студентов гуманитарных факультетов педагогического вуза как общедидактическая задача : дис. ... канд. пед. наук / Е. В. Путилова. Самара, 2004. 184 с.

7. Захарова, Т. Г. Формирование математической культуры в условиях профессиональной подготовки студентов вуза : дис. ... канд. пед. наук / Т. Г. Захарова. Саратов, 2005. 173 с.

8. Окунева, О. А. Формирование математической культуры будущих менеджеров в процессе обучения в вузе : автореф. дис. ... канд. пед. наук / О. А. Окунева. Астрахань, 2008. 25 с.

9. Гельфман, Э. Г. Психодидактика школьного учебника. Интеллектуальное воспитание учащихся / Э. Г. Гельфман, М. А. Холодная. СПб. : Питер, 2006. 384 с.

10. Семенова, Н. Г. Мультимедийные педагогические средства в системе общедидактических методов обучения / Н. Г. Семенова // Вестник ОГУ. 2005. № 2. С. 95–103.

11. Куряченко, Т. П. Возможности использования компьютера в обучении основам математического анализа в педагогическом вузе / Т. П. Куряченко // Электронный научный журнал «Вестник Омского государственного педагогического университета». 2006. URL: www.omsk.edu

РОЛЬ ЭЛЕКТИВНЫХ КУРСОВ В ПРОФИЛЬНОМ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Е. В. Юсупова

Томский государственный педагогический университет

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доцент А. И. Купцов

Сегодня общество нуждается в образованных, мобильных, творческих, инициативных людях, которые способны легко адаптироваться к быстро изменяющимся условиям жизни, темпам экономического развития, обладающих потребностью и способностью к самосовершенствованию. Формирование таких людей – главная задача образования, которое в свете новых представлений неизбежно требует качественных изменений и изменений его качества.

В начале XXI в. российская школа активно включилась в реализацию программы ЮНЕСКО «Образование для всех», ориентированной на расширение доступности качественного образования для всех учащихся. Одним из путей реализации данной программы в российской школе является введение профильного обучения в старших классах, позволяющего максимально учесть образовательные потребности и образовательные возможности учащихся [1, с. 1].

Для достижения этой перспективы, начиная с 2001 г., в России реализуется стратегия *модернизации образования*. Основная идея стратегии может быть выражена простой формулой: «доступность – качество – эффективность». Цель модернизации образования состоит в создании механизма устойчивого развития системы образования, обеспечения ее соответствия вызовам XXI в., социальным и экономическим потребностям развития страны, запросам личности, общества, государства [1, с. 8].

Основные преобразования проводятся в соответствии с возрастом учащихся. На старшей ступени обучения вводится профильная подготовка, которая, с одной стороны, должна обеспечить развитие уже сформировавшихся познавательных интересов учащихся, а с другой, создать условия для качественной подготовки к поступлению в вуз [1, с. 8].

Необходимость введения в современном школьном образовании именно профильного обучения обусловлена тем, что сеть гимназий, лицеев школ с углубленным изучением предметов, учитывающих образовательные интересы своих учащихся, в малых городах России и в сельской местности пока развита недостаточно. Крупные города-миллионеры также испытывают потребности в ее развитии [1, с. 15].

Профильное обучение понимается как средство дифференциации и индивидуализации обучения, позволяющее за счет изменений в структуре, содержании и организации образовательного процесса более полно учитывать интересы и способности учащихся. Стратегия реализации профильного обучения предусматривает выделение уровней изучения учебных предметов: общеобразовательного и профильного [1, с. 18].

Профильная школа является институциональной формой реализации этой цели. Профильная школа – это не разновидность гимназии или лицея, это не новое имя для школы с углубленным изучением ряда предметов, это не особый статус для общеобразовательной школы. Профильная школа – это не столько иное название, сколько иное качество образования, иной уровень доступности качественного образования. Образование в том двуедином смысле этого слова – процесс и результат [1, с. 18].

Профиль представляет комбинацию базовых и профильных учебных предметов и элективных курсов [1, с. 18].

Базовые предметы – это общеобразовательные предметы, обязательные для изучения всеми учащимися независимо от выбранного профиля и по своему содержанию соответствующие требованиям единых общих экзаменов [1, с. 18].

Профильные предметы – это учебные предметы, изучаемые учащимися углубленно или на повышенном уровне, их содержание соответствует профильным образовательным стандартам и требованиям единых профильных экзаменов. Профильные предметы выбираются для изучения учащимися (выбирается не менее двух профильных предметов) и являются для них обязательными, так как они определяют специализацию каждого конкретного профиля обучения. Выбранные для изучения профильные предметы на базовом уровне уже не изучаются [1, с. 19].

Элективные курсы (от лат. *electus* – избранный), т. е. курсы по выбору – это обязательные предметы, также изучаемые учащимися по выбору и позволяющие:

- либо расширить представления учащихся в какой-либо образовательной области;
- либо подготовиться к сдаче выпускных экзаменов;
- либо дополнительно углубить свои знания по избранному профильному предмету;
- либо изучить курсы исходя из своих интересов.

Учащиеся, обучающиеся в одном и том же профильном классе, могут выбрать разные элективные курсы. По элективным курсам единые общие экзамены не проводятся [1, с. 19].

Выбирая различные сочетания базовых и профильных учебных предметов и учитывая нормативы учебного времени, каждое образовательное учреждение, а в принципе и каждый обучающийся вправе формировать собственный учебный план. Такой подход оставляет образовательному учреждению широкие возможности организации одного или нескольких профилей, а обучающимся – выбор профильных учебных предметов и элективных курсов, которые в совокупности и составляют его индивидуальную образовательную траекторию [1, с. 20].

Подготовка учащихся к осознанному выбору профиля обучения на старшей ступени осуществляется в рамках предпрофильной подготовки учащихся в основной школе. Нормативные документы профильного обучения рекомендуют введение предпрофильной подготовки в 9-х классах. Однако практический опыт школ показывает, что эта подготовка может быть начата гораздо раньше – с переходом учащихся из начальной школы в основную, т. е. в 5-м классе [1, с. 38].

Предпрофильная подготовка ориентирована на:

- выявление интересов и склонностей, способностей школьников;

- оказание психолого-педагогической помощи школьникам в выборе профиля образования;
- развитие широкого спектра познавательных интересов и познавательной активности;
- формирование способности принимать адекватное решение о выборе дальнейшего направления образования [1, с. 38].

Предпрофильная подготовка является чрезвычайно важным элементом целостной системы профильного обучения, так как подготовка учащихся к *осознанному выбору* профиля дальнейшего обучения многократно снижает риски неудовлетворенности учащихся образованием [1, с. 47].

Элективные курсы по математике, на наш взгляд, занимают особое место в предпрофильном обучении, так как математика как наука является одной из форм общественного сознания людей. Поэтому, несмотря на известное качественное своеобразие, законы, управляющие ее развитием, в основном, общие для всех форм общественного сознания [2, с. 12]. И так, даже если учащийся при переходе на старшую ступень обучения предпочтет профиль, не связанный с математикой (или даже покинет школу, поступив в среднее профессиональное учебное заведение), математика поможет школьнику развить мышление и способности, расширит его кругозор, ознакомит учащегося с азами логики (рассуждением, анализом, обобщением и т. д.). Ведь умение рассуждать, анализировать, доказывать необходимо человеку любой профессии. Кроме того, без приобретения навыков умственного труда, культуры мышления невозможно успешное овладение основами наук [3, с. 29]. Таким образом, значение элективных курсов по математике не вызывает сомнений.

Мы разработали два элективных курса по математике: «Упорядоченные множества» для школьников и «Решетки» для студентов.

Остановимся вначале на курсе «Решетки», который уже прошел апробацию (был прочитан студентам второго курса физико-математического факультета ТГПУ в рамках предмета «Специальные главы алгебры»). Данный спецкурс представляет собой относительно завершённый раздел общей алгебры, опирающийся на уже знакомые слушателям понятия множества, подмножества, бинарного отношения, алгебраической операции, кольца и другие понятия начального курса высшей алгебры. Курс состоит из пяти параграфов: «Порядок, его виды, признаки, примеры», «Упорядоченные множества», «Решеточно-упорядоченные мно-

жества», «Дистрибутивные решетки», «Булевы решетки. Модулярные решетки». По ходу изучения данный курс предполагает усвоение определений и теорем, разбор примеров изученных математических категорий и выполнение заданий для самостоятельной работы (доказательство теорем, выполнение упражнений).

Что же касается курса «Упорядоченные множества», то он пока еще не опробован, но практически готов. Отличие данного курса от описанного выше состоит в том, что он рассчитан на школьников, т. е. слушателей, не имеющих базы по начальному курсу высшей алгебры, а потому включает в себя параграфы, посвященные множествам, а также бинарным отношениям и их свойствам. Далее излагается материал о порядках и упорядоченных множествах из курса общей алгебры, иллюстрированный как математическими примерами, так и примерами из других наук и окружающей школьников действительности (такого рода примеры даются нами из соображений наглядности и доходчивости). Материал переработан в соответствии с возрастом учащихся.

Оба элективных курса войдут в магистерскую диссертацию автора этой статьи.

Посещение данных элективных курсов поможет школьникам обрести интерес к математике и определить серьезность этого увлечения, т. е. учащиеся средних классов в результате посещения элективных курсов смогут более сознательно выбрать профиль обучения в старших классах.

Литература

1. Писарева, С. А. Профильное обучение как фактор обеспечения доступности образования: российское видение: рекомендации по результатам научных исследований / С. А. Писарева ; под ред. акад. Г. А. Бордовского. СПб. : Изд-во РГПУ им. А. И. Герцена, 2006. 84 с.
2. Рыбников, К. А. История математики : учеб. пос. для студ. / К. А. Рыбников. М. : Изд-во МГУ, 1974. 454 с.
3. Амадова, Г. М. Математика : учеб. пос. / Г. М. Амадова, М. А. Амадов. М. : МПСИ, 1999. 488 с.
4. Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования : Приказ Министерства образования № 2783 от 18.07.2002 г. М., 2002.

ТЕХНОЛОГИЯ ОБУЧЕНИЯ П. Я. ГАЛЬПЕРИНА И Н. Ф. ТАЛЫЗИНОЙ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ

Е. В. Юсупова

*Томский государственный педагогический университет
Научный руководитель – Э. Г. Гельфман*

«В широком значении термин „универсальные учебные действия“ означает умение учиться, т.е. способность субъекта к саморазвитию и самосовершенствованию путем сознательного и активного присвоения нового социального опыта. В более узком (собственно психологическом) значении этот термин можно определить как совокупность способов действия учащегося (а также связанных с ними навыков учебной работы), обеспечивающих самостоятельное усвоение новых знаний, формирование умений, включая организацию этого процесса» [1, с. 2].

В современном быстро меняющемся мире очень востребовано такое качество человека как мобильность, которая, в частности, означает способность самостоятельно приобретать новые умения, осваивать новые приемы работы. Для развития этой способности необходимо еще в школьные годы научиться работать по инструкции, описанию, образцу, т.е. сформировать универсальные учебные действия. Для достижения этой цели наибольший эффект дает применение технологии поэтапного формирования умственных действий.

«Концепция поэтапного формирования умственных действий была разработана на основе соответствующей теории П. Я. Гальперина и Н. Ф. Талызиной. Ее можно представить в виде ряда этапов.

Первый этап предполагает актуализацию соответствующей мотивации учащегося, предварительное ознакомление с целью действия, так как только в том случае, когда цель задания совпадает с мотивом, можно считать действия деятельностью.

Второй этап связан с осознанием схемы ориентировочной основы деятельности (действия). Учащиеся предварительно знакомятся с характером деятельности, условиями ее протекания, последовательностью ориентационных, исполнительных и контрольных функций. Уровень обобщенности действий, а значит, и возможности переноса их в другие

условия зависит от полноты ориентировочной основы этих действий. Выделяют три типа такой основы:

– дается неполная система ориентировок в готовом виде, по образцу, необходимая для оперативного исполнения (например, овладения элементами техники чтения);

– дается полная ориентировочная основа действия в готовом виде;

– ориентировочная основа действия представляется в обобщенном виде.

Третий этап – выполнение действия во внешней форме – материальной или материализованной, т. е. с помощью каких-либо моделей, схем, чертежей и т. п. Эти действия включают не только ориентационные, но и исполнительные и контрольные функции. На этом этапе от учащихся требуется проговаривание вслух сообщений о совершаемых операциях и их особенностях.

Четвертый этап предполагает внешнюю речь, когда действие подвергается дальнейшему обобщению благодаря речевому (устному или письменному) оформлению и отрыву от материализованных средств.

Пятый этап – этап внутренней речи, на котором действие приобретает умственную форму.

Наконец, *шестой этап* связан с выполнением действия в умственном плане (интериоризация действия).

Достоинством технологии поэтапного формирования умственных действий является создание условий для работы ученика в индивидуальном темпе и для мотивированного самоуправления учебно-познавательной деятельностью» [2, с. 192–193].

Н. Ф. Талызина, изучая вслед за Л. С. Выготским и П. Я. Гальпериным процессы усвоения знаний и формирования понятий у дошкольников и младших школьников, делает выводы:

«...исследования показали, что обобщение идет не просто на основе общего в предметах – это необходимое, но еще не достаточное условие: *обобщение всегда идет лишь по тем свойствам предметов, которые вошли в состав ориентировочной основы действий, направленных на анализ этих предметов*» [3, с. 386].

«В условиях управляемого формирования обобщение с самого начала идет по заданной системе признаков, которые могут быть и не наглядными. При этом наличие в предметах общих наглядных свойств не оказывает сколько-нибудь существенного влияния на ход и содержание обобщения» [3, с. 388].

Сам П. Я. Гальперин так описывает свою теорию поэтапного формирования умственных действий: «...с некоторого эволюционного уровня подвижность животного создает такую изменчивость условий действия, что только идеальное примеривание в поле образа открывает возможность приспособить поведение к индивидуальным особенностям ситуации; и сделать это, как требуют новые условия, без физических проб и связанного с ними риска.

Такую идеальную деятельность в поле образов, по ее общему значению для поведения, мы называем ориентировочной или, просто, ориентировкой, и в каждом действии субъекта различаем его ориентировочную и исполнительскую часть. Не предметное содержание действия само по себе, а лишь ориентировка действия, его ориентировочная часть составляет предмет психологии.

Ориентировка является психологическим механизмом действия: и процесс формирования действий и понятий, и их заключительное качество, и успешность их дальнейшего применения – все это зависит от того, как построена ориентировочная часть действия. Поэтому мы стараемся организовать ее так, чтобы обеспечить желаемые качества формируемых действий, а на их основе – и понятий. И так как это нельзя сделать в обход субъекта, то наша первая и вторая задача заключается в том, чтобы так ориентировать ребенка в предмете, которым ему предстоит овладеть, чтобы для него открылось свободное и успешное движение к ясно представленной цели.

Поэтому в нашей методике первый этап отводится „составлению ориентировочной основы действия“ (ООД). В ней мы различаем два основных компонента: *схему* основной структуры явлений, объединяемых в понятия, и *алгоритм* действий по ее распознаванию в этих явлениях или их воспроизведению по этой схеме. Эти компоненты изображаются на *учебной карте* в удобном для работы виде. Таким образом, перед ребенком с самого начала ясно выступают образцы того, чем ему предстоит овладеть; дальше они становятся орудиями его деятельности и каркасом формируемых действий и понятий. На следующем этапе, в таком *материализованном* виде ООД используется для решения системы задач. Здесь-то, собственно, впервые схема и алгоритм превращаются, соответственно, в понятия и действия самого ребенка. Задачи подбираются так и предъявляются в таком порядке, что действия и понятия систематически обобщаются в намеченном объеме. На третьем

этапе учебная карта убирается, но каждое ее указание проговаривается и ориентировка тут же, в речи, выполняется (опять на всем диапазоне задач). В этой громкой, социализированной речи действие объективно принимает форму суждения и рассуждения. Когда оно становится безошибочным и быстрым, его переносят в умственный план как „внешнюю речь про себя“. Здесь оно впервые становится умственным действием, тоже проводится по всему диапазону задач и доводится до тех же показателей. Тогда пошаговый контроль снимается, и это открывает путь к сокращению действия и его переходу во „внутреннюю речь“. Последняя представляет собой нечленораздельный поток речевых значений, без явного присутствия чувственных образов вещей, звуковых образов слов и речевых кинестезий. Естественно, что в самонаблюдении „действие во внутренней речи“ уже и субъективно представляется мыслью, – мыслью об этом действии; одновременно его объекты начинают „непосредственно выступать“ в восприятии (смотря по характеру их признаков) как такие-то образы или понятия.

Итак, мы начинаем не с общего и не с частного, а со схем, отвечающих намеченным образцам. Ничто не заучивается, все усваивается только в действии. Так как содержание понятия и организация действия сначала представлены и выполняются в материализованном виде, то будущие умственные действия и понятия становятся доступными в гораздо более раннем возрасте. Их содержание усваивается все сразу и без посторонних примесей. Обобщение происходит не путем выделения сходного, а благодаря применению правила к разнообразному материалу. Психологическая эволюция идет от развернутого внешнего действия с частными объектами к максимально обобщенному, сокращенному, слитному и автоматизированному действию, которое выполняется в идеальном плане и с понятиями, как новыми объектами» [4, с. 26–28].

В результате работы по этой технологии у школьников образуется полноценное обобщение, т.е. полное усвоение понятий. А при полноценном обобщении формируются правильные умственные действия, т.е. универсальные учебные действия.

Применение технологии П. Я. Гальперина к обучению математики учащихся средних классов на примере изучения темы «Нахождение дроби от числа». В имеющейся в нашем распоряжении литературе мы не нашли примеров проведения занятий по данной технологии, и поэтому составили учебную карту (ООД) и системы задач по своему

усмотрению. Задачи подобраны по принципу постепенного усложнения. Системы задач, прорешиваемые в присутствии учителя и под его контролем, и системы задач, которые задаются на дом, подобраны по принципу аналогичности (задания на дом решаются аналогично заданиям, решенным в классе, т. е. они однотипны).

Первый этап. Решаем задачу 1:

«Путешественник прошел за два дня 20 км. В первый день он прошел $\frac{3}{4}$ этого расстояния. Сколько километров прошел путешественник в первый день?» [5, с. 74].

Решение: Длина $\frac{1}{4}$ пути равна $20/4 = 5$, т. е. 5 км, а длина $\frac{3}{4}$ пути равна $5 \cdot 3 = 15$, т. е. 15 км. Тот же ответ получится, если 20 умножить на $\frac{3}{4}$, т. е. $20 \cdot \frac{3}{4} = 15$.

Ответ: 15 км.

Второй этап. Решив задачу 1, мы можем сформулировать правило нахождения дроби от числа и составить учебную карту, т. е. ООД:

Чтобы найти дробь от числа, нужно умножить число на эту дробь.

Например: Чтобы найти $\frac{3}{4}$ от 20, умножим 20 на $\frac{3}{4}$, т. е. $20 \cdot \frac{3}{4} = 15$

Третий этап. Пользуясь картой, проговаривая вслух ООД, школьники прорешивают под контролем учителя систему задач: № 471 (а, в, д, ж, и, л); 472; 475; 483; 478 [5, с. 76].

При решении № 471 (и) повторить тему «Проценты».

Четвертый этап. Пользуясь картой, проговаривая вслух ООД, школьники самостоятельно (под наблюдением учителя или дома) прорешивают систему задач: № 471 (б, г, е, з, к, м); 473; 476; 479; 481 [5, с. 76].

Пятый этап. Не пользуясь картой, проговаривая ООД про себя, школьники самостоятельно (под наблюдением учителя) прорешивают систему задач: № 474; 477; 482; 480 [5, с. 76].

Шестой этап. Не пользуясь картой, проговаривая ООД про себя, школьники самостоятельно (например, дома) прорешивают систему задач: № 484; 486; 490 [5, с. 77].

Литература

1. Понятие «универсальные учебные действия» / А. Г. Асмолов [и др.] // Математика. 2010. № 15. С. 2.

2. Сластенин, В. А. Педагогика : учеб. пос. для студ. вузов / В. А. Сластенин, И. Ф. Исаев, Е. Н. Шиянов ; под ред. В. А. Сластенина. М. : Издат. центр «Академия», 2002. 576 с.

3. Талызина, Н. Ф. Управление процессом усвоения знаний / Н. Ф. Талызина // Хрестоматия по психологии : учеб. пос. для студ. пед. ин-тов / сост. В. В. Мироненко ; под ред. А. В. Петровского. М. : Просвещение, 1987. 447 с.

4. Гальперин, П. Я. Психология как объективная наука / П. Я. Гальперин // Психолого-педагогические условия развития понятийного мышления / сост. Э. Г. Гельфман, С. Н. Цымбал. Томск : Изд-во ТГПУ; Изд-во ТГУ, 2003. 240 с.

5. Математика : учеб. для 6-го класса средней школы / Н. Я. Виленкин, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд, В. И. Жохов. М. : Просвещение, 1993. 256 с.

ЭЛЕКТИВНЫЙ КУРС «УПОРЯДОЧЕННЫЕ МНОЖЕСТВА И РЕШЕТКИ» КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ СПОСОБНОСТЕЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Е. В. Юсупова

Томский государственный педагогический университет

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доцент А. И. Купцов

Под руководством научного руководителя, профессора А. И. Купцова во время педагогической практики с 6 февраля по 12 марта 2012 г. нами был проведен педагогический эксперимент по развитию исследовательских способностей студентов средствами элективного курса «Упорядоченные множества и решетки», но сначала нам необходимо было определиться, что такое «исследовательские способности», как их развивать и насколько необходимо этим заниматься.

«Известный... ученый А. И. Савенков установил, что понятие „исследовательские способности“ крайне редко встречается в специальной психологической литературе, несмотря на его широкое использование в педагогической практике...

Исследовательские способности А. И. Савенков представляет как индивидуально-психологические особенности личности, являющиеся субъективными условиями осуществления исследовательской деятельности. Они обнаруживаются в степени проявления поисковой активности, а также глубине, прочности овладения способами и приемами исследовательской деятельности, но не сводятся к ним...

Теоретическая модель исследовательских способностей, разработанная А. И. Савенковым, представлена в виде комплекса трех относительно автономных составляющих (компонентов): поисковая активность; дивергентное мышление; конвергентное мышление, результат взаимодействия которых следует рассматривать в качестве исследовательских способностей» [1, с. 165].

«Для того, чтобы быть успешным, современному человеку необходимо проявлять поисковую активность» [2, с. 1], поэтому при подготовке подрастающего поколения к самостоятельной деятельности необходимо развивать у обучающихся исследовательские способности. А как же их развивать? Эту задачу педагоги-методисты предлагают решить различными способами.

«Современные исследования показывают, что развитие исследовательских способностей детей происходит не только благодаря включению их в исследовательскую практику, но и в условиях специального обучения развитию исследовательских умений и навыков, необходимых в поисковой деятельности» [1, с. 165].

«Поисковая активность, характеризующая мотивационную составляющую исследовательских способностей, является первоисточником и главным двигателем исследовательского поведения. На наличие поисковой активности указывают высокая мотивация, интерес, эмоциональная вовлеченность; без этих составляющих невозможна успешная исследовательская деятельность» [1, с. 165].

«Исследовательская деятельность представляет собой специфическую учебную деятельность, предполагающую наличие основных этапов, характерных для научного исследования и ориентированную на открытие лично значимых для учащегося знаний, формирование исследовательских умений» [2, с. 1–2].

«...Развитие исследовательских способностей детей происходит не просто в условиях самостоятельной исследовательской практики, а благодаря специальной организации педагогом системы вопросов, направляющей поиск» [1, с. 166–167].

«Дефицит воспитательно-познавательного общения со взрослыми и сверстниками препятствует проявлению поисковой активности и развитию мышления, которые являются необходимыми компонентами исследовательских способностей. Следовательно, педагогическая работа

должна состоять в создании условий для овладения постановкой вопросов – стимула исследовательской активности» [1, с. 167].

Из вышесказанного следует, что для развития исследовательских способностей прежде всего необходимо стимулировать поисковую активность. В связи с этим перед нами встал вопрос: какой же метод обучения, развивающий исследовательские способности, нам выбрать?

На первом курсе магистратуры профессор В. И. Ревякина читала нам курс «Педагогика и психология профилизации общеобразовательной и высшей школы», в рамках которого знакомила нас с методами обучения в высшей школе. Меня очень заинтересовал ранее неизвестный мне метод «лекция вдвоем».

«В этой лекции учебный материал проблемного содержания дается слушателям в живом диалогическом общении двух преподавателей между собой. Здесь моделируются реальные ситуации обсуждения теоретических вопросов с разных позиций двумя специалистами, например теоретиком и практиком, сторонником или противником той или иной точки зрения и т. п. При этом нужно стремиться к тому, чтобы диалог преподавателей между собой демонстрировал культуру совместного поиска решения разыгрываемой проблемной ситуации с привлечением в общение слушателей, которые задают вопросы, высказывают свою позицию, формируют свое отношение к обсуждаемому материалу лекции, показывают свой эмоциональный отклик на происходящее.

Лекция вдвоем заставляет слушателей активно включаться в мыслительный процесс. С представлением двух источников информации задача слушателей – сравнить разные точки зрения и сделать выбор, присоединиться к той или иной из них или выработать свою.

Высокая активность преподавателей на лекции вдвоем вызывает мыслительный и поведенческий отклик слушателей, что является одним из характерных признаков активного обучения: уровень вовлеченности в познавательную деятельность слушателей сопоставим с активностью преподавателей. Помимо всего этого, слушатели получают наглядное представление о культуре дискуссии, способах ведения диалога, совместного поиска и принятия решений...» [3, с. 7].

Мы решили выбрать этот метод (лекция вдвоем, или бинарная) для проведения эксперимента по развитию исследовательских способностей студентов. Эксперимент проводился со студентами второго курса ФМФ, группа 401 (а). Научный руководитель, профессор А. И. Купцов, и автор

статьи совместно провели восемь лекций по курсу «Упорядоченные множества и решетки» в рамках предмета «Спецглавы алгебры».

В процессе проведения лекций мы задавали вопросы студентам, привлекали их к обсуждению представленных точек зрения по различным проблемам курса, а также к обсуждению способов доказательства теорем, давали исследовательские задания.

Например, при введении понятий строгого и нестрогого порядков каждый лектор представил свой способ хода рассуждений и формулировки понятий, затем мы предложили студентам обсудить, какой способ предпочтительнее. Студенты проявили неподдельный живой интерес к этому обсуждению, были эмоциональны (как, впрочем, и лекторы), активно высказывали свое мнение. Студентам предлагалось испробовать свои силы в доказательстве теорем, они с интересом отнеслись к этому заданию и добросовестно старались это сделать. Не все удавалось, но всегда результат был предсказуем, однако обучение дало свои плоды.

Незадолго до окончания курса был проведен контроль знаний в игровой форме: студентам было предложено разгадать кроссворд по пройденному материалу. Кроссворд был составлен из четырнадцати терминов, а именно: ноль, порядок, полурешетка, строгий, петля, единица, наибольший, частично, наименьший, инфимум, нижняя, нестрогий, супремум, упорядоченное. Студенты с большим желанием и азартом занимались разгадыванием кроссворда и успешно его решили.

Все вышесказанное говорит о том, что студенты показали наличие знаний и исследовательских способностей, так как они проявляли поисковую активность при выполнении заданий и демонстрировали владение приемами исследовательской деятельности. Следовательно, метод обучения «лекция вдвоем» можно успешно применять для развития исследовательских способностей студентов средствами элективного курса «Упорядоченные множества и решетки».

Литература

1. Комарова, И. В. Роль вопросов в развитии исследовательских способностей детей дошкольного и младшего школьного возраста / И. В. Комарова // Вектор науки ТГУ. 2011. № 3 (6). С. 164–168.

2. Ваганова, Е. Н. Организация исследовательской деятельности младших школьников / Е. Н. Ваганова // Исследовательская и проектная деятельность в школе : материалы Всерос. науч.-практ. конф. Москва, 26 апреля 2011 г. М., 2011.

3. Лекция – основная организационная форма в вузе [Эл. ресурс]. URL: <http://www.kantiana.ru/medicinal/opk/umk/chast04.doc>

**СЕКЦИЯ
ИНФОРМАТИКА
И ИНФОРМАЦИОННЫЕ
ТЕХНОЛОГИИ**

КОМПЬЮТЕРНАЯ ПРОГРАММА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ СЕМАНТИКИ СИМВОЛИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ

Батырхан Тилейхан

*Томский государственный педагогический университет
Научные руководители – канд. психол. наук Л. В. Ахметова,
канд. техн. наук А. Н. Стась*

Разработанная нами универсальная компьютерная программа «АЦЭСС – тест 2012» предназначена для психодиагностического исследования семантики символического мышления личности человека, адресована русскоязычным и монголоязычным пользователям, в т. ч. учащимся средних и старших классов, студентам, специалистам психолого-педагогической сферы деятельности.

Цель разработки компьютерной программы – повысить эффективность психодиагностического исследования на основе учета индивидуально-психологических, этнических особенностей личности; увеличение операциональных возможностей процедуры тестирования и обработки результатов исследования.

Цель психологического тестирования заключается в изучении на основе ассоциативного метода семантики символических образов личности, основным содержанием которых является некоторый смысл, выражаемый ею в субъективных архетипических, ценностных и эмоциональных взаимосвязях.

Задачи исследования:

– выявить на основе ассоциативного метода наличие или отсутствие достоверно значимых взаимосвязей между образами символов и словами-стимулами, обозначающими архетипы, номинальные ценности и эмоции;

– изучить семантику символических образов личности, на основе субъективных архетипических, ценностных и эмоциональных репрезентаций.

Технологической основой для разработки компьютерной программы является среда программирования Delphi. Среда обеспечивает визуальное проектирование пользовательского интерфейса, в основе которого лежит развитый объектно-ориентированный язык Object Pascal. Delphi

содержит готовые библиотеки визуальных объектов, позволяющие существенно упростить создание пользовательского интерфейса, для программирования которого иными средствами потребовало бы много времени, особенно если программа должна работать под управлением наиболее распространенной операционной системы Windows и иметь графический пользовательский интерфейс. В Delphi простота и удобство сочетаются с гибкостью и уникальностью по своей простоте средствами доступа к базам данных.

На рис. 1 представлена разработанная нами в среде программирования Delphi блок-схема компьютерной программы «АЦЭСС – тест 2012». Программа состоит из следующих основных блоков: ввод данных, блок тестирования, блок обработки и визуализации данных, вывод.

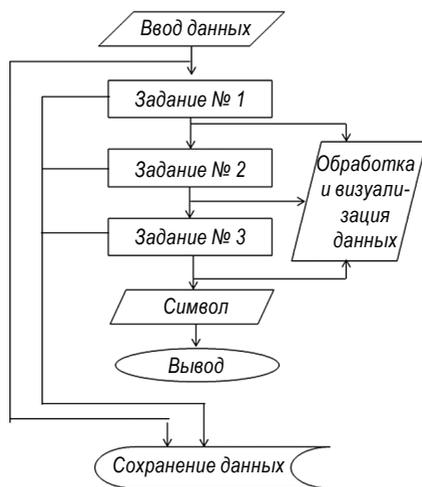


Рис. 1. Блок-схема программы «АЦЭСС – тест 2012»

Процедура работы (тестирования) с компьютерной программой «АЦЭСС – тест 2012» является доступной и удобной для пользователя.

Программа «АЦЭСС – тест 2012» имеет оригинальный дизайн, снабжена универсальными настройками, позволяющими пользователю оптимизировать свою работу во время тестирования, т. е. подобрать оптимальный для себя цветовой фон и настроить скорость предъявления материала (рис. 2).

Достоинством программы «АЦЭСС – тест 2012» является языковая настройка, позволяющая проводить психологическое тестирование как русскоязычных, так и монголоязычных пользователей.

В среднем, процедура тестирования занимает 38–42 минуты, включает следующие этапы.

Первый этап – ввод данных испытуемого (рис. 3).



Рис. 2. Главная панель программы

Рис. 3. Форма для ввод данных

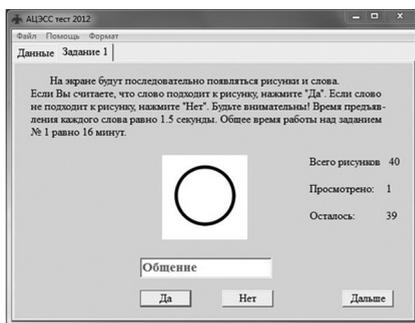


Рис. 4. Панель для исследования ассоциаций между образом символа и словами-стимулами

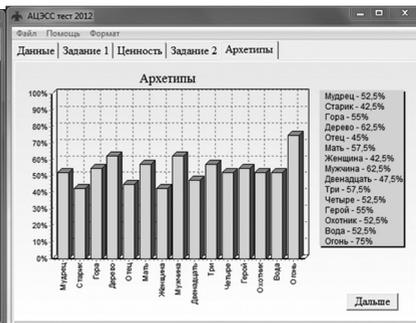


Рис. 5. Диаграмма частот ассоциаций слов-стимулов с предъявляемыми символами

Второй этап – исследование ассоциативных связей между символами и ценностями. На этом этапе испытуемому предлагается набор, состоящий из 40 символов и список 15 номинальных ценностей, между которыми испытуемому предлагается установить ассоциации (рис. 4). По

завершению этого этапа испытуемый может ознакомиться с результатом, в виде гистограммы, показывающей соотношение номинальных ценностей и высокочастотных символов, выявленных при обработке данных.

Третий этап – исследование ассоциативных связей между символами и архетипами. На этом этапе испытуемому предлагается уже известный набор состоящий из 40 символов и список, включающий 15 архетипов (рис. 5). Испытуемому предлагается установить ассоциации между символами и архетипами, как и на первом этапе.

Четвертый этап – исследование ассоциативных связей между символами и эмоциями. На этом этапе испытуемому вновь предлагаются эти же 40 символов и список, состоящий из 6 эмоций. Процедура исследования на четвертом этапе аналогична предыдущим двум и заключается в установлении ассоциативных отношений между символами и эмоциями испытуемого. Полученные результаты исследования на этом этапа также выводятся на экран монитора.

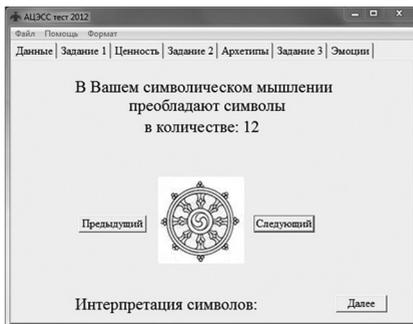


Рис. 6. Панель, демонстрирующая количество высокочастотных символов

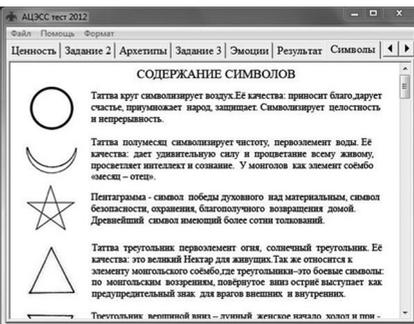


Рис. 7. Панель описания символов

Пятый этап. По окончании исследования испытуемый получает итоговый результат тестирования, с последующей интерпретацией содержания символов (рис. 6, 7) и дополнительными пояснениями эксперта. Испытуемый на основании результатов тестирования получает информацию о преобладающих в его символическом мышлении символах и об их ценностно-архетипическом содержании.

Шестой этап. Завершающим этапом работы с компьютерной программой «АЦЭСС – тест 2012» является внесение индивидуальных результатов исследования в базу данных (формат Excel).

В настоящее время компьютерная программа проходит апробацию в рамках курсовых, дипломных работ, проводящихся в ходе психодиагностических исследований.

Литература

1. *Архангельский, А. Я.* Программирование в Delphi 7 / А. Я. Архангельский. М. : Бинном-Пресс, 2004. 1152 с.
2. *Бобровский, С. И.* Delphi 7. Учебный курс / С. И. Бобровский. СПб. : Питер, 2004. 736 с.
3. *Программирование на Delphi.* URL: <http://delphi.od.ua/article/view/Algorithms.html>
4. *Купер, Дж.* Энциклопедия символов / Дж. Купер. М. : Золотой Век, 1995. 401 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СОРТИРОВОЧНЫХ АППАРАТОВ НА БАЗЕ КОМПЛЕКТА LEGO MINDSTORMS NXT 2.0

Р. К. Глухов, О. С. Нетесова

Томский государственный педагогический университет

В общем случае сортировку следует понимать как процесс перегруппировки заданного множества объектов в некотором определенном порядке. Цель сортировки – облегчить последующий поиск элементов в таком упорядоченном (отсортированном) множестве. Это почти универсальная, фундаментальная деятельность. Мы встречаемся с отсортированными объектами в телефонных справочниках, библиотеках, словарях, на складах – почти везде, где нужно искать хранимые объекты.

Разнообразие сортировочных механизмов очень велико и различать их можно по сложности и быстродействию. Использование сортировочных механизмов на производстве способствует повышению производительности, качества обслуживания клиентов, уменьшению потребности в складских площадях, а также совершенствование учета товарно-производственных запасов и складских операций.

Наиболее простые и дешевые низкоскоростные сортировочные устройства часто работают в комплексе с обычными роликовыми или ленточными конвейерами, а их скорость сортировки обычно ниже 30 ед. в мин. В одном из вариантов исполнения такого оборудования поперек конвейера, у пункта съема, располагают стационарный или подвижной

рычаг-дефлектор либо пластину. Идущий по конвейеру ящик натывается на рычаг и сталкивается с конвейера в сторону на другой конвейер или в желоб.

Некоторые типы сортировочных машин способны выполнять работу со средней скоростью (примерно 30–150 ед./мин), и наиболее распространены среди них устройства с поднимающимися рабочими органами. Обычно они сдвигают грузы с ленточных конвейеров и обеспечивают точную ориентацию груза. Когда ящик подходит к месту съема, под его дном поднимаются колеса или ролики, приподнимают ящик над конвейером и транспортируют его в сторону, обычно под углом 30–45° к направлению движения конвейера.

Для высокоскоростных сортировщиков, способных работать со скоростью примерно 150–400 ед./мин, требуются не обычные конвейеры, а специализированное оборудование. Продукты можно подавать на них вручную или автоматически с помощью подающего конвейера.

Наибольшее распространение получили четыре типа высокоскоростных сортировочных машин. Конвейеры с наклоняющимися лотками, с поперечным ленточным конвейером-съемником и с раздвигающимися лотками обычно используют для сортировки единичных грузов по отдельным зонам, а так же с отклоняющими кулачками.



Рис. 1. Поле для работа-сортировщика



Рис. 2. Алгоритм действий работа

Знание азов устройства сортировки школьники и студенты могут получить на основе изучения Lego Mindstorms, на базе которого можно

создать робота-сортировщика, разбирающего предметы по цвету и размеру. Алгоритм действия для них пишется в среде программирования NXT-G, так как именно в NXT-G поддерживаются Lego Color сенсор и программа позволяет больше заниматься реализацией алгоритма, вместо реализации конкретной функциональности (рис. 1).

Рассмотрим решение задачи перемещения только одного кубика за один прием.

Итак, выбираем кубики по одному сначала с одной стороны свалки и сортируем их, затем те же манипуляции проделываем с кубиками с другой стороны свалки. Очевидно, что в этом случае нам требуется счетчик, который бы считал, сколько кубиков с какой стороны свалки осталось. Как только кубики с одной стороны закончились, то ехать к этой свалке не имеет смысла, начинаем двигаться сразу к противоположной.

Для решения задачи перемещения робота по заданной траектории традиционно используется движение робота черной линии [1].

Этот способ хорош тем, что при нем, поперечные черные линии могут служить ориентирами для передвижения робота. Самое простое – робот всегда использует срединную черную линию – движется по карте вдоль нее. Если в программе робота, при его передвижении, ведется учет количества пересеченных черных линий, то такой робот сможет всегда «понять» в какой области карты он сейчас находится. Движение робота при этом методе можно описать следующим образом.

Для перемещения робота, в данном случае, на срединной черной линии выбирают опорную точку – место на карте, от которого строятся пути-маршруты во все возможные места назначения (рис. 2). Таким образом, робот всегда будет знать, от какой точки ему нужно всегда отправляться к той или иной корзине (рис. 3).

Каждый маршрут удобно представить в виде отдельной процедуры (My Block).

При использовании блоков возникает еще положительный организационный момент – каждый блок может быть записан и оттестирован отдельным человеком.

На основании проведенного моделирования сортировочных аппаратов на базе комплектов Lego Mindstorms NXT 2.0 можно заключить, что использование данной технологии в учебном процессе позволяет учащимся ознакомиться с линиями автоматизированного производства на

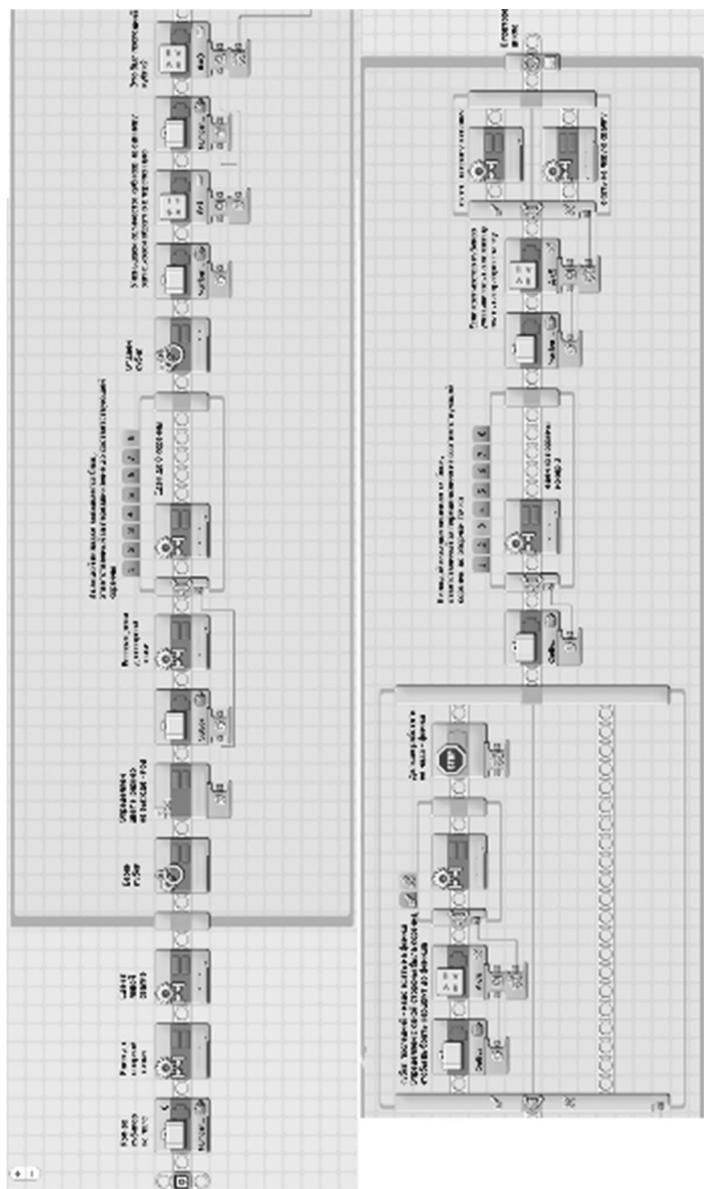


Рис. 3. Пример программы для робота-сортировщика в среде NXT-G

практике, что положительно сказывается на профориентации в сфере технических специальностей.

Литература

1. *Филлипов, С.А.* Робототехника для детей и родителей / С.А. Филлипов. СПб. : Наука, 2011. 263 с.

ОБ АЛГОРИТМИЧЕСКОМ МЫШЛЕНИИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ ИНФОРМАТИКИ

Н. Ф. Долганова, В. М. Долганов

*Томский государственный педагогический университет
Научный руководитель – канд. техн. наук, доцент А. Н. Стась*

Исходя из федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования одной из составляющих предметных результатов изучения предметной области «Математика и информатика» является развитие алгоритмического мышления [1].

Для обеспечения достижения поставленной цели решение вопроса о совершенствовании методики и технологий обучения в рамках общего образования является недостаточным. На наш взгляд, добиться качественных результатов невозможно без изменений, как в области переподготовки уже имеющихся педагогических кадров, так и в сфере высшего профессионального педагогического образования при подготовке будущих учителей, в том числе информатики, ведь именно им необходимо будет выстраивать процесс обучения в «новой» школе.

Следовательно, актуальным является вопрос о выстраивании процесса подготовки будущих учителей информатики таким образом, чтобы они не только могли овладеть приемами формирования и развития алгоритмического мышления обучающихся, но и сами обладали таковым на должном уровне его развития.

Рассмотрим понятие алгоритмического мышления, начиная с его составляющих, – алгоритма и мышления.

В педагогике под алгоритмом обычно понимают предписание, задающее на основе системы правил последовательность операций, точное

выполнение которых позволяет решать задачи определенного класса [2]. Однако следует обратить внимание на тот факт, что не является достаточным просто знание алгоритмов и их воссоздание, необходимо, прежде всего, овладение общими способами действий, приемами, средствами создания и применения алгоритмов.

С точки зрения психологии, мышление – это опосредованное и обобщенное отражение действительности, вид умственной деятельности, заключающейся в познании сущности вещей и явлений, закономерных связей и отношений между ними [3].

Следует отметить и тот факт, что в педагогической литературе встречается определение целостного понятия алгоритмическое мышление.

Так, например, Т.Н. Лебедева под алгоритмическим мышлением понимает познавательный процесс, характеризующийся наличием четкой, целесообразной (или рациональной) последовательности совершаемых мыслительных процессов с присущей детализацией и оптимизацией укрупненных блоков, осознанным закреплением процесса получения конечного результата, представленного в формализованном виде на языке исполнителя с принятыми семантическими и синтаксическими правилами [4].

Другие авторы считают, что алгоритмический стиль мышления – это система мыслительных способов действий, приемов, методов и соответствующих им мыслительных стратегий, которые направлены на решение как теоретических, так и практических задач, и результатом которых являются алгоритмы как специфические продукты человеческой деятельности [5].

А. И. Газейкина под понятием «алгоритмический стиль мышления», полагает специфический стиль мышления, предполагающий умение создать алгоритм, для чего необходимо наличие мыслительных схем, которые способствуют видению проблемы в целом, ее решению крупными блоками с последующей детализацией и осознанным закреплением процесса получения конечного результата в языковых формах [6].

Обобщая, следует отметить, что какими бы разными не были определения, предлагаемые различными авторами, понятно, что развитие алгоритмического мышления у обучающихся, в том числе и будущих учителей информатики, должно обеспечить наличие таких навыков как умение сравнивать, анализировать, обобщать, конструировать, абстрагировать, видеть связи, составлять алгоритмы, и через них описывать

алгоритмические процессы. Для обеспечения данных навыков, в процессе развития алгоритмического мышления, при обучении информатике большую роль играют правильно подобранные алгоритмические задачи, т. е. задачи, для решения которых требуется определенные алгоритмы и методы их решения. К таким методам относятся: выполнение заданий по алгоритму, выработка последовательности действий с обоснованием, составление и апробация алгоритмов, конструирование алгоритмов и др. [7].

Исходя из вышеизложенного, на наш взгляд, одной из составляющих в предметной подготовке будущих учителей информатики, с точки зрения развития их алгоритмического мышления, является дисциплина «Элементы вычислительной геометрии». В рамках данной дисциплины студенты работают с реализациями различных алгоритмов для задач вычислительной геометрии [8]. При этом рассмотрение задач разделов дисциплины осуществляется на различных уровнях познавательной, алгоритмической деятельности:

– *начальный уровень* – анализ готового программного продукта (осознание готового алгоритма);

– *базовый уровень* – доработка программного продукта (формирование умений проводить анализ предшествующих действий, способности использования предыдущего опыта);

– *продвинутый уровень* – создание собственного программного продукта (планирование самостоятельной деятельности).

Это позволяет на основе задачного подхода постепенно перейти от формирования навыков использования готовых разработок до активного создания собственных программных средств.

Приведем пример: в разделе дисциплины «Алгоритмы построения выпуклой оболочки» тема «Алгоритм построения выпуклой оболочки методом обхода Грэхема» изучается на базовом уровне. Сначала рассматривается идея данного алгоритма, по ходу изложения которой перед студентами ставятся вопросы, позволяющие им осознать суть материала. Следующим этапом в изучении темы является практическая реализация алгоритма Грэхема обучающимися. Студентам необходимо заполнить пропуски в листинге каркаса программы в соответствии с приведенными комментариями и методическими рекомендациями. При этом можно использовать предыдущий программный продукт: построение выпуклой оболочки с помощью упорядочивания крайних точек множества

в соответствии со значением полярного угла. Такой подход позволяет обрабатывать основные мыслительные операции: сравнение, анализ и синтез, абстракцию, обобщение и конкретизацию, а также отследить: выработку последовательности действий с обоснованием, составление и апробацию алгоритмов, конструирование алгоритмов, умение использовать предыдущий опыт и т. д.

Литература

1. *Федеральный* государственный образовательный стандарт основного общего образования от 17 декабря 2010 г. № 1897 [Эл. ресурс]. 50 с. URL: <http://standart.edu.ru/catalog.aspx?CatalogId=2588>
2. *Педагогика* : большая современная энциклопедия / сост. Е. С. Рапацевич. Минск : Современное слово, 2005. 720 с.
3. *Википедия* : свободная энциклопедия. URL: <http://ru.wikipedia.org>
4. *Лебедева, Т. Н.* Формирование алгоритмического мышления школьников в процессе обучения рекурсивным алгоритмам в профильных классах средней общеобразовательной школы : дис. ... канд. пед. наук / Т. Н. Лебедева. Екатеринбург, 2005. 219 с.
5. *Копаев, А. В.* Алгоритм как модель алгоритмического процесса / А. В. Копаев. URL: <http://www.rusedu.info/Article100.html>
6. *Газейкина, А. И.* Стили мышления и обучение программированию студентов педагогического вуза / А. И. Газейкина // Информационные технологии в образовании. 2006. URL: <http://ito.edu.ru/2006/Moscow/I/1/I-1-6371.html>
7. *Темербекова, А. А.* Формирование алгоритмической культуры учащихся / А. А. Темербекова. URL: http://www.fmf.gasu.ru/kafedra/algebra/1/elib/mpm_t/10.htm
8. *Долганова, Н. Ф.* Преподавание вычислительной геометрии в педагогическом вузе / Н. Ф. Долганова // Вестник МГПУ. Серия: Информатика и информатизация образования. 2008. С. 51–55.

ОБРАТНАЯ СВЯЗЬ

А. Г. Зубакин, Р. О. Полторацнев

Томский университет систем управления и радиоэлектроники

Особенностью лекционного курса по основам преобразовательной техники является большой объем демонстрационного материала – графики, осциллограммы, схемы, расчеты, выводы. Представление его на доске, мелом связано с не очень высоким качеством записей, рисунков и что более важно с существенными потерями времени для лектора.

Последующее конспектирование результатов, выводов увеличивают эти потери. На уяснение материала лекции времени практически не

остается. Предполагается, что это происходит при выполнении практических и лабораторных работ, подготовке к экзаменам.

С другой стороны запись, конспектирование лекции подключают моторную, более долговременную память студента. Можно поставить вопрос, что более важно запоминание материала лекции или процесс его осмысления?

Использование современной оргтехники – компьютера в сочетании с цифровым проектором позволяет в существенной мере сократить потери времени, что заметно повышает качество, информативность лекции, освобождает лектора от рутинной работы, дает ему возможность контролировать работу студентов, комментировать, дополнять представляемый материал.

Надо отметить и динамизм лекции, когда можно в любой момент вернуться к предыдущим положениям лекции.

При подготовке лектор использует все многообразие имеющегося учебно-методического материала. Неплохо выглядит текст, графики, рисунки, выполненные от руки. В таком виде его можно быстро подготовить, отсканировать.

Для подготовки слайдов используется программа PowerPoint, которая имеет большие возможности по организации и демонстрации иллюстрационного материала.

В той же форме представления на лекции организуется промежуточный контроль в виде слайдов с вопросом и набором альтернативных ответов.

Для самостоятельной работы подготовлена тестирующая программа. Студенты, в удобное для них время, отвечают на поставленные вопросы.

В программе используются ответы в форме альтернативной выборки и числа для расчетов (рис. 1). В четырех из восьми вопросов исходные данные для решения задачи формируются генератором случайных чисел.

Результаты тестирования передаются лектору протоколом в зашифрованном виде. В протокол записывается: фамилия, дата, время на ответ по каждому вопросу, фиксируются ответы и оценка ответа. Протоколы дешифруются и объединяются в Excel таблице с графическим отображением результатов контроля.

Контролирующая программа использовалась в качестве экзаменующей. Были попытки дешифровки протокола. Использование генератора

случайных чисел для генерации исходных данных свели эти попытки к минимуму. Так как протоколы передаются лектору по электронной почте, следующим шагом, снижающим возможности дешифровки, явилось использование тестирующей программы через сеть Интернет. Адаптация сетевой версии программы выполнена студентом третьего курса, соавтором данной работы.



Рис. 1. Главная панель программы тестирования

Использование тестирующих программ привлекло внимание студентов. Тестирование проводилось студентом несколько раз до получения положительной оценки. После чего запускалась программа контроля, результаты которой ему были неизвестны и определялись лектором из соответствующего протокола.

В заключение можно отметить, что благодаря предварительной работе по подготовке демонстрационного материала уменьшилась нагрузка лектора во время лекции, студенту дается больше времени для уяснения основных положений лекции, лектор может уделять больше внимания аудитории, отслеживать реакцию слушателей на рассматриваемые темы.

УТОЧНЕННЫЙ РАСЧЕТ ВЫПРЯМИТЕЛЯ С ЕМКОСТНОЙ НАГРУЗКОЙ

В. А. Иноземцев, Н. Н. Кондаков, А. А. Овчаренко

*Томский университет систем управления и радиоэлектроники
Научный руководитель – канд. техн. наук, доцент А. Г. Зубакин*

В работе [1] рассматриваются две модели выпрямителя с емкостной нагрузкой. В первой модели ток заряда конденсатора фильтра ограничивается активным и индуктивным сопротивлением фазы трансформатора, сопротивлением диодов. Форма тока там определена автором – симметричная. Во второй – с безтрансформаторным выпрямителем, «ток ограничивается емкостным сопротивлением, поскольку сопротивление фазы и динамическое сопротивление диодов малы». Форма тока в диодах имеет ассиметричный характер с резким нарастанием тока на начальном этапе (рис. 1).

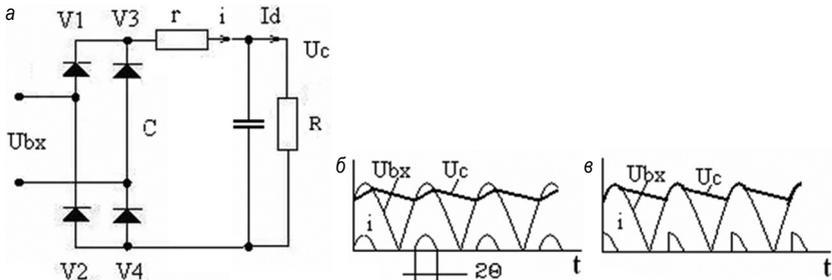


Рис. 1. Схема безтрансформаторного выпрямителя (а);
форма напряжения и тока для первой (б) и для второй (в) моделей

Границу существования первой модели автор определил выражением

$$\frac{r}{R} > \frac{10}{(R\omega C)^2}. \tag{1}$$

При выполнении этого условия можно пренебречь влиянием конденсатора фильтра на значение выпрямленного напряжения, и тем самым существенно упростить, облегчить процедуру расчета.

Выпрямленное напряжение в этом идеализированном случае

$$U_C^{\text{идеал}} = U_2 m \cos(\theta), \quad (2)$$

где угол отсечки θ находится из решения трансцендентного уравнения

$$\operatorname{tg} \theta - \theta = \frac{\pi r}{mR}.$$

В данной работе предлагается уточнить, насколько целесообразно применение этого критерия. С этой целью проводится уточненный расчет.

При расчете выпрямителя с емкостной нагрузкой необходимо учитывать нелинейные элементы – диоды в силовой цепи, и то, что формирование напряжения на нагрузке происходит в два этапа: заряда и разряда конденсатора фильтра.

Системы дифференциальных уравнений, описывающие эти этапы, будут отличаться:

$$\begin{array}{ll} \text{при заряде} & \text{при разряде} \\ \left\{ \begin{array}{l} ir + u_c = u(t) \\ i = C \frac{\partial u_c}{\partial t} + \frac{u_c}{R} \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} 0 = C \frac{\partial u_c}{\partial t} + \frac{u_c}{R} \end{array} \right. \end{array}$$

В этих выражениях R , r – сопротивления нагрузки и фазы выпрямителя, C – емкость конденсатора в нагрузке, m – фазность схемы выпрямителя,

$$u(t) = |U_2 m \sin(\omega t)|.$$

Результат решения этой системы уравнений представлен на рис. 2. На рисунке показано изменение нагрузочной характеристики выпрямителя в зависимости от емкости $U_c = f(C, Id)$. Из графика видно, что нагрузочная характеристика почти не зависит от емкости конденсатора и только при существенном уменьшении ее величины становится заметным ее влияние на нагрузочную характеристику.

На рис. 3 отражено различие реальной и идеализированной поверхностей

$$\Delta = \frac{U_c - U_c^{\text{идеал}}}{U_c^{\text{идеал}}}.$$

На рис. 4 белым цветом определена область существования идеализированной модели выпрямителя по критерию (1), при погрешности отображения меньше пяти процентов. На рисунке заметна область, в которой погрешность отображения меньше пяти процентов, но которая не входит в область существования модели.

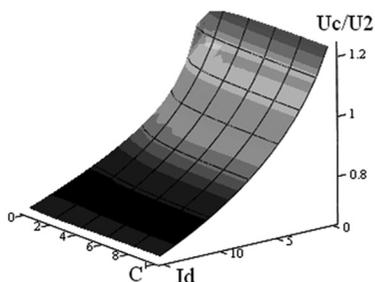


Рис. 2

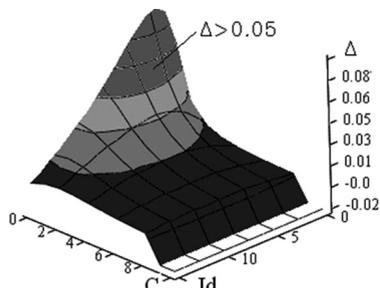


Рис. 3

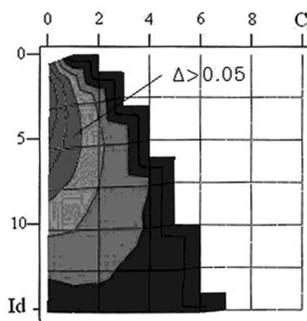


Рис. 4

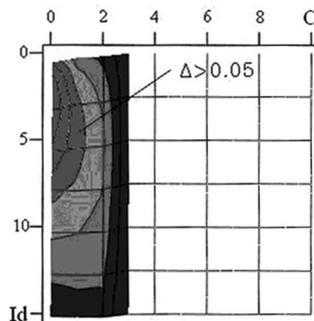


Рис. 5

В данной работе предлагается использовать другой критерий для определения области существования первой модели:

$$R\omega C > 1 \quad (3)$$

Критерий определяется отношением активного сопротивления потерь выпрямителя к емкостному сопротивлению нагрузки и имеет достаточно понятный физический смысл.

При той же погрешности отображения, меньше 5%, по этому критерию (3) область существования модели увеличивается (рис. 5), что позволяет сделать вывод о предпочтительности его использования.

Литература

1. *Иванов-Цыганов, А. И.* Электропреобразовательные устройства РЭС / А. И. Иванов-Цыганов. М. : Высшая школа, 1991. 272 с.

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЭЛЕКТРОННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ РЕСУРСОВ НОВОГО ПОКОЛЕНИЯ НА УРОКАХ В ШКОЛЕ

Н. А. Легостаева, Л. М. Артишева

Томский государственный педагогический университет

Электронные образовательные ресурсы нового поколения (ЭОР НП) – это открытые образовательные модульные системы (ОМС). Основным принципом организации данных в ОМС является разделение совокупного контента по предмету на модули, соответствующие тематическим элементам и компонентам учебного процесса. При этом каждый модуль может иметь аналог (вариатив), отличающийся элементами содержания, методикой, технологией исполнения.

Каждому тематическому элементу соответствует три типа электронных учебных модулей (ЭУМ): И-тип – информационный модуль; П-тип – практический модуль; К-тип – контрольный модуль.

Основные задачи ЭОР НП:

- помощь учителю при подготовке к уроку;
- помощь учителю при проведении уроков;
- помощь учащимся для подготовки домашних заданий и самостоятельного обучения.

Эффективность использования ЭОР НП в учебном процессе обеспечивается за счет следующих возможностей:

- мультимедийность;
- моделирование;
- интерактивность.

Электронный учебный модуль (ЭУМ) является автономным, со- держательным и функционально полным образовательным ресурсом, предназначенным для решения определенной учебной задачи. Информационный объем ЭУМ – порядка 10 Мб, так что получение его по сетевому запросу не представляет принципиальных трудностей даже для узкополосных компьютерных глобальных сетей.

Совокупность ЭУМ размещается на сервере глобальной компьютерной сети. Интернет-доступ к хранилищу и доставка ЭУМ по сети осуществляется в режиме on-line. Доставленный модуль размещается в локальном хранилище на компьютере пользователя для дальнейшего использования. Операция по доставке компонента ЭУМ, организация и ведение локального хранилища осуществляется с помощью программного инструмента – персонального органайзера пользователя.

Для воспроизведения модулей используется специализированный ОМС Плейер, который в отличие от браузера может воспроизводить все известные на сегодня мультимедиа компоненты, а также работать совместно с плеерами других производителей.

Плейер и органайзер – клиентское программное обеспечение. Пользователь ЭОР НП предварительно устанавливает его на своем компьютере, запросив инсталляционный пакет, как и учебные модули, по сети.

Преимущества ЭОР НП:

1. Программа-реализатор для всех модулей одна, она перекачивается один раз в начале изучения предмета и храниться на компьютере пользователя, там же накапливаются ранее полученные контентные модули, в совокупности представляющие ЭОР по предмету.

2. Полное использование новых педагогических инструментов (интерактивность, мультимедиа, моделинг) сочетается с возможностью распространения в глобальных компьютерных сетях, в том числе и узкополосных, поскольку объем ЭУМ составляет от 1 до 7 Мб.

3. Вариативность модулей позволяет педагогам создавать авторские учебные курсы, а учащимся реализовывать индивидуальные образовательные траектории

4. Поскольку каждый учебный модуль автономен, а система открыта, ОМС является динамически расширяемым образовательным ресурсом, не требующим существенной переработки в целом при изменении содержательных и технических внешних условий. В систему легко включается новая тема, новые педагогические методики и т. д.

Направления использования ЭОР НП в учебном процессе:

- в условиях классно-урочной системы;
- в условиях реализации инновационных педагогических технологий;
- в условиях перехода к новым нетрадиционным моделям обучения.

ЭОР НП имеют большие возможности для организации деятельности и учителя, и ученика в условиях классно-урочной системы при проведении традиционных уроков. При этом следует учитывать, что такие их характеристики как мультимедийность и интерактивность, коренным образом меняют привычную деятельность учителя и деятельность учащегося. Особенно существенное значение имеет применение ЭОР НП для организации самостоятельной познавательной деятельности учащихся.

В тоже время использование ЭОР НП влияет и на процесс реализации и распространения инновационных педагогических технологий, с одной стороны, повышая эффективность их применения в условиях классно-урочной системы, с другой стороны, инициируя появление новых форм, методов и технологий.

Основные этапы урока с использованием ЭОР НП:

- актуализация знаний и умений;
- введение новой информации;
- первичное закрепление материала;
- применение полученных знаний в стандартных и новых условиях;
- диагностика процесса усвоения учебного материала.

Была разработана серия уроков по информатике с использованием ЭОР НП. Ниже приведены два из них (табл. 1 и 2).

Тема урока: «Перевод чисел из одной системы счисления в другую».

Цель урока – сформировать у учащихся навыки и умения переводить числа из одной системы в другую.

Программно-аппаратное обеспечение: компьютер, проектор, ЦОР НП, ОМС-плеер. В табл. 1 приведен перечень этапов первого урока.

Таблица 1

Ход урока «Перевод чисел из одной системы счисления в другую»

Этап урока	Название используемых ЭОР НП	Форма предъявления информации	Гиперссылка/ссылка на ресурс
1	2	3	4
Организация начала занятия			

Продолжение табл. 1

1	2	3	4
Актуализация знаний	Развернутая форма записи числа (№ 128629)	Презентация	http://files.school-collection.edu.ru/dlrstore/a96df437-5ae3-4cab-8c5f-8d4cd78c5775/9_108.swf
Изучение нового материала	Перевод десятичных чисел в другие системы счисления (№ 128625)	Презентация	http://files.school-collection.edu.ru/dlrstore/78ba290c-0f7c-4067-aaf4-d72f40f49f3b/9_109.swf
Изучение нового материала	Перевод недесятичных чисел в десятичную систему счисления (№ 128615)	Презентация	http://files.school-collection.edu.ru/dlrstore/1a264912-eca9-4b45-8d77-c3655b199113/9_110.swf
Закрепление нового материала (тест)	Тренировочный тест № 3 (№ 119342)	Интерактивное задание	http://files.school-collection.edu.ru/dlrstore/19d0fb95-871d-4063-961d-e7dc5725e555/9_121.swf
Д/З			

Тема урока: «Табличный процессор MS Excel».

Цель урока – знакомство учащихся с назначением, структурой и основными приемами работы с табличным процессором MS Excel.

Программно-аппаратное обеспечение: компьютер, проектор, ЦОР НП, ОМС-плеер. В табл. 2 приведен перечень этапов второго урока.

Таблица 2

Ход урока «Табличный процессор MS Excel»

Этап урока	Название используемых ЭОР НП	Форма предъявления информации	Гиперссылка/ссылка на ресурс
1	2	3	4
Организация начала занятия			
Актуализация знаний			
Изучение нового материала	Назначение и возможности электронных таблиц (№ 119365)	Презентация	http://school-collection.edu.ru/catalog/res/348ca965-b75a-40bd-b7ce-0edfa982d056/?from=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66&&class=51&subject=19

1	2	3	4
Первичное осмысление и закрепление материала	Структура электронной таблицы (№ 119354)	Интерактив для самостоятельной работы учащихся	http://school-collection.edu.ru/catalog/res/70abd155-0275-4c56-b0c9-0d7ea20078e8/?from=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66&&class=51&subject=19
Практическая работа	Практическое задание № 14 (№ 119409)	Интерактивное задание	http://school-collection.edu.ru/catalog/res/c71d79c5-5e5d-410c-ba2f-982f34c4093a/?from=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66&&class=51&subject=19
Д/З			

Литература

1. Учебный портал по использованию ЭОР в образовательной деятельности. URL: <http://eog.it.ru/eog>
2. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов. URL: www.school-collection.edu.ru
3. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов. URL: <http://fcior.edu.ru>

ИНФОРМАЦИОННАЯ СИСТЕМА E-DECANAT ДЛЯ АВТОМАТИЗАЦИИ РАБОТ ДЕКАНАТОВ ВУЗА

А. А. Мытник

*Томский государственный педагогический университет
Научный руководитель – зав. студенческой
научно-исследовательской лабораторией ИТ А. П. Клишин*

Применение в деловой среде автоматизированных информационных систем (АИС), как показывают опыт и многочисленные исследования, обеспечивает большую продуктивность и качество работы персонала по сравнению с традиционным подходом к управлению образовательным учреждением [1, 2]. Использование современных АИС для управления

вузом позволяет более детально и оперативно управлять учебным процессом. В связи с этим, разработка новых автоматизированных информационных систем управления вузом является важной научно-практической задачей, стоящей перед российской системой образования.

Для повышения качества управления учебным процессом было принято решение о создании информационной системы для обеспечения автоматизации бизнес-процессов деканатов вуза. В рамках этой работы решались задачи: планирование учебного процесса в рамках деканата, учет академической успеваемости и ведение академических ведомостей, формирование разнообразной отчетной информации.

Система E-Decanat реализована с использованием архитектуры клиент-сервер и является rich-клиентом. Совокупность данных в информационной системе подразделена на общие, те которые обрабатывают различные подразделения вуза, и локальные, необходимые только для отдельного деканата с целью достижения баланса нагрузки при обработке и передаче данных. Для этого используются две базы данных, одна из которых размещена в деканате, а другая на одном из центральных серверов вуза. В центральной базе данных хранится общая информация, необходимая для работы всех факультетов вуза. В локальной базе данных хранится информация, необходимая для деканата: академические ведомости, учебные планы и другая сопутствующая информация. В роли СУБД используются два решения: MS SQL Server для общей БД и MySQL для локальной БД.

Основные бизнес-процессы, которые подлежали автоматизации: ведение личной карточки, выдача справок студентам, операции с учебными планами, операции с академическими ведомостями [3].

Для автоматизации этих бизнес-процессов в информационной системе реализован следующий инструментарий:

- ввод, поиск, просмотр личных карточек студентов;
- просмотр приказов, проекты приказов;
- менеджер учебного плана – комплекс работ по формированию учебного плана: создание, редактирование, хранение учебных планов;
- менеджер ведомостей – комплекс работ по формированию учебных ведомостей: академическая ведомость, экзаменационная ведомость, контрольная точка;
- справочник дисциплин – комплекс работ по формированию и хранению компонент учебного плана: блоки, компоненты, дисциплины;

- рейтинг студентов – расчет рейтинговых показателей;
- справочники;
- отчеты, сводки, запросы по различным тематикам.

Для обработки документов реализована интеграция с офисным пакетом OpenOffice.org с использованием экспорта данных в шаблоны.

АИС E-Decanat предназначена для автоматизации учебного процесса и не затрагивает экономическую и хозяйственную деятельность вуза. Информационная система не является изолированной от внешних систем, органично интегрирована в общую информационную инфраструктуру вуза. АИС E-Decanat направлена на взаимодействие с информационными системами «Электронная кафедра», «Абитуриент», «A-Cadry», система автоматизации документооборота «A-Delo» (рис. 1).

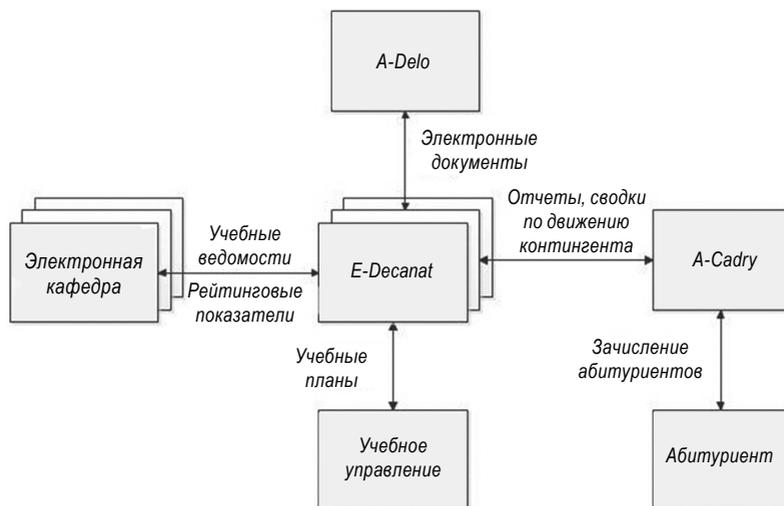


Рис. 1. Взаимодействие АИС E-Decanat с внешними ИС вуза

Разработанная нами ИС реализована с помощью технологии Java на платформе Java SE. Графический интерфейс пользователя разработан с помощью библиотеки Swing. При разработке были использованы: IDE NetBeans; СУБД MS SQL Express Edition, СУБД MySQL.

Предложенное решение является кроссплатформенным и опирается на открытые стандарты свободного программного обеспечения, что за-

метно расширяет его сферу применения для нужд высшего профессионального образования.

Литература

1. *Фионова, Л. Р.* Разработка компонентов информационной системы для управления учебным процессом на основе компетентностного подхода / Л. Р. Фионова, Т. А. Золотова // Информатизация образования и науки. 2011. Т. 12, № 4. С. 14–28.
2. *Вендров, А. М.* CASE-технологии. Современные методы и средства проектирования информационных систем / А. М. Вендров. М. : Финансы и статистика, 1998. 176 с.
3. *Адаманский, А. В.* Информационная модель управления высшим учебным заведением / А. В. Адаманский // Вестник НГУ. 2010. Т. 8, № 3. С. 21–25.

ОСОБЕННОСТИ ДЕЙСТВИЯ ЦВЕТОВОГО ДАТЧИКА

И. А. Плют, Л. А. Плют, П. Ю. Ивашутенко, Ю. О. Лобода
Томский государственный педагогический университет

Робототехника (*англ.* robotics) – прикладная наука, занимающаяся разработкой автоматизированных технических систем. Робототехника опирается на такие дисциплины как электроника, механика, программирование. В современной системе российского образования робототехника приобретает большое значение. Школьники активно занимаются конструированием и программированием LEGO-роботов. К сожалению, методических разработок по учебной робототехнике крайне недостаточно.

В данной работе представлены примеры программ, характеризующие работу цветовой сенсоры LEGO-робота (рис. 1). Цветовой сенсор входит в стандартный набор датчиков Lego Mindstorms 2.0 и отвечает за цветовосприятие робота.

Цель нашей учебно-методической работы заключалась в исследовании возможности цветовой датчика Lego Mindstorms 2.0. для использования в учебном процессе в средней школе в рамках факультативных курсов.

Цветовой датчик работает в трех режимах:

– распознавание некоторых цветов спектра и мо-
нохромных цветов;



Рис. 1. Цветовой сенсор LEGO-робота

- излучение цветов зеленого, красного и синего (светодиоды);
- распознавание освещенности.

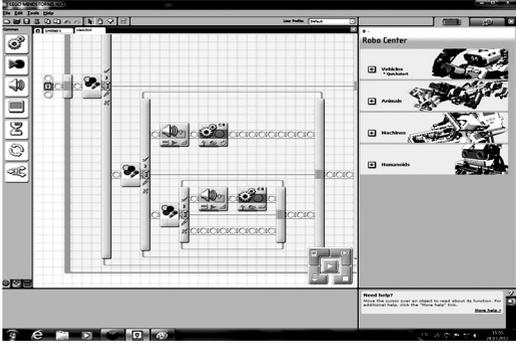
Датчик LEGO использует светодиод с цветовой моделью RGB, который последовательно освещает объект красным, зеленым и синим светом. Отраженный свет улавливается световым датчиком, чувствительным к волнам разной длины.

Датчик LEGO нуждается только в 2,5 миллисекундах для определения цвета [1]. В своей работе мы подробно исследовали алгоритмы для движения по линии и определения цветов. Собранные модели решают задачи цветовой дифференциации, используя различные алгоритмы.

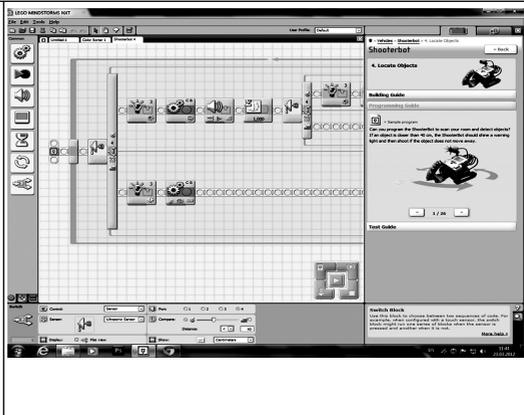
В работе представлены четыре модели: базовая гусеничная модель, определяющая цвета по пути своего следования; модель робот-сортировщик; шуттер-бот, который демонстрирует работу светодиодов, и робот, передвигающийся по линии.

Алгоритм сортировки по цвету, разрабатываемый в ходе наших исследований, имеет более сложный характер. Программная реализация базируется на описанном ниже алгоритме *Модели 1*, в который добавлены датчики касания и сервомоторы, отвечающие за попадания шарика в нужную ячейку. Сервомотор *B* отвечает за передвижение коробки с шариками, сервомотор *C* отвечает за движение карусели с ячейками (рис. 2).

Описание моделей, примеры программ

Описание модели 1	Программа 2
<p><i>Модель 1.</i> Программа для распознавания цвета во время передвижения робота по раскрашенной поверхности, робот определяет соответствующий цвет, называя его</p>	

Модель 2. Основой данного алгоритма является ветвление на базе датчика расстояния. Если робот не видит объект, то загорается зеленый светодиод и робот движется по кругу. Если объект находится на расстоянии 40 сантиметров, то загорается синий светодиод, робот останавливается, произносит «объект» и замирает на 1 с. Если объект не уходит с дороги робота, то загорается красный светодиод, робот произносит команду «опасность» и стреляет



Модель 3. Движение по линии, датчик работает в режиме распознавания освещенности. Робот движется вдоль границы черной линии, если освещенность увеличивается, робот получает команду вернуться на линию. Задача движения робота по линии является одной из самых распространенных задач робототехники

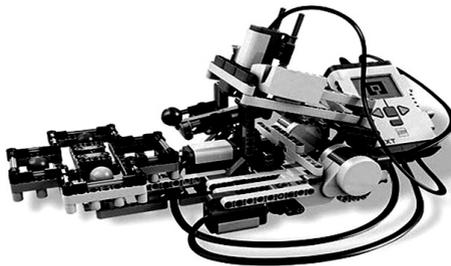
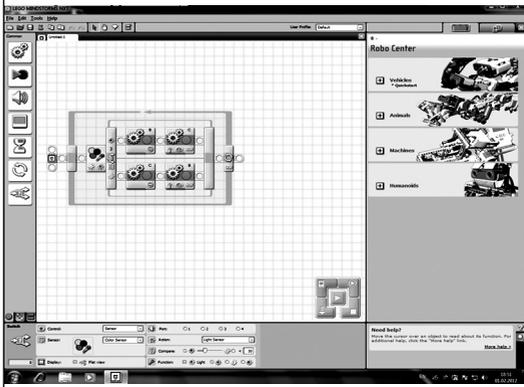


Рис. 2. Робот, реализующий алгоритм сортировки по цвету

Разрабатываемый нами подход позволяет поэтапно изучать свойства цветowego датчика, что является важным дополнением к работе С. А. Филипова [2].

Литература

1. URL: http://www.exoforce.ru/?action=show_product&catalog=33&page=36597&query
2. Филипов, С. А. Робототехника для детей и родителей / С. А. Филипов. СПб. : Наука, 2011. 263 с.

АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ СИСТЕМА SMS-РАССЫЛКИ ДЛЯ НУЖД ГО И ЧС ТГПУ

А. В. Подузов

*Томский государственный педагогический университет
Научный руководитель – зав. студенческой
научно-исследовательской лабораторией ИТ А. П. Клишин*

В современном мире при всей развитости технологий нередко случаются чрезвычайные ситуации (ЧС), которые могут причинить ущерб и вред человеку. Как правило, невозможно технически предсказать, когда и где именно случится ЧС – сегодня или завтра, на улице или в помещении, где находится большое количество людей.

Невозможно предсказать заранее, что случиться, но возможно оперативно оповестить. Одним из эффективных методов, при помощи которого можно осуществить оповещение людей является метод электронной рассылки с использованием мобильных технологий. Наиболее перспективной из мобильных технологий на наш взгляд являются SMS-сообщения, которые в настоящее время нашли широкое использование среди гражданского населения.

Существует множество сервисов и компаний, предоставляющих программы рассылки SMS-сообщений. К недостаткам современных систем рассылки следует отнести: большое количество дополнительной информации, которая храниться в программах, необходимость устанавливать приложение на компьютер, доступность приложения только с того ком-

пьютера, где оно установлено. Большинство современных web-сайтов предоставляют клиентам форму для отправки SMS, но, как правило, без встроенных баз данных и программных инструментов их обработки [1].

Цель настоящей работы заключается в разработке web-приложения для SMS-рассылки сервисной службы университета (ГО и ЧС ТГПУ).

В связи с поставленной целью решались задачи по созданию web-приложения, которое бы отвечало основным техническим требованиям:

- простота в использовании;
- возможность интеграции в заданную область сайта;
- хранение и обработка данных абонента.

В таблице приведено сравнение созданной нами программы A-SMS с существующими аналогами.

**Сравнительные характеристики
функциональных возможностей web-приложения A-SMS**

Функции	A-SMS	SMS-рассылка 2012 [2]	FireSMS 2.5.3 [3]
1. Импорт контактов из других программ	+	+	+
2. Группы контактов	+	+	+
3. Персонализация сообщения	+	+	–
4. Отправка длинных сообщений	Кириллица – 70 символов, латиница – 160 символов	+	+
5. Получение отчета о доставке	+	+	+
6. Экспорт контактов	+	+	+
7. Отправка индивидуальных сообщений	+	+	+
8. Чистка номеров	+	+	+

Из таблицы видно, что A-SMS практически не уступает в функциональности другим программам, которые широко используются в настоящее время. Но самым главным преимуществом A-SMS является то, что приложение доступно с любого компьютера, имеющего выход в Интернет. Таким образом, возрастает вероятность, что оповещение о ЧС с использованием SMS-сообщений произойдет быстро и в нужный момент.

На рис. 1 представлено главное окно A-SMS с загруженной таблицей абонентов.

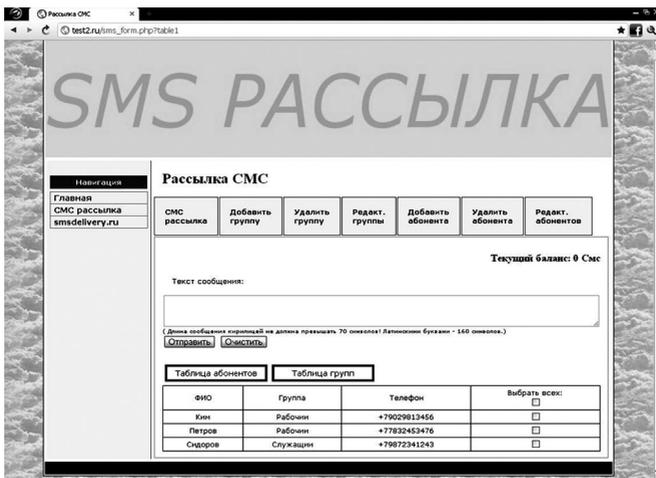


Рис. 1. Главное окно A-SMS с загруженной таблицей абонентов

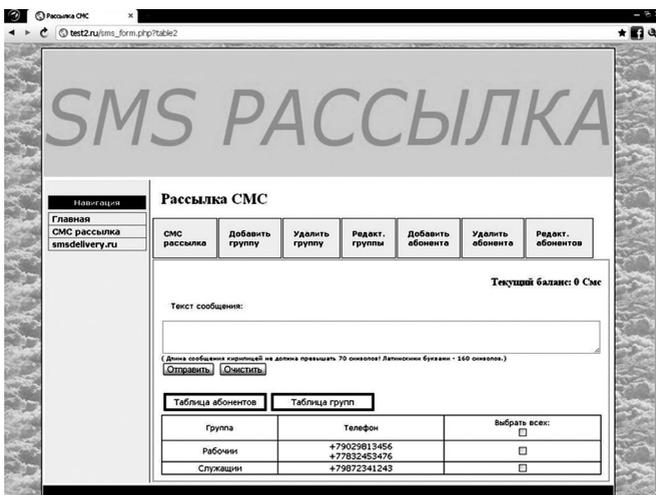


Рис. 2. Главное окно программы A-SMS с таблицей групп

В центре формы расположена область ввода сообщения с двумя управляющими кнопками – «Отправить» и «Очистить». Под ними расположены две кнопки для переключения таблиц (абонентов/групп). В таблице групп (рис. 2) выводятся наименования групп и соответствующие номера абонентов. Имеется возможность для выделения нужных групп. Аналогичный выбор представлен в таблице абонентов.

Верхнее меню осуществляет навигацию в web-приложении. С использованием кнопок меню можно выполнить следующие действия: добавить/удалить группу, редактировать группу, добавить/удалить абонента, редактировать абонента. Все действия просты в использовании и не требуют много времени для их освоения.

При разработке программы использовались современные ИТ-технологии: HTML, CSS, PHP, базы данных MySQL и JavaScript.

Программа A-SMS способна повысить уровень оповещения людей, благодаря использованию мобильных технологий и тем самым увеличить степень их безопасности.

Литература

1. *Википедия* [Эл. ресурс]. URL: http://ru.wikipedia.org/wiki/Смс_рассылка
2. *Информационная система «СМС Рассылка 2012»* [Эл. ресурс]. URL: http://www.smsdelivery.ru/sms_delivery_features.shtml
3. *Информационная система «download.ru горячи загрузки»* [Эл. ресурс]. URL: <http://download.ru/products/firesms-2-5-programma-dlya-rassylki-sms>

ПРОГРАММИРОВАНИЕ МОБИЛЬНЫХ РОБОТОВ В СРЕДЕ NXT-G

М. Ю. Ткачева, О. С. Нетесова

Томский государственный педагогический университет

Как только не называют нынешнее столетие: «атомный век», «космический век», «век электроники». С не наименьшим основанием можно сказать, что это век роботов. Хотя еще совсем недавно эти устройства – роботы существовали лишь на страницах научно-фантастических книг. Сегодня на многих предприятиях роботы активно помогают человеку в его нелегком труде. Они все уверенней и уверенней входят в нашу

жизнь. И естественно мы не можем не интересоваться такими машинами независимо от того, какую профессию мы намерены избрать в своем будущем. Пытливый ум ждет ответы на десятки вопросов при встрече с любой машиной, будь то простые часы или мощная ракета. Роботехнические платформы применяются не только в научных, военных и медицинских целях, но и широко используются для развлечений.

Самым оптимальным возрастом для знакомства с роботостроением и программирование роботов является возраст от 5 до 12 лет. Для детей роботы вызывают особый интерес. Последний вопрос особенно волнует юных любителей техники, пытливых энтузиастов, тех кто сам с увлечением изобретает, конструирует, собирает. Кажется, где уж разобраться и справиться со всеми сложностями школьнику, не имеющему еще даже законченного среднего образования. Но чем раньше наши будущие конструкторы машин овладеют азбукой роботостроения на самых простейших моделях, тем больше они сделают в будущем.

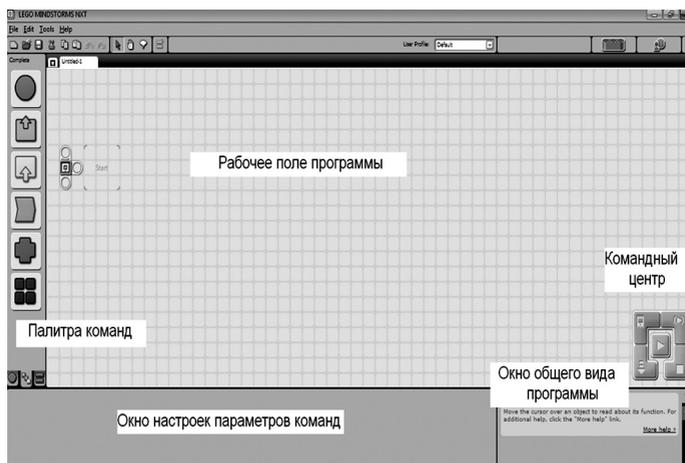


Рис. 1. Интерфейс среды программирования NXT-G

Робот запрограммированный в среде NXT-G способен выполнять любое задание, например следовать линии, бросить мяч, подмести пол. Программирование NXT включает в себя написание программы на компьютере, затем перенос ее в микроконтроллер – «мозг» – робота, который запускает и выполняет программу. NXT-G – это графический язык

программирования, в котором можно создавать программы с помощью нажатия клавишей мыши и простым перетаскиванием блоков кода на экране [1]. Чтобы увидеть интерфейс NXT-G и начать работу, необходимо создать новую программу или открыть существующую (рис. 1).

Интерфейс главной формы содержит рабочее поле программы с расположенным на нем командным центром, палитрой команд, окном настроек параметров команд и окном просмотра общего вида программы. Для примера рассмотрим пиктограмму блока управления моторами «Move Block» (рис. 2). Пиктограмма определяет значение, установленное для характеристики «продолжительность вращения».

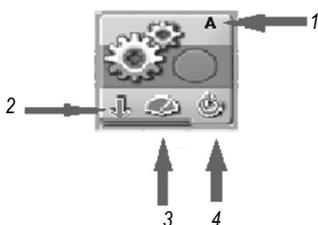


Рис. 2. Пиктограмма блока управления моторами «Move Block»: 1 – порт устройства; 2 – направление движения робота; 3 – уровень мощности; 4 – продолжительность вращения. Пиктограмма определяет значение, установленное для характеристики

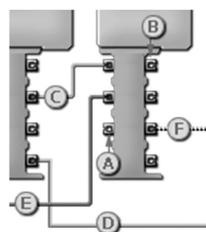


Рис. 3. Пример подключения шины данных

Многие блоки имеют концентраторы данных, которые по умолчанию спрятаны. Для их извлечения достаточно щелкнуть мышкой по иконке в левой нижней части блока помещенного в рабочую область.

Между двумя концентраторами создается шина данных (рис. 3). На подключаемых разъемах один из них должен возвращать данные, а другой принимать. Если шину подключить не правильно, на не совместимые разъемы, то она будет выглядеть поврежденной, в виде пунктирной линии.

Проведенный анализ и опыт программирования мобильных роботов в среде NXT-G дает возможность говорить о том, что данная среда программирования позволяет учащимся начальной школы активно использовать знания основ алгоритмизации в практическом плане, закладывая

в дальнейшем успешность в изучении дисциплин естественнонаучного цикла.

Литература

1. *Филлипов, С.А.* Робототехника для детей и родителей / С.А. Филлипов. СПб. : Наука, 2011. 263 с.

РАЗРАБОТКА КОМПЬЮТЕРНОЙ ПРОГРАММЫ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ СТИЛЕЙ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В УСЛОВИЯХ МЕЖЭТНИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Баасанжав Ууганхуу

*Томский государственный педагогический университет
Научные руководители – канд. психол. наук Л. В. Ахметова,
зав. лабораторией СНИЛИТ ИПИ А. П. Клишин*

Понятие «стиль учебной деятельности» в сфере психолого-педагогической теории и практики зарубежными и отечественными специалистами трактуется по-разному: а) с позиций когнитивных стилей; б) как множество стилей, проявляющихся в каждой отдельной ситуации обучения; в) как деятельность, формирующаяся под воздействием определенных педагогических технологий обучения и пр. Например, известный американский исследователь В. Стернберг связывает стиль учебной деятельности, в основном, с психофизиологическими и личностными ресурсами, которыми располагает человек в данный момент деятельности. Причем, в зависимости от содержания деятельности «используется» наиболее адекватный, с точки зрения эффективности деятельности, стиль [1]. В. Стернбергом разработана биполярная классификация, в которой стили обучения дифференцированы по следующим основаниям:

– по функциям: законодательный (свой способ, правила), исполнительный (использование уже придуманного), судебный (оценка);

– по форме: иерархический (рационализация), монархический (следует одной главной идеи), олигархический (борьба желаний), анархический (наугад);

- по уровням: глобальный стиль (расширение, обобщение), локальный (детализация);
- по областям: внутренний стиль (интроверт), внешний стиль (экстраверт);
- по тенденциям: консервативный стиль (традиционная деятельность), прогрессивный стиль (стремление к новому).

Широкую популярность имеет также концепция И. Олри-Луис, согласно которой личностные черты индивида, его тип поведения и содержание обучения в совокупности определяют стиль учебной деятельности. По мнению автора с личностными чертами индивида соотносятся конформный, независимый и социабельный стили; поведение рассматривается с точки зрения активности и рефлексивности; с содержанием обучения соотносится глобальный и локальный стили. В зависимости от ситуации, которая, в свою очередь, в большей степени определяется педагогическими методами обучения, стиль обучения может изменяться [2].

В отечественной психологии стиль деятельности определяется в основном совокупностью сенсорно-перцептивных, моторных и умственных целенаправленных действий. Индивидуальный стиль учебной деятельности рассматривается как определенное сочетание этих действий, реализуемых индивидуально-своеобразным способом в процессе деятельности. В. Д. Шадриков, Л. А. Карташева [3, 4] включают в понятие учебного стиля деятельности когнитивную сферу личности, основными компонентами которой являются: а) целеполагание (по отношению к задачам образования, к конкретным учебным задачам); б) программирование деятельности (с постановкой вопросов «что?», «как?», «когда?» и пр. для достижения поставленной цели); в) информационное обеспечение (база данных, личные знания и опыт, необходимые для освоения предметных, абстрактных знаний для самопознания). На основании различного сочетания когнитивных компонент (целевых, программных, информационных) авторы различают три индивидуальных стиля обучения.

1. Результативный (информационная основа деятельности редуцирована, рамки исполнительности деятельности ограничены, программа деятельности не развивается, либо представлена слабо, ориентация на минимальный результат).

2. Результативно-нормативный (ориентирован на нормативный результат, развивают программу деятельности, информационное обеспечение представлено слабо).

3. Процессуально-вариативный или поисковый (ориентирован не на результат, а на процесс, на поиск различных способов деятельности, представлена информационная база, выстраивают различные программы деятельности, предпочтительны демократические способы учебного взаимодействия).

Теоретический анализ трудов отечественных и зарубежных исследователей позволяет отметить, что большинство специалистов, в качестве оснований для классификации стилей деятельности используют психологические особенности деятельности человека, его поведение и отношение к окружающей среде [5]. Нами выявлен еще один аспект, объединяющий суждения специалистов о стиле учебной деятельности – это структура. Большинство исследователей (К. Гольдштейн, М. Шерер, В. Стернберг и др.) понимают стиль учебной деятельности как систему, имеющую биполярную структуру [6]. Не трудно заметить, что индивидуальный стиль деятельности во многом определяется индивидуально-типологическими регуляторными характеристиками, которые тоже имеют свою структуру, цель, мотивы и функционируют самостоятельно, но как единое целое в ответ на внешние и внутренние раздражители (рис. 1).

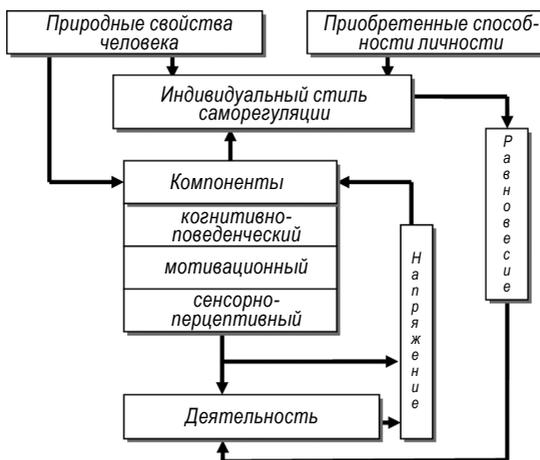


Рис. 1. Психологический механизм формирования стиля деятельности

Итак, подводя итог теоретическому описанию классификации, структуры, психологии стилей учебной деятельности, можно заключить, что индивидуальный стиль деятельности – это интегральная система, основные компоненты которой представлены перцептивной, мотивационной, когнитивной составляющими. Природные свойства личности влияют на восприятие и когнитивную оценку ситуации. Субъективные особенности восприятия существенным образом отражаются на эмоционально-мотивационных и когнитивно-поведенческих реакциях личности, которые проявляются непосредственно в ее индивидуальном стиле деятельности (рис. 1).

При разработке компьютерной программы, предназначенной для исследования стилей учебной деятельности иностранных студентов, обучающихся в российских вузах, мы использовали определитель А. Грэгорка.

Американский педагог А. Грэгорк разработал двухуровневую биполярную модель стилей учебной деятельности. Первый уровень включает конкретно-последовательный и конкретно-разбросанный стили деятельности. Второй уровень – абстрактно-последовательный и абстрактно-разбросанный стили [7].

Следует заметить, что работа по созданию компьютерной программы, предназначенной для выявления стилей учебной деятельности, является очередным этапом исследований, посвященных изучению факторов и механизмов, предопределяющих и регулирующих деятельность человека. В более ранних работах нами было установлено, что индивидуальные половозрастные характеристики влияют на формирование стиля учебной деятельности [8, 9]. Например, мальчикам-пятиклассникам с преобладающим конкретно-последовательным стилем деятельности (около 50%) необходимы четкие инструкции к выполнению заданий. Продуктивность деятельности существенно возрастает в хорошо организованной учебной обстановке. Однако, в 7-м классе у мальчиков конкретно-последовательный стиль существенно снижается (27,3%), чаще проявляется конкретно-разбросанный стиль, т.е. увеличивается потребность в самостоятельной, разноплановой, поощряемой часто связанной с риском деятельности (32%). У девочек же, наоборот, от пятого к седьмому классам наблюдается рост конкретно-последовательного стиля деятельности, который является преобладающим у женщин (40,4%) с низким уровнем пластичности в предметной и социальной

деятельности. Женщины с высоким уровнем социальной и предметной пластичности (64%), как правило, проявляют конкретно-разбросанный стиль деятельности [9]. Отсюда следует, что пластичность как одна из фундаментальных составляющих в структуре темперамента играет существенную роль в формировании стилей деятельности.

Выбор методики А. Грэгорка для разработки компьютерной программы не является случайным. Результаты исследования, полученные по методике А. Грэгорка, во-первых, согласуются с половозрастными индивидуально-психологическими особенностями, достоверно значимыми коррелятами которых выступают темпераментальные характеристики, направленность локуса субъективного контроля, успешная практика педагогической деятельности. Во-вторых, имеют высокую ретестовую надежность. В-третьих, диагностическая процедура не является трудоемкой, экономна по времени, включает широкий возрастной диапазон.

Разработанная нами компьютерная программа для исследования стилей учебной деятельности на основе определителя А. Грэгорка имеет ряд преимуществ, призвана решать следующие задачи:

- возможность оперативно проводить групповое или индивидуальное исследование;
- возможность исследовать стиль учебной деятельности как российских, так и иностранных (монгольских) студентов;
- возможность коррекции методов обучения на основе данных исследования учебного стиля российских и иностранных студентов;
- возможность мониторинга стиля учебной деятельности с целью поддержания высокого уровня продуктивности учебной деятельности;
- возможность формирования базы данных, с целью научного исследования различных аспектов стиля учебной деятельности как интегрального образования;
- возможность формирования базы данных, с целью построения прогноза адаптации и уровня эффективности учебного взаимодействия.

Для реализации компьютерной программы был выбран язык программирования Pascal, разработка осуществлялась в свободно распространяемой (GNU GPL) интегрированной среде Lazarus для компилятора Free Pascal [10–12]. Lazarus содержит, в сравнении с интегрированной средой Delphi, широкий набор визуальных компонент LCL. В настоящее время практически полностью поддерживает элементы интерфейса GTK1 и Win32. Рассматриваемая среда является средой для быстрой раз-

работки приложений (RAD) и имеет собственный формат управления пакетами. Программы, разработанные в интегрированной среде Lazarus, поддерживаются в основных современных операционных системах: Linux, Microsoft Windows, MacOS, FreeBSD, что послужило еще одним важным фактором при выборе инструментария программирования.

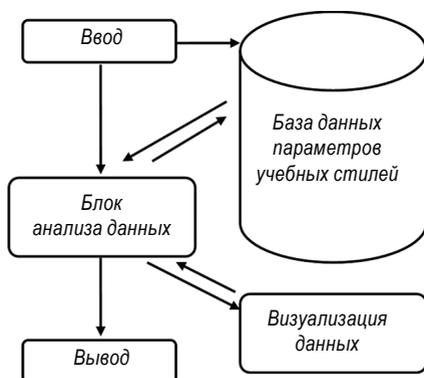


Рис. 2. Блок-схема обработки данных в компьютерной программе для исследования индивидуальных учебных стилей

Компьютерная программа реализована в виде локального приложения. В качестве СУБД используется свободно распространяемый пакет MySQL. Программное приложение оформлено в виде стандартного пакета с главной формой, из которой вызываются необходимые панели (см. рис. 3).

В настоящее время реализована панель тестирования, с использованием которой производится тестирование в рамках проводимых нами исследований. На рассматриваемой панели тестируемый производит выбор из списка предлагаемых альтернатив, после чего данные заносятся в базу данных параметров учебных стилей. Отметим, что слова не могут быть оценены одним и тем же баллом в одной горизонтальной графе. В одной горизонтальной графе могут быть только разные баллы и в сумме они должны составлять 10 баллов.

После проведения процедуры тестирования результаты можно вывести на специальную панель (см. рис. 4), на которой представлены результаты статистической обработки в форме диаграммы соотношения

индивидуальных стилей учебной деятельности. Полученные результаты поступают одновременно и в базу данных параметров учебных стилей.

A понятие		B понятие		C понятие		D понятие	
Объективный	3	Оценывающий	2	Чувствительный	4	Интуитивный	1
Педант	3	Исследование	1	Цветной	4	Не боится риска	2
Прочный	4	Качество	3	Некритикующий	2	Проникающий в суть	1
Практичный	3	Рациональный	1	Оживленно	2	Перспектива	4
Скрупулезный	2	Идеи	1	Осознать	4	Теоретический	3

ДАЛЬШЕ

Рис. 3. Панель тестирования

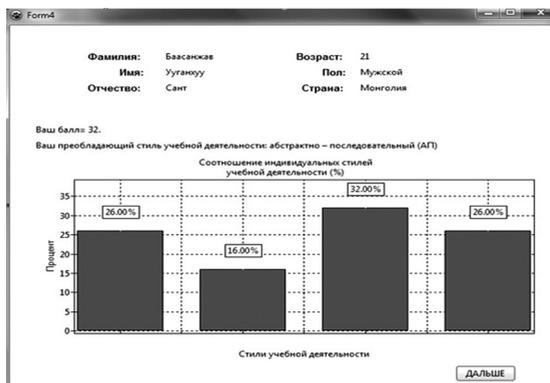


Рис. 4. Панель с выводом результатов тестирования

Разработанная компьютерная программа для исследования стилей учебной деятельности позволила автоматизировать процесс тестирования, сбора и обработки данных, связанных с параметрами учебных стилей. Применение компьютерной программы, использующей определитель А. Грэгорка, создает условия для исследования, мониторинга

динамики адаптации к обучению в вузе не только российских, но и иностранных студентов.

Благодаря использованию современных информационных технологий стало возможным создать сетевой аналог программы, который в настоящее время проходит тестирование. В настоящее время компьютерная программа проходит апробацию на базе международной студенческой научно-образовательной лаборатории когнитивно-адаптивных технологий психологии образования при факультете психологии, связей с общественностью, рекламы Томского государственного педагогического университета.

Литература

1. *Sternberg, R. I.* Mental Self-government a teori of intellektual stules and their development / R. I. Sternberq // Human development. 1988. 31. P. 197–224.
2. *Olry-Louis, I.* Les styles d'apprentissage; les concepts aux mesures / I. Olry-Louis // L. Anne Psychologique. 1995. P. 317–342.
3. *Карташева, Л. А.* Определение индивидуального стиля обучаемого по содержательно-когнитивным компонентам деятельности / Л. А. Карташева // Когнитивное обучение: современное состояние и перспективы. М. : Изд-во Ин-та психологии РАН, 1997. С. 267–276.
4. *Шадриков, В. Д.* Проблемы системогенеза профессиональной деятельности / В. Д. Шадриков. М. : Наука, 1986. 185 с.
5. *Ахметова, Л. В.* Индивидуальный стиль деятельности и стратегия самостоятельной учебной работы / Л. В. Ахметова // Материалы научно-методической конференции. Томск : Изд-во ТГПУ, 2000. С. 168–174.
6. *Goldstein, K.* Abstract and concrete behavior: an experimental study with special tests : pshychological monographs / K. Goldstein, M. Scheerer. 1941. 53, 151 p.
7. *Дмитриев, Г. Д.* Всем сестрам по серьгам, или учебный стиль ученика: как с ним работать / Г. Д. Дмитриев // Педагогические технологии. 1998. № 4. С. 212–216.
8. *Ахметова, Л. В.* Взаимосвязь локуса контроля и стиля учебной деятельности школьников 5–7-х классов / Л. В. Ахметова, А. А. Санталова // III Сибирская школа молодого ученого : материалы V регион. конф. студ., аспирантов и молодых ученых. Томск : Изд-во ТГПУ, 2001. Т. 3. С. 23–26.
9. *Ахметова, Л. В.* Взаимосвязь когнитивного стиля деятельности женщин с пластичностью их поведения / Л. В. Ахметова, Н. П. Куклина // IV Сибирская школа молодого ученого : междунаро. конф. студ., аспирантов и молодых ученых. Т. 3: Психология и педагогика. Томск : Изд-во ТГПУ, 2002. Ч. 2. С. 160–165.
10. *Алексеев, Е. Р., Чеснокова, О. В., Кучер, Т. В.* М. : ALT Linux; Издат. дом «ДМК-пресс», 2010. 440 с.
11. *Вопросы программирования и использования среды Lazarus.* URL: <http://freepascal.ru/forum/viewforum.php?f=5>
12. *Знакомимся: Free Pascal и Lazarus.* URL: <http://www.win-ni.narod.ru/FPC/index.html>

**СЕКЦИЯ
ГЕОГРАФИЯ**

МОНИТОРИНГ ЗАГРЯЗНЕНИЯ ВОЗДУШНОГО БАССЕЙНА ГОРОДА БИЙСКА АЛТАЙСКОГО КРАЯ БЕНЗ(А)ПИРЕНОМ

Е. В. Дутт

Томский государственный педагогический университет

Атмосферный воздух является одним из основных жизненно важных компонентов окружающей природной среды, неотъемлемой частью среды обитания человека, растений и животных. Проблема загрязнения атмосферы остается одной из главных в современных городах, в том числе в г. Бийске Алтайского края. В настоящее время г. Бийск является вторым по численности населения и в промышленном отношении городом в Алтайском крае, в котором находится 132 промышленных предприятия, из них – 44 больших и средних, 88 – малых.

Основным источником загрязнения окружающей среды, в т. ч. и атмосферы, являются предприятия топливной энергетики (ОАО «Бийск-энерго», отопительные котельные), а также предприятия химической промышленности (ОАО «Бийская химическая компания», ФГУП «Бийский олеумный завод», ФГУП «ФНПЦ Алтай»), машиностроения (ГУП БПО «Сибприбормаш», ОАО «Бийский котельный завод», ООО ПКФ «Бийский машиностроительный завод»), деревообрабатывающей промышленности (ЗАО «Бийская мебельная фабрика») и др. [5].

Особенностью г. Бийска является то, что основные предприятия химической промышленности и ТЭЦ-1 находятся в его юго-западной части, что при преобладающих юго-западных направлениях ветра неблагоприятно сказывается на экологической обстановке практически во всех жилых районах. Это подтверждается приблизительно одинаковым уровнем загрязнения воздуха в разных районах города, вместе с тем в районе транспортной развязки пер. Коммунарского, благодаря вкладу автотранспорта этот уровень возрастает вдвое [1, 4].

Оценка загрязнения атмосферного воздуха в современном городе является важнейшим методологическим вопросом мониторинга загрязнения окружающей среды, так как от этого зависят природоохранные мероприятия. Сохранение благоприятного состояния атмосферного воздуха – необходимо для обеспечения оптимальных условий жизни и хозяйственной деятельности человека.

В работе основное внимание уделено мониторингу концентрации бенз(а)пирена (БП) в атмосфере. БП образуется только антропогенным путем в технологических высокотемпературных процессах. БП способен переноситься на большие расстояния, что затрудняет определение источников загрязнения воздуха города данным ингредиентом.

Бенз(а)пирен – представитель семейства полициклических ароматических углеводородов, относится к 1-му классу опасности [3]. Образуется при сгорании углеводородного жидкого, твердого и газообразного топлива (в меньшей степени при сгорании газообразного). Особенно большое количество БП поступает от мелких котельных: сжигание в них всех видов топлива сопровождается эмиссией большего количества полициклических ароматических углеводородов (ПАУ), чем на крупных ТЭЦ и ТЭС. Присутствует в газообразных отходах промышленности, выхлопах автомобилей (бензиновых и дизельных), в табачном дыме. Немаловажным источником выбросов сажи, содержащей БП, является железнодорожный автотранспорт.

Среднегодовая многолетняя концентрация бенз(а)пирена составляет $3,01 \text{ мг/м}^3 \cdot 10^{-6}$, что выше предельно допустимой концентрации (ПДК). Предельно допустимая среднесуточная концентрация бенз(а)пирена $0,000001 \text{ мг/м}^3$ ($0,1 \text{ мкг/100 м}^3$ или $1 \text{ мг/м}^3 \cdot 10^{-6}$) [1, 2].

На рис. 1 показана динамика среднегодовых концентраций бенз(а)пирена в г. Бийске.

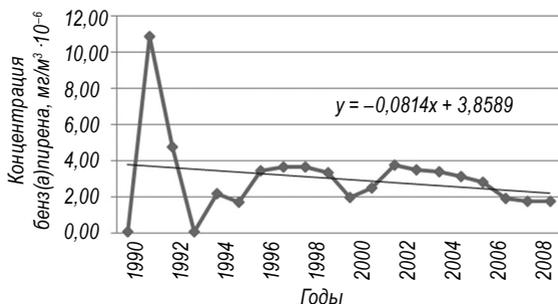


Рис. 1. Динамика среднегодовых концентраций бенз(а)пирена, г. Бийск

Концентрация бенз(а)пирена определяется только на ПНЗ-11 (остальные ингредиенты определяются еще на ПНЗ-2 и ПНЗ-5). За период 1990–2009 гг. анализ концентрации показывает, что среднегодовые

уровни загрязнения превышали предельно допустимую концентрацию в среднем в 2–4 раза. Можно предположить, что на других ПНЗ концентрация БП еще больше, основываясь на концентрации других ингредиентов. Наибольшее превышение среднегодовой нормы было зарегистрировано в 1991 г. и составило $10,86 \text{ мг/м}^3 \cdot 10^{-6}$. Повышения уровня концентрации вещества было в конце 1990-х и середине 2000-х гг. В общем наблюдается тенденция к снижению концентрации бенз(а)пирена.

Далее была рассмотрена динамика среднемесячных многолетних концентраций. В разные сезоны года имеются свои особенности (рис. 2).

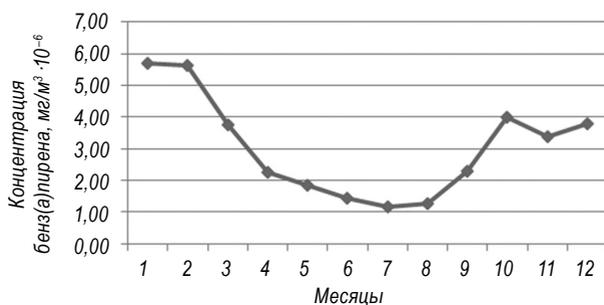


Рис. 2. Многолетние среднемесячные концентрации бенз(а)пирена, г. Бийск

Динамика среднемесячных многолетних концентраций показывает, что наибольшие значения концентраций бенз(а)пирена характерны для холодного периода года (с октября по март). При этом наибольшие превышения ПДК наблюдаются в январе – феврале. В летнее время концентрации БП в несколько раз ниже, чем зимой, поскольку летом под действием УФ-излучения БП разрушается.

Концентрация БП и сейчас остается выше предельно допустимой концентрации, что требует принятия мер по уменьшению содержания данного ингредиента в атмосферном воздухе города.

Литература

1. *Ежегодник* состояния загрязнения атмосферного воздуха в городах и промышленных центрах, расположенных на территории деятельности Западно-Сибирского межрегионального территориального управления по гидрометеорологии и мониторингу окружающей среды за 1986–2010 гг. Новосибирск : Новосибирский центр по гидрометеорологии и мониторингу окружающей среды, 1991–2010.

2. *Руководящий* документ. Руководство по контролю загрязнения атмосферы. М. : Гос. комитет СССР по гидрометеорологии ; Министерство здравоохранения СССР, 1991. 693 с.

3. *Загрязняющие вещества* [Эл. ресурс]. URL: <http://www.chelpogoda.ru/pages/606.php>

4. *Охрана атмосферного воздуха* [Эл. ресурс]. URL: <http://www.air-protection.ru/>

5. *Промышленные предприятия г. Бийска* [Эл. ресурс]. URL: <http://www.biysek.secna.ru/nauka>

РЕКРЕАЦИОННЫЙ ПОТЕНЦИАЛ Г. ТОМСКА

О. А. Клипова

Томский государственный педагогический университет

Научный руководитель – канд. пед. наук, доцент Е. Ю. Петрова

Повседневная жизнь людей устроена так, что значительное количество времени они посвящают работе, учебе, другим необходимым занятиям и, как правило, ждут выходных, чтобы устроить пикник на природе, или очередного отпуска, чтобы отправиться в путешествие. И во всех этих случаях, сами не подозревая об этом, они осуществляют различные виды деятельности, научно именуемые рекреацией.

По мнению Н. С. Мироненко, И. Т. Твердохлебова, рекреация есть совокупность явлений и отношений, возникающих в процессе использования свободного времени для оздоровительной, познавательной, спортивной и культурно-развлекательной деятельности людей на специализированных территориях, находящихся вне населенного пункта, являющегося местом их постоянного проживания [3].

С пространственной точки зрения выделяются два типа рекреации – пассивный и активный. Под пассивной рекреацией понимается отдых в пределах своего основного жительства, связанный с незначительными перемещениями в пространстве; активная рекреация предполагает значимые перемещения за пределы основного места жительства.

На основании критерия повторяемости рекреационной деятельности Д. В. Николаенко [2] выделяет пять типов рекреации: суточный отдых, недельный отдых, «квартирный» отдых, ежегодный отдых, жизненный отдых.

Также все виды рекреации можно разделить на две категории популярности:

1. Наиболее популярные виды рекреации. К данной категории относят три самых распространенных вида: пешие прогулки, отдых с семьей и друзьями на природе, походы по историческим местам и осмотр достопримечательностей, доминирующим среди которых являются пешие прогулки.

2. Виды рекреации, пользующиеся наименьшей популярностью. Это виды, которые объединяют людей по их увлечениям (походы, рыболовство, охота и др.).

Согласно духовно-нравственного подхода, выделяют виды рекреации, совмещающие отдых людей с познанием природы и окружающей среды. Это так называемые обучающие и духовно обогащающие виды рекреации. К ним относятся: посещение природных и культурных памятников, исторических мест, археологических раскопок, а также наблюдение за птицами, дикими животными, природой, изучение различных природных особенностей водоемов и т. д.

Для осуществления рекреационной деятельности на какой-либо территории, необходимым условием является наличие на ней рекреационных ресурсов. Рекреационные ресурсы – компоненты природной среды, объекты хозяйственной деятельности, которые благодаря определенным свойствам могут быть использованы для организации различных видов и форм рекреационной деятельности [2].

Под природными рекреационными ресурсами понимаются природно-территориальные комплексы, их компоненты и свойства, такие как привлекательность, контрастность и чередование ландшафтов, экзотичность, уникальность, размеры и формы объектов, возможность их обзора.

Культурно-исторические рекреационные ресурсы включают в себя:

- материальные – все средства производства и материальные ценности общества (памятники истории и культуры, предприятия всех отраслей народного хозяйства), могущие удовлетворять познавательные потребности людей;

- духовные – достижения общества в государственно-общественной жизни, науке, культуре, искусстве.

Необходимым условием развития рекреации является также наличие рекреационного потенциала местности, который может оцениваться в разных масштабах: на уровне мира, страны, района и т. д.

Термином «рекреационный потенциал» обозначается наличие на территории определенных уникальных или, по крайней мере, интересных

не только для местных жителей, относительно легко достигаемых природных объектов [2].

Город Томск имеет высокий потенциал для развития активной рекреационной деятельности. К факторам, определяющим перспективы развития рекреации в г. Томске, относятся:

- высокий природный потенциал региона и города – водные, лесные, земельные, минерально-сырьевые ресурсы, благоприятные ландшафтные условия;

- высокий научно-образовательный и историко-культурный потенциал – собственная научная и высшая школы, многочисленные учреждения культуры и искусства, ценные памятники археологии, истории, градостроительства и архитектуры.

К рекреационным ресурсам Томска относятся объекты и явления природы, которые можно использовать в целях отдыха, туризма и лечения, а также культурно-исторические достопримечательности.

В первую группу входят побережья с наиболее благоприятными климатическими условиями, берега рек и озер, скальные обнажения, лесные массивы. В районах с такими рекреационными ресурсами создаются зоны отдыха и природные парки. Например, геологическое обнажение «Лагерный сад», набережная р. Томи, ПП «Игуменский».

Ко второй группе относятся памятники истории, архитектуры, археологии и искусства. Культурно-исторические достопримечательности имеются во всех районах г. Томска, всемирную известность имеют деревянная архитектура и научно-образовательный комплекс города. На территории города сохранилось около 700 деревянных зданий, которые имеют историческую ценность, из них 200 зданий официально отнесены к памятникам деревянного зодчества (18 федерального значения, 98 регионального и 84 «вновь выявленных»). К известным памятникам деревянного зодчества относятся: «Дом с шатром» (ул. Красноармейская, 71), «Дом с драконами» (ул. Красноармейская, 68), «Дом с Жар-птицами» (ул. Красноармейская, 67а), усадьба архитектора С. Хомича (ул. Белинского, 19), детского врача В. Василькова (ул. Кузнецова, 30) и др. Существует несколько охранных зон, в которых постепенно ведется реставрация объектов деревянного зодчества. Среди них – Воскресенская гора, Татарская слобода, Белозерье, Заозерье, Еланская и т. д.

Благодаря развитой науке и образованию Томск обладает репутацией одного из самых «умных» городов России и носит образное имя

«Сибирских Афин». В Томске действуют 6 университетов (ТГУ, ТПУ, СибГМУ, ТГАСУ, ТГПУ, ТУСУР), 2 негосударственных института, а также 9 филиалов иногородних вузов. Научными исследованиями и разработками в регионе занимаются около 60 организаций: исследовательские подразделения томских университетов, академические институты, отраслевые НИИ и другие научные организации.

Томск обладает наибольшим количеством природных достопримечательностей, среди которых большое значение имеют лесопарковые зоны. Наиболее используемые лесопарковые зоны в г. Томск – Басандайское урочище, Тимирязевское урочище, Кузовлевское урочище и лесопарковая зона вдоль Иркутского тракта.

По рекреационным признакам в зеленых зонах г. Томска выделены следующие категории:

– зоны комплексной рекреации, выполняющие следующие функции: оздоровительную, занятие физической культурой, организованный долгосрочный отдых, пикниковый отдых, собирательство грибов и познавательную. В таких зонах находятся пионерские лагеря и специализированные учреждения для оздоровления и отдыха населения (район п. Калтай, п. Богашево, Синий Утес и др.);

– зоны комплексной рекреации с преобладанием занятий физической культурой и спортом (территория стадионов Буревестник, Кедр);

– зоны активного отдыха населения включают участки леса, прилегающие к отдельным населенным пунктам и жилым кварталам Томска. Ширина этих участков, согласно нормативам, в Томской области составляет до 1 км (лесопарковая зона вдоль Иркутского тракта);

– лечебная зона, прилегающая к Областной клинической больнице;

– прочие – участки городской территории с низким рекреационным потенциалом.

Анализируя гидроресурсы на предмет рекреации, можно сделать вывод, что озера г. Томска обладают значительным рекреационным потенциалом. Наиболее перспективными для организации небольших пляжных зон с точки зрения ландшафтной структуры являются побережья озер Боярского, Мавлюкеевского, Ботанического сада, Песчаного (Тимирязево), системы водоемов Кривое – Песчаное, занятые природными и природно-антропогенными ландшафтами [1].

Благодаря богатейшему историко-культурному наследию регион имеет прекрасные возможности для развития рекреации. Томск притягателен

своими культурными традициями. Здесь бывали замечательные русские писатели: Радищев, Чернышевский, Достоевский, Короленко, Успенский, Чехов. На томской земле родились актер Иннокентий Смоктуновский, композитор Эдисон Денисов. Особый интерес в рекреационном отношении представляет самобытная культура коренных малочисленных народов Томской области и переселенцев. Томск притягателен также культовыми постройками XVIII – начала XX в. и древним православным Богородице-Алексиевским мужским монастырем, в котором хранятся мощи старца Федора Кузьмича, по легенде, императора Александра I.

В качестве объектов для обучающих видов рекреации используются действующие музеи. В Томске насчитывается около 35 различных музеев. Наиболее посещаемыми являются краеведческий, художественный, музей истории города.

Культурно-историческое наследие Томска позволяют познать и памятники археологии. На территории города расположено более 50 памятников. Самый древний из них – Томская палеолитическая стоянка в Лагерном саду, возраст которой около 18 тысяч лет (XVII – XVI вв. до н.э.).

В целом рекреационные ресурсы города ориентированы на кратковременный отдых местного населения. Рекреационные зоны на территории г. Томска и в пригороде, находящиеся в пределах часовой досягаемости относятся к местам массового отдыха томичей. К местам массового кратковременного отдыха горожан относятся: территория исторически сложившегося центра г. Томска – «Губернаторского квартала»; территория парковой зоны Городского сада; территория площади Новособорной; территория городского парка Лагерный сад; территория сквера Белое озеро; территория парковой зоны Буфф-сада; территория, прилегающая к зданию Дворца зрелищ и спорта, а также территория площади перед указанным зданием; территория Березовой рощи, на пересечении пр. Мира и ул. Карла Ильмера; территория бульвара «50-летия Победы», включая сквер у МЛПУ «Поликлиника № 10»; территория сквера Ветеранов по ул. Ф. Мюнixa; территория сквера перед зданием речного вокзала по ул. К. Маркса, включая территорию Набережной реки Томи [5].

Таким образом, можно сделать вывод, что Томск обладает значительным рекреационным потенциалом. В городе развиты почти все виды рекреации: от традиционных (промыслово-прогулочная, рыболовная

и охотничья) до обучающих и духовно обогащающих видов (посещение природных и культурных памятников, исторических мест, археологических раскопок, изучение различных природных особенностей водоемов и т. д.).

Литература

1. *Каширо, М. А.* Влияние экологического состояния водных объектов на рекреационный потенциал городской территории (на примере г. Томска) / М. А. Каширо // *Науки о Земле.* 10 декабря 2009. С. 177–180.
2. *Рекреационная география* : учеб. пос. для студ. вузов / Д. В. Николаенко. М. : Гуманит. издат. центр «ВЛАДОС», 2003. 288 с.
3. *Рекреационная география* : учеб.-метод. комплекс / А. С. Кусков, В. Л. Голубева, Т. Н. Одинцова. М. : Флинта ; МПСИ, 2005. 496 с.
4. *Перетягина, Е. В.* Объекты историко-культурного наследия как ресурс развития туристического бизнеса в историческом городе / Е. В. Перетягина // *Вестник ТГАСУ.* 2008. № 3. С. 117–122.
5. *Янченков, В. В.* Анализ рекреационных ресурсов Советского района г. Томска для организации кратковременного отдыха / В. В. Янченков, Н. В. Шагов // *Вестник ТГАСУ.* 2011. № 1. С. 100–108.

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ИНДЕКСЫ АТМОСФЕРЫ В НОВОСИБИРСКОЙ И ТОМСКОЙ ОБЛАСТЯХ

О. А. Клипова

*Томский государственный педагогический университет
Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доцент Т. В. Ершова*

Одной из самых актуальных проблем для синоптиков является совершенствование методов прогноза гроз и ливней для территории Новосибирской и Томской областей. Прогнозы гроз и ливневых осадков используются для метеорологического обеспечения полетов самолетов международного аэропорта «Новосибирск». Томский аэропорт в Богашево в ближайшие годы также станет международным. Поэтому анализ метеорологической и аэрологической информации о грозах и ливнях за последние годы особенно важен.

Цель данного исследования – анализ динамики количества случаев с грозами и ливнями, а также термодинамических индексов для Новосибирской и Томской областей.

Материалами исследования служили данные по 11 метеорологическим станциям Томской области, представленные на сервере Росгидромета «Погода России» [1]. Всего за летние месяцы периода 1999–2011 гг. было проанализирована информация по грозам и ливням для четырех метеостанций (табл. 1): «Александровское», «Ванжиль-Кынак», «Средний Васюган» и «Пудино». За более короткий период с 1999 (или с 2000 г.) до 2011 г. была проанализирована информация для семи станций: «Молчаново», «Степановка», «Тегульдет», «Усть-Озерное», «Старица», «Березовка» и «Прохоркино».

Т а б л и ц а 1

Периоды исследований для метеорологических станций Томской области

Название станции	Период наблюдений (годы)
Александровское	1999–2011
Березовка	2000–2004
Ванжиль-Кынак	1999–2011
Молчаново	2000–2004
Прохоркино	2000–2004
Пудино	1999–2011
Средний Васюган	2000–2011
Старица	2000–2004
Степановка	2000–2004
Тегульдет	2000–2004
Усть-Озерное	2000–2004

Для каждой из этих станций и для Томской области в целом (табл. 2) были рассчитаны следующие характеристики за месяц и летний сезон: количество случаев и дней с ливнями; количество случаев и дней с грозами.

Т а б л и ц а 2

Количество случаев с ливнями/грозами для Томской области

Год	Месяц			
	Июнь	Июль	Август	Июнь – август
1	2	3	4	5
1999	25/0	22/9	48/1	95/10
2000	19/6	26/8	42/1	82/15
2001	31/8	40/7	33/12	104/27

1	2	3	4	5
2002	33/3	28/8	38/3	99/14
2003	20/10	27/8	5/1	52/17
2004	32/11	26/3	26/7	84/17
2005	9/3	8/7	35/14	52/21
2006	16/16	16/6	41/0	73/24
2007	51/8	11/4	40/10	102/22
2008	38/5	22/3	33/6	93/22
2009	38/2	27/6	22/2	87/14
2010	17/8	27/8	33/5	77/10
2011	26/15	47/0	53/5	126/21
Сумма	382/102	352/83	446/72	1 126/234
Среднее	27/7	25/6	35/5	87/18

Анализируя табл. 2 по ливням, можно отметить, что максимальное количество за месяц отмечались в августе 2011 г. и в июне 2007 г., соответственно 53 и 51 случая. Среднее количество за лето составляло 87 случаев.

Максимальное количество гроз за месяц – 16 и 15 случаев – отмечалось в июне 2006 и 2011 г. Среднее количество гроз за лето составило 18 случаев.

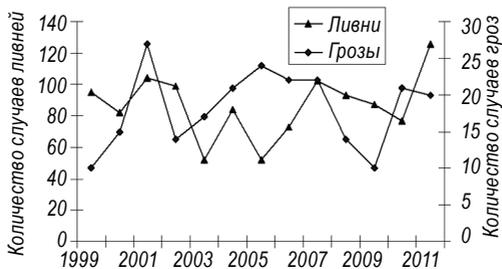


Рис. 1. Временная динамика количества случаев ливней и гроз за период 1999–2011 гг. для метеостанции «Александровское» (север Томской области)

Временной ход ливней и гроз за период 1999–2011 гг. не носит синхронный характер. Например, для метеорологической станции «Александровское», максимальное количество ливней отмечалось в 2011 г.

(рис. 1), а минимальное – в 2003 и 2005 гг. Максимальное количество гроз отмечалось в 2001 г., а минимальное – в 1999 и 2009 гг.

Следующим шагом исследований была систематизация и анализ термодинамических индексов по данным радиозондирования при грозах и ливнях для Александровского, Колпашево и Новосибирска (табл. 3). На территории Томской области расположены две аэрологические станции: «Александровское» и «Колпашево». Для данных станций первоначально были проанализированы дни с грозой и ливнями, затем, используя информацию с сайта американского университета Вайоминг [2], были проанализированы термодинамические индексы за летние месяцы периода 2005–2011 гг. для 12 часов ВСВ (всемирное скоординированное время) или 18 часов местного времени.

Т а б л и ц а 3

Характеристика исходного материала по трем станциям радиозондирования

Аэрологическая станция	Географическая широта	Период	Количество случаев	
			гроза	ливень
Новосибирск	54°57'	2004–2011	50	68
Колпашево	58°18'	2005–2011	30	51
Александровское	60°26'	1999–2011	40	174

Ливневые осадки и молнии связаны с конвективной облачностью. Во многих странах мира для прогноза развития гроз и ливней используются количественные значения индексов, характеризующие конвекцию по ряду параметров [3–4]. Эти индексы рассчитываются по данным каждого радиозондирования и представлены в свободном доступе в Интернете. Одними из наиболее часто используемых являются индекс LIFT (различие температуры окружающей среды и частицы, поднимающейся с уровня 500 м и 850 гПа, соответственно), KIND индекс (температурно-влажностное состояние атмосфере в слое 850–700 гПа) и индекс TOTL (комплексная характеристика статической стабильности и влажности в слое 850–500 гПа). Неизменным предиктором в прогнозе гроз и ливней является величина энергии неустойчивости. Высокий уровень потенциальной энергии атмосферы является неременным условием того, что поднимающаяся частица конвективного облака достигнет значительно больших высот, чем уровень свободной конвекции. Эту характеристику состояния атмосферы достаточно эффективно отражают индекс CAPE

(Convective Available Potential Energy). Индекс SWEAT, кроме температурно-влажностных характеристик, содержит информацию о ветре, т. е. объединяет кинематическую и термодинамическую информацию в одном индексе. Более подробное описание индексов приведено в [2].

Анализируя изменения значений индексов в зависимости от географической широты, можно отметить следующие: за период 2005–2011 гг. значения индексов SHOW, LIFT, CINS, EQLV, LFCT уменьшались с увеличением широты, а индексы SWEAT, KIND, TOTL, CAPE – увеличивались с увеличением широты.

В табл. 4 приведены значения индексов, характеризующих состояние атмосферы для территории Новосибирской и Томской областях при ливнях и грозах.

Т а б л и ц а 4

**Статистические характеристики термодинамических индексов
для ситуации с ливнем/грозой, осредненные по трем станциям
(«Новосибирск», «Колпашево» и «Александровское»)**

Термодинамические индексы	Среднее	Максимальное	Минимальное
SHOW	4/1	17/15	3/–4
LIFT	3/–1	20/11	–9/–10
SWEAT	131/180	341/436	29/39
KIND	25/30	36/39	2/–3
TOTL	46/49	56/57	25/12
CAPE	118/489	2006/1972	0/0
CINS	–17/–49	0/54	–195/–288
EQLV	605/368	926/922	184/200
LFCT	852/813	974/969	584/715

В результате анализа табл. 4, можно сделать следующие выводы:

– при грозах температура поднимающейся частицы облака значительно превосходит температуру окружающего воздуха до высоты 5,5 км (LIFT), контраст температур может доходить до 10 °С;

– при грозах индекс KIND (30 °С) превышает значение при ливнях (25 °С) на 5 °С, т. е. для реализации молнии требуется больший контраст температур между уровнями 1,5 и 5,5 км и большие значения влажности, чем при ливнях;

– при грозах TOTL в среднем на 3 °С превосходит тот же параметр при ливнях, т. е. в грозовых облаках контраст температур между уровнями 1,5

и 5,5 км и насыщенность воздуха (разница между точкой росы и температурой) больше, чем в ливневых облаках;

– комплексный параметр SWEAT при грозах на 49 единиц превосходит тот же параметр при ливнях, т.е. характеристики температуры и точки росы на высотах 1,5 и 5,5 км в грозовых облаках превышают те же характеристики в ливневых облаках;

– средние значения конвективной потенциальной энергии при грозах (489 Дж/кг) более чем в четыре раза превосходят значения при ливнях (118 Дж/кг). При этом максимальные значения при грозах и ливнях сравнимы и составляют около 2000 Дж/кг;

– уровень свободной конвекции (LFCT) и уровень равновесия (EL) в грозовых облаках выше, чем в ливневых на 200 м и на 3,5 км соответственно. Толщина слоя между уровнями LFCT и EL в грозовых облаках почти в два раза превосходит эту же величину в ливневых облаках.

Литература

1. *Сервер* «Погода России» [Эл. ресурс]. URL: <http://meteo.infospace.ru>
2. *University of Wyoming* [Эл. ресурс]. URL: <http://www.weather.uwyo.edu/upperair/sounding.html>
3. *Andersson, T.* Thermodynamic indices for forecasting thunderstorms in southern Sweden / T. Andersson, M. Andersson, C. Jacobsson, S. Nilsson // *Meteorol. Mag.* 1989. 116. P. 141–146.
4. *Schulz, P.* Relationships of several stability indices to convective weather events in north-east Colorado / P. Schulz // *Weather Forecasting.* 1989. 4. P. 73–80.

ПАРАМЕТРЫ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЙ МОДЕЛИ ВЕРТИКАЛЬНОГО ПРОФИЛЯ КОЭФФИЦИЕНТА ПРЕЛОМЛЕНИЯ НАД СЕВЕРНОЙ ЧАСТЬЮ АТЛАНТИЧЕСКОГО ОКЕАНА

Н. А. Мальцева

Томский государственный университет

Научный руководитель – канд. геогр. наук, доцент Л. И. Кижнер

Одной из важных характеристик, отражающих влияние атмосферы на распространение УКВ, является относительная диэлектрическая

проницаемость воздуха ϵ , которая связана с коэффициентом преломления воздуха n соотношением: $n = \sqrt{\epsilon}$.

Известно, что коэффициент преломления отличается от единицы на десятитысячные доли. Поэтому на практике используют индекс преломления N . Для волн УКВ-диапазона N можно рассчитать с большой точностью по значениям метеорологических величин:

$$N = \frac{77,6}{t + 273,2} \left(P + \frac{4810e}{t + 273,2} \right), \quad (1)$$

где t – температура воздуха; P – атмосферное давление; e – парциальное давление водяного пара.

В процессе распространения радиоволны испытывают влияние изменений состояния атмосферы в пространстве и во времени. При этом важно учесть как регулярные изменения в атмосфере, так и кратковременные. Первые определяют общие закономерности в распространении УКВ, вызванные рефракцией. Хаотические неоднородности ϵ и N могут привести к искажению направления распространения радиоволн [1].

В соответствии с изменением по высоте составляющих индекса преломления атмосферного давления, температуры и влажности воздуха он уменьшается с высотой. Было получено, что изменение N с высотой близко к экспоненциальной зависимости:

$$N_s = N_{0_s} \exp(-1/H_s \cdot H), \quad (2)$$

где N_{0_s} – индекс преломления на нулевом уровне экспоненциальной модели; H_s – масштаб высоты экспоненциальной модели, км; H – высота, км.

Масштаб высоты представляет собой высоту, на которой значение N уменьшается в e раз по сравнению со значением на поверхности.

Из литературных источников [2] известно, что экспоненциальная модель дает хорошие результаты при описании среднего вертикального профиля N в пределах тропосферы. Явным достоинством является удобство модели в теоретическом рассмотрении. Недостаток заключается в том, что эта модель, отражая средние значения, не учитывает конкретные погодные условия [2].

Несмотря на большой объем исследований, выполненных за последние несколько десятилетий, степень изученности тропосферы не удов-

летворяет требованиям, возникающим при решении задач расчета радиофизического поля. В том числе недостаточно изучена вертикальная структура тропосферы. Недостаточно изучена радиотропосфера над океанами.

Целью исследования являлось получение параметров экспоненциальной модели вертикального профиля N над северной частью Атлантического океана и оценка точности восстановления среднего профиля. Расчеты выполнены для четырех месяцев: февраль, май, август, ноябрь. Из-за большой теплоемкости и турбулентной теплопроводности воды экстремумы температуры поверхности воды и прилегающего слоя воздуха смещены во времени по сравнению с сушей. Поэтому центральными месяцами сезонов над акваториями океанов являются эти месяцы.

В работе использовались материалы по климату и циркуляции свободной атмосферы [3, 4]. Таблицы в этом издании составлены по материалам радиозондовых наблюдений для 148 зарубежных станций Европы, Азии, Северной Америки (Аляска, Канада, Алеутские острова) и Атлантического океана. Климатические характеристики в [3, 4] вычислены за многолетний период 1957–1965 гг. и представлены на изобарических поверхностях 1 000–10 гПа.

В работе расчеты выполнялись в программе «Excel» и включали вычисление высоты [2] N для каждой изобарической поверхности от 1 000 до 200 гПа (что соответствует в среднем всей толще тропосферы) с дальнейшим расчетом параметров экспоненты методом наименьших квадратов. Точность восстановления профилей определялась по величине достоверности R^2 (коэффициенту детерминации). Затем полученные значения картировались с помощью программы «Winsurf».

В работе представлены карты с результатами расчета параметров экспоненты за февраль и август, являющиеся центральными месяцами зимнего и летнего периодов для океана (рис. 1–4). В соответствии с формулой (2), N_0 соответствует значению индекса преломления на уровне моря; H_z характеризует скорость убывания индекса преломления с высотой.

Для северной части Атлантического океана наибольшие значения N_{0z} наблюдаются в летний период (август), а минимальные – соответственно зимой (февраль). Расчеты показали, что максимальное значение N_{0z} , равное 368,1 N -ед. характерно для ст. Панама в августе месяце (район более теплого и влажного климата), а минимальное значение 305,9 N -ед.

наблюдается на ст. Нарсарсуак (район Гренландии) в феврале месяце. В целом прослеживается закономерность увеличения N_{0_3} с севера на юг. Однако, на территории северных станций (Осло, Лервик, Торсхавн, находящиеся чуть ниже полярного круга в районе Скандинавского полуострова) произведенные расчеты показали, что N в феврале больше, чем на станциях, находящихся южнее. Это обусловлено очень низкими температурами и малым влагосодержанием воздуха.

Значения масштаба высоты изменяются незначительно. Максимальное значение рассчитано на ст. Норт-Фронт (район Гибралтара) в августе (8,35 км), а минимальное на ст. Панама в августе (7,27 км). В целом, в южных широтах H_3 меньше, чем в северных. В годовом ходе максимум преобладает в зимний период, а минимум – в летний. В целом наблюдается закономерность: чем выше значения N_0 , тем меньше H_3 , то есть тем быстрее убывает N с высотой.

Рис. 1 и 2 наглядно указывают на большой горизонтальный градиент коэффициента преломления над западным побережьем Атлантического океана и малый градиент над восточным побережьем Европы.

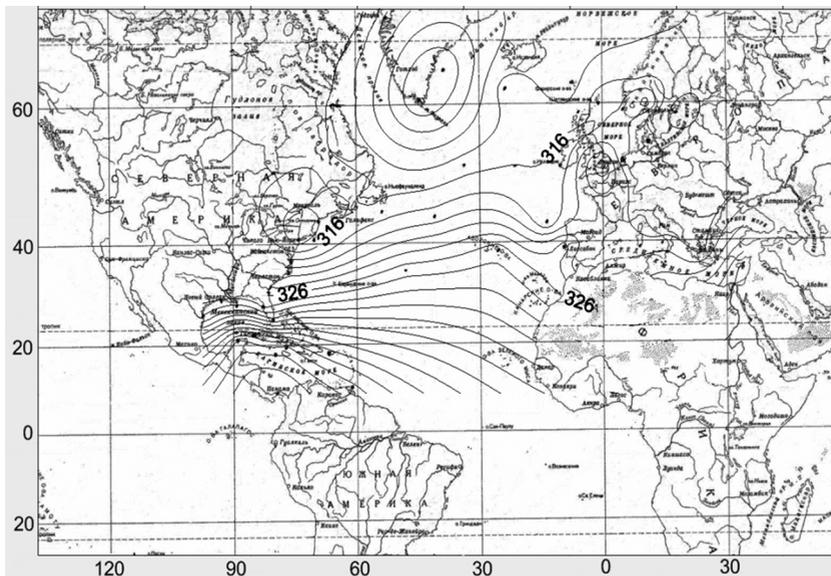


Рис. 1. N_{0_3} февраль

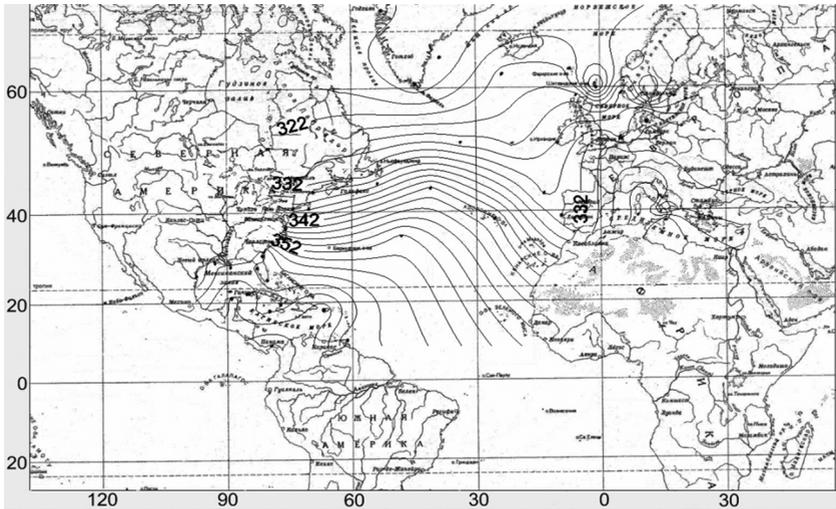


Рис. 2. N_0 , август

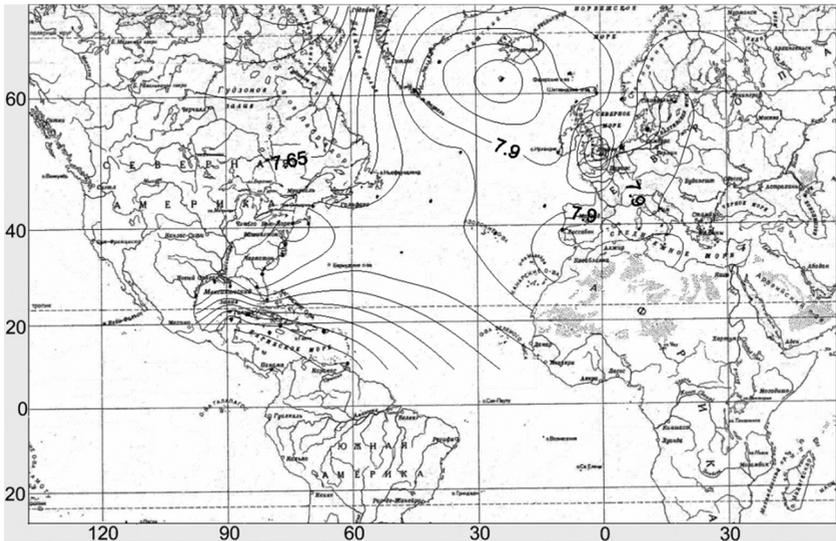


Рис. 3. H , февраль

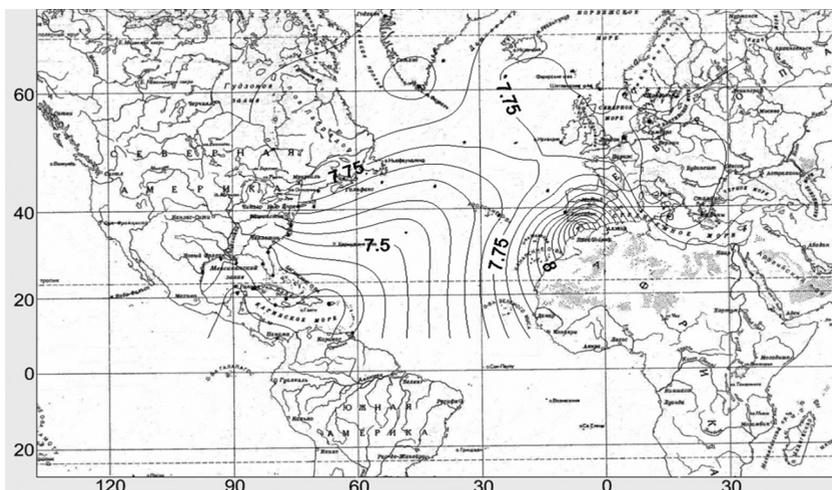


Рис. 4. H_3 август

В летний период особенно густо располагаются изолинии над Мексиканским заливом и Карибским морем. Зимой же этот большой контраст значений смещается севернее к сороковым широтам. Это обусловлено большими контрастами в изменении по широте влажности воздуха, обусловленных температурой. Большие значения градиента H_3 в феврале прослеживаются над Карибским морем, в летний период – в районе Пиренейского полуострова.

По значениям R^2 (0,997–0,999) можно судить о том, что экспоненциальная модель довольно точно описывает кривую коэффициента преломления в северных широтах. Ближе к югу эта величина уменьшается до значений 0,993–0,996.

Полученные данные будут использованы при построении Радиоклиматического атласа Атлантического океана.

Литература

1. Фейнберг, Е.Л. Распространение радиоволн вдоль земной поверхности / Е.Л. Фейнберг. М. : Изд-во Академии наук СССР, 1961. 546 с.
2. Бин, Б.Р. Радиометеорология / Б.Р. Бин, Е.Дж. Даттон. Л. : Гидрометеоздат, 1971. 363 с.
3. Материалы по климату и циркуляции атмосферы над зарубежными странами северного полушария. М., 1974. Т. 1, вып. 2: Основные статистические характеристики ветра. Средние значения температуры и влажности воздуха.

4. *Материалы* по климату и циркуляции свободной атмосферы над зарубежными странами северного полушария. М., 1972–1973. Т. 1, вып. 1: Основные статистические характеристики ветра. Средние значения температуры и влажности воздуха.

МОЛНИИ НА ТЕРРИТОРИИ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ ЗА ПЕРИОД 1990–2011 гг.

О. В. Петухова

*Томский государственный педагогический университет
Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доцент Т. В. Ершова*

Молнии, шквальный ветер и ливни являются самыми распространенными опасными явлениями в летнее время. Все эти явления приводят к серьезным авариям и последствиям, включая смерть людей.

Целью данной статьи является изучение молний и сопровождающих их опасных погодных явлений на территории Томской области за период 1990–2011 гг.

Наблюдения за метеорологическими явлениями в Томске проводит всего одна метеорологическая станция, расположенная в районе площади Южной. Ближайшая метеостанция расположена в 14 км от города в аэропорту Богашево. Конвективные облака и все связанные с ними явления (ливни, грозы, шквалы, град) носят локальный характер, и поэтому не все случаи регистрируются единственной городской метеорологической станцией.

Российские страховые компании не учитывают число страховых случаев от молний и других опасных метеорологических явлений. Поэтому было принято решение провести обзор СМИ (областные газеты и информационные интернет-сайты) для получения более полной информации об опасных явлениях погоды, связанных с конвекцией (грозах, ливнях, шквалах), и происшестввах (в том числе авариях) на территории Томска и области.

Для Томской области информации об опасных явлениях погоды (молнии, ливни, шквал) и их последствиях была систематизирована и проанализирована. В результате были выявлены следующие особенности воздействия опасных метеорологических явлений. Чаще всего молнии и сопровождающие их опасные погодные явления (ливень, шквал, град)

наблюдаются в Томской области в июне – июле, более редко они происходят в конце мая и августа. По имеющимся данным, молнии и другие опасные погодные явления, приводящие к авариям и разрушениям, как правило, наблюдались в ночное время суток. Чаще всего подвергались природной стихии южные районы области: Томский, Бакчарский, Кожевниковский, Шегарский, Колпашевский, Каргасокский, Верхнеткетский, Асиновский, Первомайский. Отметим, что именно на юге области проживает более половины населения.

К авариям, связанным с ударом молнии и воздействием ливней, шквала, можно отнести падение деревьев и веток, порывы ЛЭП, повреждение и подтопление построек, выход из строя техники, аварийное отключение электроэнергии, пожары (лесные и зданий). Чаще всего в областном центре среди деревьев подвергаются падению тополя, так как они отличаются значительной высотой и развитой кроной, корневая система большей частью поверхностная, в результате чего не способна «удержать» дерево во время сильных порывов ветра.

Одним из трагических последствий удара молний являются человеческие жертвы. В Томской области только за период 1990–2011 гг. от разряда молний погибло 23 человека и получили ранения 21 человек. Люди погибают и получают ранения как от прямого попадания молний, так и в результате воздействия на объекты сильного ветра или ливня. Так, например, в 11 июля 1996 г. в г. Асино и 27 июля в Тегульдетском районе в результате удара молнии погибло пять человек, которые во время разрядов находились на открытом пространстве в поле. В результате шквального ветра, который часто сопровождает молнии, происходит падение деревьев, веток на крыши домов и обрыв ЛЭП, которые нанесли ущерб здоровью человека. Например, в г. Томске 14 июля 2005 г. житель города получил сотрясение мозга и перелом бедра от падения ветки во время урагана.

Количество случаев, связанных с ударами молний и сопровождающих их опасных погодных явлений на территории Томской, имеет тенденцию к увеличению. Если за период с 1990 по 2000 г. с мая по август происходило в среднем 1–2 случая, то уже за период с 2000 по 2011 г. наблюдалось от 2 до 5 несчастных случаев, вызванных указанными опасными метеорологическими явлениями.

На основе полученных данных была построена диаграмма процентного соотношения происшествий и аварий, связанных с молниями и со-

провожающимися опасными погодными явлениями (ливнями, шквалами, градом) на территории Томска и области (рис. 1).



Рис. 1. Диаграмма процентного соотношения происшествий и аварий, связанных с молниями и другими опасными погодными явлениями (ливнями, градом, шквалами), на территории Томской области за период 1990–2011 гг. (по данным СМИ)

Согласно диаграмме, значительная часть аварий и происшествий из-за молний и сопровождающих опасных погодных явлений связана с порывами линий электропередач – 22% случаев, падениями деревьев – 19%. На повреждение техники (выход из строя подстанций, падение деревьев на автомобили, повреждение приборов самолетов от удара молнии) приходится 8% случаев, на пожары – 6%. Таким образом, в Томской области чаще всего от удара молний и других опасных метеорологических явлений летом страдают люди.

Литература

1. *Буря мглою...* // Красное знамя. 1991. 1 июня.
2. *Ветер сносил тополя* // Красное знамя. 2002. 30 мая.
3. *Гроза унесла электричество* // Честное слово. 2009. 22 июля.
4. *Злая молния* // Красное знамя. 1996. 27 июля.
5. *И снова полыхает лес* // Красное знамя. 2001. 5 июня.
6. *Лесной пожар из-за грозы* // Красное знамя. 2005. 1 июля.
7. *Место, меченное чертом* // Красное знамя. 1996. 11 июля.
8. *Необычной силы ураган* // Красное знамя. 1999. 14 июля.
9. *От огня пострадало 2000 га леса* // Красное знамя. 2000. 11 июля.
10. *После воды – огонь?* // Красное знамя. 1997. 16 июля.
11. *Сезон пожаров позади* // Красное знамя. 2003. 15 августа.

12. *Смерч* в Томском районе // Красное знамя. 1995. 21 мая.
13. *Смерч* со скоростью 100 км/ч // Томская неделя. 2005. 14 июля.
14. *Снесенные* ветром // Красное знамя. 2001. 30 мая.
15. *Три урагана* над Каргаском // Красное знамя. 1994. 23 июля.
16. *Тучи* сгущаются. Ураганы в Томской области становятся традиционными // Вечерний Томск. 2005. 10 июля.
17. *Ураган* в Бакчаре // Красное знамя. 1996. 25 июля.
18. *Ураган* в Тегульдете // Красное знамя. 2003. 15 июля.
19. *Ураганный* ветер оставил без света // Красное знамя. 2005. 21 июня.
20. *Чрезвычайная* ситуация в тайге // Красное знамя. 1999. 13 июля.
21. *Школьного* учителя убило молнией // Вечерка. 2011. 23 июля.
22. *В Бакчаре* из-за грозы три тысячи человек на сутки остались без электричества // Все новости. Томск: Происшествия [Эл. ресурс]. Томск, 2009. URL: <http://vesti70.ru/news/full/?id=55646>
23. *Детские* лагеря близ Томска остались ночью без света из-за урагана // Риановости: экология [Эл. ресурс]. М., 2006. URL: <http://eco.ria.ru/weather/20110714/401433226.html>
24. *В Томске* во время урагана пострадали 6 человек // Новости России [Эл. ресурс]. URL: <http://www.newsru.com/russia/18jun2007/uragan.html>
25. *Из-за порывистого* ветра несколько районов Томска и близлежащих поселков остались без электричества // Томский обзор [Эл. ресурс]. Томск, 2005. URL: <http://obzor.westsib.ru/news/294243>
26. *Молния* ударила в самолет Москва – Томск // Око планеты [Эл. ресурс]. 2003. URL: <http://oko-planet.su/phenomen/phenomeanews/37666-molniya-udarila-v-samolet-moskva-tomsk.html>
27. *Под Томском* гроза убила стадо коров // Интернет-газета «Дни.ру» [Эл. ресурс]. URL: <http://www.dni.ru/incidents/2006/8/2/88051.html>
28. *Сухие* грозы подожгли лес в Верхнекетском районе Томской области // НИА-Томск [Эл. ресурс]. Томск, 2009. URL: <http://www.70rus.org/>
29. *Удар* молнии сжег дом в Колпашевском районе // Новости в Томске. Происшествия [Эл. ресурс]. URL: <http://news.vtomske.ru/news/3516.html>

ВНУТРИГОДОВОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СТОКА РЕК БАССЕЙНА ВЕРХНЕГО ЕНИСЕЯ

М. В. Потеряева

Томский государственный университет

Научный руководитель – канд. геогр. наук, доцент Л. Н. Шантыкова

Речные водные ресурсы являются одним из важнейших компонентов природных богатств нашей планеты. Несмотря на то, что они регулярно возобновляются, их учет и рациональное использование остается

одной из актуальных задач. Внутригодовой режим речного стока имеет большое значение при гидротехническом проектировании и строительстве. В подавляющем большинстве случаев именно им определяются основные параметры хозяйственного водопользования [1].

Основная цель работы – анализ внутригодового распределения стока по сезонам и месяцам с учетом водности лет на примере девяти рек бассейна Верхнего Енисея. Задачей типового внутригодового распределения является общее представление о внутригодовом распределении стока отдельных рек или групп рек, относящихся к одному гидрологическому району.

Распределение стока в течение года, тип водного режима в основном определяются климатическими факторами, в то время как метеорологические условия обуславливают разную амплитуду отклонений характеристик речного стока отдельных лет от их средних многолетних значений. Наряду с климатом режим речного стока определяется геолого-морфологическими и почвенно-растительными условиями. В зависимости от водопроницаемости почв пористости подстилающих пород, расчлененности рельефа и уклонов поверхности атмосферные осадки, выпадающие в пределах речного бассейна, за вычетом испарения частично стекают поверхностным путем, а частично просачиваются и поступают в речную сеть подземным путем. Влияние леса выражается в растягивании половодья за счет запаздывания снеготаяния в лесу, а также за счет большей продолжительности таяния [2]. Влияние озерности и заболоченности для данной территории не оказывают значительного влияния на внутригодовое распределение (на рассматриваемой территории озерность и заболоченность не превышает 2%).

В работе использованы данные сети Росгидромета за период с 1946 по 2005 г. Внутригодовое распределение стока произведено по рекам левобережья (р. Абакан, р. Таштып) и правобережья (реки Казыр, Кизир, Большой Енисей, Малый Енисей, Оя, Амыл, Кебеж). Площадь водосборов рек колеблется от 600 до 45 000 км², средняя высота – от 800 до 2 000 м.

Левобережные притоки – сравнительно небольшие реки и берут свое начало на плоских заболоченных водоразделах, со смешанным питанием, но с преобладанием снегового (более 50%) и более 30% дождевого. Правобережные притоки характеризуются большими размерами площадей и водностью, имеют горный и полугорный характер и протекают

в узких и глубоких долинах Средне-Сибирского плоскогорья с преимущественно снеговым питанием (более 50%).

Месячное и сезонное распределение стока произведено методом компоновки по водохозяйственному году (IV–III месяцы). Ряды наблюдений более 30 лет, то категория водности для ВГР стока рассчитывалась по 5 группам водности: очень многоводные годы $P < 16,7\%$, многоводные годы $16,7\% \leq P < 33,3\%$, средние по водности годы $33,3\% \leq P \leq 66,7\%$, маловодные годы $66,7\% < P \leq 83,3\%$, очень маловодные годы $P > 83,3\%$. Полученные месячные объемы стока выражаются в долях от среднего объема стока за сезон (с учетом водности) и принимаются в качестве модели относительного внутрисезонного распределения стока [3].

Основной сток на реках проходит в теплый период года (более 50%), на долю зимнего стока не более 20% от общего годового его объема.

Независимо от водности года максимальный сток для рек левобережья и правобережья наблюдается в мае, за исключением р. Казыр и р. Большой Енисей, у которых максимальный сток сместился на июнь (рис. 1). Смещение месяца с максимальным стоком объясняется тем, что эти реки расположены в высокогорном районе, и их основное питание талыми снеговыми водами, которые поступают неравномерно из разных высотных зон бассейнов рек, и поэтому весеннее половодье более растянуто, чем для рек левобережья.

Минимальный сток наблюдается в марте для всех водотоков. Это вызвано тем, что в горных районах может быть сокращение грунтового питания за счет уменьшения запасов талых вод и зимних осадков в нижних частях бассейнов рек [4].

Горностепные реки (такие, как р. Таштып) характеризуются периодом быстрого таяния на вершинах невысоких гор и засушливым летом, поэтому в теплый период года основное питание – это выпавшие атмосферные осадки.

Для водохозяйственных расчетов важно знать особенности распределения стока не только от водности года, но и с учетом нелимитирующего периода (весна) и лимитирующего сезона года (зима). Сезон распределения стока рек высокогорья и среднегорья характеризуется растянутым летним (р. Казыр) и весенне-летним половодьем (р. Абакан) с преобладанием снегового питания. Сезон распределения стока равнинных рек (р. Оя) характеризуется весенне-летним половодьем, со смешанным питанием, с преобладанием снегового (более 50%).

Сезонное распределение стока за средний по водности год

Река	F, км ²	Нелимитирующий период (весна)				Лимитирующий сезон (зима)					
		IV	V	VI	$\Sigma W(B)$, км ³	XII	I	II	III	$\Sigma W(З)$, км ³	
Абакан – Райков	31 300	W, км ³	0,5	3	2,4		0,30	0,20	0,16	0,15	
		% сезон	9	49,8	41	5,9	37	25	19	19	0,81
		% от года	5	30	24	11,9	4	3	2	2	11,9
Казыр – Пономарёво	9 160	W, км ³	0,15	1,5	1,97		0,16	0,10	0,07	0,07	
		% сезон	4	42	54	3,6	41	24	18	17	0,39
		% от года	2,5	25	32	7,5	4	2,5	1,8	1,8	7,5
Оя – Ермаковское	2 540	W, км ³	0,1	0,3	0,2		0,019	0,015	0,014	0,013	
		% сезон	17	52	32	0,6	31	25	22	22	0,06
		% от года	10	30	20	1,03	3	2,5	2	2	1,03
Амыл – Верхний Амыл	537	W, км ³	0,02	0,1	0,04		0,008	0,007	0,006	0,005	
		% сезон	12,7	64	24	0,2	30	26	23	21	0,03
		% от года	6	30	12	0,3	3	2	2	1,5	0,3

Основной вклад в годовой объем стока приходится на весеннее половодье, продолжительность которого с апреля по июнь. В средний по водности год на весеннее половодье приходится чуть более 50%, в максимальный – 60% и более, минимальный – 40%. Остальная доля объема стока приходится на лимитирующий период (лето – осень, зима). На лимитирующий сезон (зима) в максимальный по водности год доля стока не превышает 11%, в средний по водности год 10%, а в минимальный – 8% от годового объема стока.

Вывод – распределение стока по месяцам имеет следующую картину: максимальный объем стока независимо от водности года приходится на май для горностепных рек, а на июнь – для рек высокогорья.

Распределение стока по сезонам нелимитирующим и лимитирующим зависит от водности года. Наибольший процент стока приходится

на многоводный по водности год (50–60%) и примерно 40% – на мало-водный.

Литература

1. *Андреянов, В. Г.* Внутригодовое распределение речного стока / В. Г. Андреянов. Л. : Гидрометеоздат, 1960. 320 с.
2. *Паромов, В. В.* Ресурсы речного стока бассейна Верхней Оби : монография / В. В. Паромов. Томск : ТГУ, 2002. 113 с.
3. *Сикан, А. В.* Методы статистической обработки гидрометеорологической информации / А. В. Сикан. СПб. : Изд-во РГГМУ, 2007. 279 с.

ТЕМПЕРАТУРА ВОЗДУХА – ВАЖНЫЙ ФАКТОР ТЕПЛОЭНЕРГЕТИКИ ТОМСКА

Ю. Н. Сахарова

Томский государственный университет

Научный руководитель – канд. геогр. наук, доцент Л. И. Кижнер

Температура воздуха является одним из важнейших элементов климата, она обуславливает тепловые различия воздушных масс и связанные с ними воздушные течения, формирование облачности и осадков. От температуры воздуха зависят многие аспекты народно-хозяйственной деятельности, в том числе и теплоэнергетика [1].

В расчетах технико-экономических показателей и потерь тепловой энергии на теплоэлектроцентралях (ТЭЦ) используются следующие параметры:

- фактическая температура наружного воздуха;
- средняя температура наружного воздуха за отопительный период;
- температура грунта.

При долгосрочном планировании учитывается фактическая температура воздуха за 5 лет.

В теплоэнергетике используются такие важные характеристики, как отопительный период и его продолжительность. Продолжительность отопительного периода, характеризующая эксплуатационный режим помещений и затраты топлива, определяется в СНиП по температуре воздуха. Продолжительность отопительного периода определяется по

переходу средней суточной температуры воздуха через 8 °С. Даты, когда температура воздуха становится ниже и выше 8 °С, определяют соответственно начало и окончание отопительного сезона.

Кроме температуры воздуха, на тепловой режим зданий, а следовательно, и на продолжительность отопительного периода влияют скорость и направление ветра, интенсивность солнечной радиации, влажность воздуха и осадки. Учет всех факторов методически труден. Учитывая интенсивность солнечной радиации в Томске в переходные периоды, можно бы сократить продолжительность отопительного периода, однако преобладающие в это время года высокая относительная влажность и продолжительные дожди создают заметный дискомфорт в помещениях, снижая положительное влияние солнечной радиации, поэтому основными факторами, определяющими отопительный период в Томске, следует считать температуру воздуха и скорость ветра [1].

Целью работы является исследование временных изменений среднесуточной температуры воздуха в г. Томске с позиций теплоэнергетики.

В работе использованы климатические данные, опубликованные в «Справочнике...» [2], а также фактические сведения за период с 2006 по 2010 г. по данным сайта [3]. «Справочник...» [2] дает информацию за период с 1881 по 1960 г. Данные представлены за отопительный сезон (с 21 сентября по 13 мая) [1].

По фактическим данным были рассчитаны повторяемости среднесуточных значений температуры воздуха в различных пределах и среднемесячные значения температуры воздуха за отопительный период.

В табл. 1 и 2 помещены многолетние значения числа дней со средней суточной температурой через каждые 10° за оба периода. Дробные числа меньше единицы обозначают, что соответствующих температур нельзя ожидать ежегодно.

Т а б л и ц а 1

**Число дней со среднесуточной температурой воздуха
в различных пределах за 2006–2010 гг.**

Температура, °С	Месяцы									
	1	2	3	4	5	9	10	11	12	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
–49,9...–40	0,2									
–39,9...–30	5,2	1							2	

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
-29,9...-20	11,4	8,6	0,4					0,8	8
-19,9...-10	9,2	12,8	7,6	1				7,8	11,6
-9,9...0	5,0	5,2	17,4	7,4	0,2		7,6	14,2	9,8
0,1...9,9		0,6	5,8	18,6	15,2	16	20,8	7,2	
10...19,9				2,6	15,4	13,2	2,4		
20...29,9					0,2	0,8			

Т а б л и ц а 2

**Число дней со среднесуточной температурой
в различных пределах за 1881–1960 гг.**

Температура, °С	Месяцы									
	1	2	3	4	5	9	10	11	12	
-49,9...-40	0,4	0,1						0,1	0,5	
-39,9...-30	4,1	1,4	0,01					0,7	3,5	
-29,9...-20	8,9	7,3	2,7	0,01			0,03	3,2	7,4	
-19,9...-10	13	13,9	11,6	1,4			1,1	9,3	11	
-9,9...0	4,6	5,2	15	12,6	1,5		10,7	14,6	10,9	
0,1...9,9	0,01	0,4	1,7	15,1	16,6	4,5	17,8	2,1	2,1	
10...19,9				0,9	12	23	1,4			
20...29,9					0,11	2,55				

Если сравнивать табл. 1 и 2 между собой, можно видеть, что картина довольно пестрая. В целом, как и следовало ожидать, наиболее часты те интервалы, которые включают средние многолетние значения температуры (табл. 3). Однако прослеживается тенденция увеличения повторяемости более низких температур за последние годы в январе и феврале. Весенние месяцы (март – май) характеризуются более высокими температурами. Также за последнее пятилетие отмечается большая повторяемость положительных аномалий в сентябре и октябре.

Т а б л и ц а 3

**Средние месячные значения температуры воздуха
за отопительный период, °С**

Год	Месяцы									
	1	2	3	4	5	9	10	11	12	
1881–1960	-19,2	-16,7	-10,1	-0,1	8,6	9,2	0,9	-10,4	-17,5	
2006–2010	-20,6	-17,1	-5,7	2,2	9,7	10,1	2,7	-5,9	-15,6	

На рис. 1 представлены среднемесячные значения температуры воздуха за отопительный период за рассматриваемые временные интервалы. Видно, что за последние годы переход среднесуточной температуры воздуха через 8°C весной наступает раньше, а осенью – позже по сравнению с предшествующим периодом наблюдений.

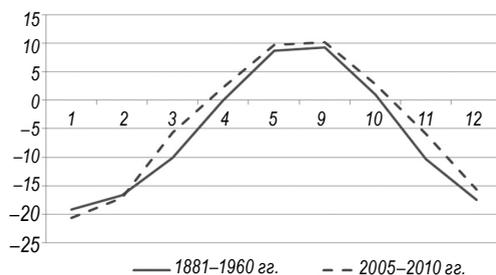


Рис. 1. Средние месячные значения температуры воздуха за отопительный период

Таким образом, увеличивается повторяемость положительных аномалий среднесуточной температуры воздуха в предвесенние, весенние и осенние месяцы (март – ноябрь). Зимой (январь, февраль) возросла повторяемость более низких температур.

По температурным характеристикам можно говорить, с одной стороны, о некотором сокращении отопительного периода, с другой – о необходимости увеличения тепловой мощности отопительных систем в самое холодное время года.

Литература

1. *Климат Томска*. Л. : ГМИ, 1982. 176 с.
2. *Справочник по климату СССР*. Вып. 20: Томская, Новосибирская, Кемеровская области, Алтайский край. Ч. 2: Температура воздуха и почвы. Л. : ГМИ, 1966.
3. *Погода в России и мире, прогноз погоды от Метеоцентра*. Погода в Томске [Эл. ресурс]. URL: http://meteocenter.net/29430_fact.htm

ИЗУЧЕНИЕ ЗАГРЯЗНЕНИЯ ГОРОДСКОЙ СРЕДЫ АВТОТРАНСПОРТОМ: ВЫБРОСЫ РЕЗИНОВОЙ ПЫЛИ (НА ПРИМЕРЕ г. ТОМСК)

Е. В. Шепелева, З. А. Караваева

*Томский государственный педагогический университет
Научный руководитель – канд. биол. наук, доцент А. В. Родикова*

Город Томск, известный своей высокой научно-образовательной и промышленно-инновационной активностью, относится к числу городов Российской Федерации со значительным уровнем загрязнения приземного воздуха. Одним из основных загрязнителей является пыль. Главенствующий фактор высокой запыленности Томска – автопарк, насчитывающий около 100 тыс. единиц, на долю которого в 2002 г. приходилось около 78 % всех загрязнений воздушного бассейна [1].

Актуальность исследования загрязнения урбанизированных территорий дисперсной фракцией, выбрасываемой транспортом, в настоящее время приобретает все большее значение, так как изучение данной проблемы диктуется необходимостью охраны и рационального использования окружающей среды и сохранения благоприятной экологической обстановки в городах.

Пылью называется вид аэрозоля, дисперсная система, состоящая из мелких твердых частиц, находящихся во взвешенном состоянии в газовой среде. Отдельные частицы или их скопления, от ультрамикроскопических до видимых невооруженным глазом, могут иметь любую форму и состав [3].

Твердые частицы являются одним из важнейших агентов модификации состояния окружающей среды: они нарушают и трансформируют естественные биоценозы, вплоть до их гибели, вызывают различные заболевания человека (выступают причиной обострения болезней органов дыхания, кровообращения, а также аллергии различного генезиса).

Наиболее перспективным для решения данной проблемы является путь предупреждения или снижения образования этой тонкой фракции путем наблюдений и контроля с учетом всего многообразия источников поступления ее в воздушное пространство. Так, систематический

надзор за загрязнением атмосферного воздуха пылью в г. Томске проводится Томским центром по гидрометеорологии и мониторингу окружающей среды.

В зимний период 2011–2012 гг. (февраль) во время прохождения производственной и предквалификационной практик на кафедре географии ТГПУ была изучена степень загрязнения г. Томска резиновой пылью от автотранспорта, согласно расчетной методике Н. В. Скалона [2]. Суть данной методики заключается в том, что на основании подсчета и учета количества и категорий транспортных единиц определяется количество выбрасываемой резиновой пыли. Для этого на исследуемых 50 метрах ключевого участка магистрали (ул. Карла Ильмера, Пушкина, пр. Мира) производится подсчет транспортных единиц 2 раза в сутки по 15 минут один раз в час пик (18:00), второй – в обычное время (10:00). При этом для учета различных категорий транспорт классифицируется на маршрутное такси (МТ), грузовые (ГА) и легковые автомобили (ЛА), троллейбусы (Т). Усредненные значения транспортных единиц за три дня представлены в табл. 1 за 2011 г. и в табл. 2 за 2012 г.

Автор методики [2] для расчета количества машин (без учета в ночное время) предлагает принять корректирующие коэффициенты для времени «час пик» – 16 (учитывая повторение 15 минут в 4 часах), а для «обычного времени» – 56 (учитывая повторение 15 минут в 14 часах). В зависимости от времени учета, умножая количество машин определенной категории на один из коэффициентов, можно рассчитать их количество в час пик (КМЧП) (1) и в обычное время (КМОВ) (2). После чего по (3) рассчитывается количество машин в сутки (КМС). Полученные данные для ул. Карла Ильмера, Пушкина и пр. Мира представлены в табл. 3, 4.

$$\text{КМЧП} = \text{КМ} \times 16, \quad (1)$$

$$\text{КМОВ} = \text{КМ} \times 56, \quad (2)$$

$$\text{КМС} = \text{КМЧП} + \text{КМОВ}. \quad (3)$$

Зная, сколько транспортных единиц соответствующей категории проходит на каждом ключевом участке, рассчитывается количество автомобильной резиновой пыли, выделяемое на исследуемые 50 метров дороги за сутки. Так, полученное количество машин в сутки (КМС) каждой категории умножается на средний выброс резиновой пыли от

одной транспортной единицы (количество выбрасываемой резиновой фракции для одного маршрутного такси – 0,005 г, для грузового автомобиля – 0,008 г, для легкового автомобиля – 0,00125 г, для троллейбуса – 0,008 г) (табл. 5, 6).

Далее возможно рассчитать количество выбрасываемой резиновой пыли за временной интервал (месяц, сезон, год) для отдельных категорий транспорта и в целом для потока.

Т а б л и ц а 1

**Среднее количество автотранспорта
за расчетное время на ключевых участках, ед., 2011 г.**

Ключевой участок	Ул. Карла Ильмера (16.02.–18.02.)				Ул. Пушкина (22.02.–24.02.)				Пр. Мира (09.02.–11.02.)			
	Категория транспорта											
Время	МТ	ГА	ЛА	Т	МТ	ГА	ЛА	Т	МТ	ГА	ЛА	Т
Час пик	6,0	11,3	278,7	0	81,0	45,3	784,7	8,0	48,7	21,3	617,0	10,0
Обычное время	7,0	20,7	127,7	0	80,3	75,7	726,0	11,7	52,3	62,3	414,7	8,7
Итого	451,4				1 812,7				1 235,0			

Т а б л и ц а 2

**Среднее количество автотранспорта
за расчетное время на ключевых участках, ед., 2012 г.**

Ключевой участок	Ул. Карла Ильмера (31.01.–2.02.)				Ул. Пушкина (07.02.–09.02.)				Пр. Мира (13.02.–15.02.)			
	Категория транспорта											
Время	МТ	ГА	ЛА	Т	МТ	ГА	ЛА	Т	МТ	ГА	ЛА	Т
Час пик	5,0	17,0	128,7	0	78,7	48,0	957,0	11,3	67,3	34,7	763,0	3,7
Обычное время	5,0	12,7	269,3	0	59,0	61,7	705,0	11,3	43,7	66,0	378,3	3,0
Итого	437,7				1 932,0				1 359,7			

Т а б л и ц а 3

**Среднесуточное количество транспортных единиц,
рассчитанных с учетом корректирующих коэффициентов, ед., 2011 г.**

Ключевой участок	Ул. Карла Ильмера				Ул. Пушкина				Пр. Мира			
	Категория транспорта											
Временной интервал	МТ	ГА	ЛА	Т	МТ	ГА	ЛА	Т	МТ	ГА	ЛА	Т
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
КМЧП	96,0	180,8	4 459,2	0	1 296,0	724,8	12 555,2	128,0	779,2	340,8	9 872,0	160,0

Продолжение табл. 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
КМОВ	392,0	1 159,2	7 151,2	0	4 496,8	4 239,2	40 656,0	655,2	2 928,8	3 488,8	23 223,2	487,2
КМС	488,0	1 340,0	1 610,4	0	5 792,8	4 964,0	53 211,2	783,2	3 708,0	3 829,6	33 095,2	647,2
Итого КМС	13 438,4				64 751,2				41 280,0			

Т а б л и ц а 4

**Среднесуточное количество транспортных единиц,
рассчитанных с учетом
корректирующих коэффициентов, ед., 2012 г.**

Ключевой участок	Ул. Карла Ильмера				Ул. Пушкина				Пр. Мира			
	Категория транспорта											
Временной интервал	МТ	ГА	ЛА	Т	МТ	ГА	ЛА	Т	МТ	ГА	ЛА	Т
КМЧП	80,0	203,2	4 308,0	0	1 259,2	768,0	15 312,0	180,8	1 076,8	555,2	12 208,0	59,2
КМОВ	280,0	952,0	7 207,2	0	3 304,0	3 455,2	39 480,0	632,8	2 447,2	369,0	21 184,8	168,0
КМС	360,0	1 155,2	11 516,0	0	4 563,2	4 223,2	54 792,0	813,6	3 524,0	4 251,2	33 392,8	227,2
Итого КМС	13 031,2				6 439,2				41 395,2			

Т а б л и ц а 5

**Среднесуточное количество
выбрасываемой автомобильной резиновой пыли
на ключевых участках, г, 2011 г.**

Ключевой участок	Ул. Карла Ильмера				Ул. Пушкина				Пр. Мира			
	Категория транспорта											
Период	МТ	ГА	ЛА	Т	МТ	ГА	ЛА	Т	МТ	ГА	ЛА	Т
Сутки	2,4	10,7	14,5	0	29,0	39,7	66,5	6,3	18,5	30,6	41,4	5,2
Месяц	72,0	321,0	435,0	0	870,0	1 191,0	1 995,0	189,0	555,0	918,0	1 242,0	156,0
Сезон	216,0	963,0	1 305,0	0	2 610,0	3 573,0	5 985,0	567,0	1 665,0	2 754,0	3 726,0	468,0
Год	876,0	3 905,5	5 292,5	0	10 585,0	14 490,5	24 272,5	2 372,5	6 752,5	11 169,0	15 111,0	1 898,0
Итого в сутки	27,6				141,5				95,7			

**Среднесуточное количество
выбрасываемой автомобильной резиновой пыли
на ключевых участках, г, 2012 г.**

Ключевой участок	Ул. Карла Ильмера				Ул. Пушкина				Пр. Мира			
	Категория транспорта											
Временной интервал	МТ	ГА	ЛА	Т	МТ	ГА	ЛА	Т	МТ	ГА	ЛА	Т
Сутки	1,8	9,2	14,4	0	22,8	33,8	68,5	6,5	17,6	34,0	41,7	1,8
Месяц	54,0	276,0	432,0	0	684,0	1 014,0	2 055,0	195,0	528,0	1 020,0	1 251,0	54,0
Сезон	162,0	828,0	1 296,0	0	2 052,0	3 042,0	6 165,0	585,0	1 584,0	3 060,0	3 753,0	162,0
Год	657,0	3 358,0	828,0	0	8 322,0	12 337,0	25 002,5	2 372,5	6 424,0	12 410,0	15 220,5	657,0
Итого в сутки	25,4				131,6				95,1			

Таким образом, максимальное суммарное количество автомобильной резиновой пыли, выброшенной всеми категориями автотранспорта на 50 метрах дороги, зафиксировано на ул. Пушкина в 2011 г. и составляет 141,5 г/сутки, а минимальное – на ул. Карла Ильмера в 2012 г. – 25,4 г/сутки, что в 6 раз меньше.

При сравнении результатов, полученных за зимний период практик 2011–2012 гг. можно сделать вывод, что существенных изменений на двух исследуемых участках ул. Карла Ильмера и пр. Мира за данный период не произошло. На ул. Пушкина отмечено уменьшение количества выбросов резиновой пыли, что возможно связано с работами по расширению дорожного полотна неподалеку: на участке по ул. Дальне-Ключевская до школы-интерната Томского кадетского корпуса на ул. Пушкина производится строительство дорожной развязки, в связи с чем перекрыта ул. 79-й Гвардейской Дивизии (от пер. Нового до ул. Вокзальной), что повлекло изменение пропускной способности изучаемого ключа. Если в 2011 г. выбросы резиновой пыли составляли 141,5 г/сутки, то в 2012 г. – 131,6 г/сутки, что на 9,9 г меньше.

В целом результаты подобного рода исследований тесно связаны с количеством автотранспортных единиц, в связи с чем метеорологические показатели не учитываются, поэтому полученные данные являются весьма приблизительными.

Литература

1. *Панин, В. Ф.* О стратегии улучшения качества приземного воздуха в г. Томске / В. Ф. Панин // Проблемы геологии и освоения недр : тр. VIII Международ. симпозиума им. акад. М. А. Усова студентов и молодых ученых, посвящ. 400-летию г. Томска. Томск : ТПУ, 2004. С. 773–775.
2. *Скалон, Н. В.* Практикум по изучению экологии городов Кузбасса : учеб.-метод. пос. / Н. В. Скалон. Кемерово : КРЭОО «Ирбис», 2006. 128 с.
3. *Советский энциклопедический словарь* / гл. ред. А. М. Прохоров. М. : Советская энциклопедия, 1990. 1630 с.

**СЕКЦИЯ
ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ**

**ДИНАМИКА ИЗМЕНЕНИЯ
МОРФОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ
LACTUCA SATIVA L.
ПОД ФОТОКОРРЕКТИРУЮЩЕЙ ПЛЕНКОЙ**

С. А. Агаева, В. Н. Тишкина, Н. С. Зеленчукова
Томский государственный педагогический университет
Научный руководитель – канд. биол. наук, доцент Н. С. Зеленчукова

Важнейшим фактором окружающей среды для растений является свет, который выступает источником энергии для фотосинтеза и регулятором всех сторон жизнедеятельности растительного организма [1, 2]. В научных исследованиях в качестве эффективных селективных фильтров электромагнитного излучения применяют светокорректирующие полимерные пленки [3–6]. Такие пленки за счет введения в их состав фотолуминофоров преобразуют часть УФ-А излучения в видимую область спектра. Использование светокорректирующих пленок в защищенном грунте приводит к эффекту ускорения процессов жизнедеятельности растений и повышению их урожайности [7].

Цель работы – исследование влияния низкоэнергетического люминесцентного излучения с максимумом 612 нм на морфогенез *Lactuca sativa* L.

Методика. В качестве объекта исследования было выбрано растение *Lactuca sativa* L. сорта «Московский парниковый» (отдел Magnoliophyta, класс Magnoliopsida, порядок Asterales, семейство Asteraceae). Испытания проводили на агробиологической станции Томского педагогического университета (ТГПУ) в период с 28 июня по 26 июля 2011 г. Растения *Lactuca sativa* L. выращивали в сооружениях защищенного грунта арочного типа размером 1 × 1 м, высотой 0,6 м. Сооружения укрывали полиэтиленовыми немодифицированной (контроль) и фотокорректирующей (опыт – 612 – 0,2%) пленками. В состав опытной пленки был введен люминофор (концентрация 0,2%) с максимумом люминесцентного излучения 612 нм.

В процессе роста растений отмечали время появления всходов, проводили измерения морфометрических параметров и продуктивности растений. Статистическую обработку результатов проводили с помощью специализированного пакета «Statistic for Windows» (программа

«Excel») с доверительным интервалом 0,95. На рисунках представлены данные в виде средних арифметических значений с двухсторонним интервалом.

Результаты и обсуждение. Первые две недели достоверных отличий в ростовых параметрах опытных и контрольных растений не наблюдали. Далее отметили ускоренное развитие растений, выращиваемых под светокорректирующей пленкой, что проявилось в увеличении всех морфометрических параметров – высоты розетки, количества листьев, площади ассимилирующей поверхности, сырой и сухой биомассы (см. табл.). Так, у опытных растений *Lactuca sativa* L. отметили увеличение количества листьев на 14%, а на 29-е сутки – на 16% (рис. 1).

Ростовые параметры *Lactuca sativa* L. в возрасте 22 суток

Параметры	Контроль	612 – 0,2%
Количество листьев, шт.	5,60 ± 0,39	7,00 ± 0,00
Сырая масса, г	0,19 ± 0,02	0,46 ± 0,06
Сухая масса, мг	15,48 ± 1,37	29,46 ± 2,15
Площадь листьев, см ²	10,74 ± 0,91	22,19 ± 1,86

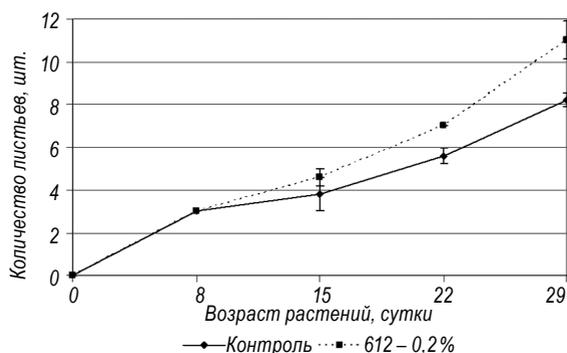


Рис. 1. Динамика изменения количества листьев *Lactuca sativa* L. сорта «Московский парниковый» под светокорректирующей пленкой с максимумом люминесцентного излучения 612 нм

В то же время, у растений, выращиваемых под светокорректирующей пленкой, к 29-м суткам отметили увеличение продуктивности рас-

тений в 2,3 раза, что было сопряжено с увеличением площади ассимилирующей поверхности в 2,17 раза по сравнению с контролем (рис. 2, 3).

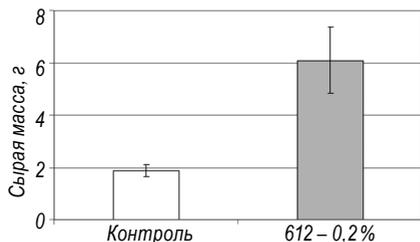


Рис. 2. Сырая масса *Lactuca sativa* L. сорта «Московский парниковый» под светокорректирующей пленкой с максимумом люминесцентного излучения 612 нм (29 суток)

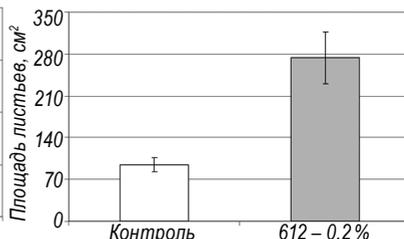


Рис. 3. Площадь листьев *Lactuca sativa* L. сорта «Московский парниковый» под светокорректирующей пленкой с максимумом люминесцентного излучения 612 нм (29 суток)

Таким образом, применение светокорректирующей пленки с добавкой люминофора, люминесцирующего в красной области спектра с максимумом 612 нм, способствует ускоренному развитию и увеличению продуктивности растений *Lactuca sativa* L.

Литература

1. Stapleton, A. E. Ultraviolet radiation and plants: burning questions / A. E. Stapleton // The Plant Cell. 1992. Vol. 4. P. 1353–1358.
2. Franklin, K. A. Light signals, phytochromes and cross-talk with other environmental cues / K. A. Franklin, G. C. Whitelam // J. of Experimental Botany. 2004. Vol. 55, № 395. P. 271–276.
3. Толстиков, Г.А. Полисветаны – фотоиндуцирующие полимерные материалы для покрытия вегетационных сооружений / Г.А. Толстиков // Светокорректирующие пленки для сельского хозяйства : сб. / под ред. В.С. Райда. Томск, 1998. С. 3–4.
4. Rogozin, V. I. Опыт использования светокорректирующих пленок на агробиостанции Томского государственного педагогического университета / В.И. Рогозин, А.С. Минич, В.С. Райда // Там же. Томск, 1998. С. 50–56.
5. Головацкая, И. Ф. Физиолого-биохимические особенности роста и продуктивность растений овощных культур при выращивании под светокорректирующими пленками / И.Ф. Головацкая, В.С. Райда, Р.И. Лещук и др. // Сельскохозяйственная биология. 2002. № 5. С. 47–51.
6. Минич, А. С. Биологическое тестирование светокорректирующих пленок в условиях закрытого грунта при выращивании белокочанной капусты / А.С. Минич, И.Б. Минич, В.С. Райда и др. // Там же. 2003. № 3. С. 112–115.
7. Щелоков, Р.Н. Полисветаны и полисветановый эффект / Р.Н. Щелоков // Изв. АН СССР. 1986. № 10. С. 50–55.

БИОТЕСТИРОВАНИЕ ВОДЫ РЕКИ УШАЙКА

О. В. Васина, Л. В. Лукьянцева

Томский государственный педагогический университет

Река Ушайка – социально значимый водоток, длительное время комплексно используемый населением и подвергающийся загрязнению. Река берет начало на Томь-Яйском междуречье, в 10 км к востоку от с. Межениновка Томской области, впадает в р. Томь с правого берега на 68 км от устья последней, а на протяжении последних 22,7 км протекает по территории города Томска. Общая длина реки – 78 км, площадь водосборного бассейна – 744 км².

В настоящее время насчитывается множество несанкционированных сбросов сточных вод и свалок мусора по берегам реки. Перспектива улучшения сложной экологической ситуации, в которой на протяжении десятилетий находится река, наметилась, когда Ушайка вошла в федеральную программу по обустройству малых рек. Губернатор Томской области В. М. Кресс утвердил концепцию комплексного водоохранного обустройства Ушайки и ее прибрежных территорий. Работы финансируются за счет средств федеральных субвенций, предоставленных Томской области. Работы по механической расчистке русла и увеличению пропускной способности р. Ушайка проводились в 2008–2009 гг. на участках от пос. Степановка до мостового перехода через пр. Комсомольский и до Каменного моста. Но проблемы Ушайки все еще остаются. Проведение дноуглубительных работ землесосом (ковш-насос) неизбежно привело к усилению вторичного загрязнения воды (временное повышение мутности из-за перехода в толщу воды загрязнителей со дна) реки.

Известно, что самоочистительная способность природной воды высока, хотя в межсезонье и в зимний период она снижается. Важно знать качество воды в реке. Под «качеством воды» понимают сочетание химического и биологического состава, физических свойств воды, определяющие ее пригодность для конкретных видов водопользования [1, 3, 5, 8].

Контроль за соблюдением установленных нормативов качества воды производится химико-аналитическими методами. Однако, одновременное присутствие множества веществ даже в концентрациях, не превышающих их ПДК, может порождать биологические эффекты, которые

невозможно предсказать на основе частных химических определений. Контроль за токсичностью стоков и загрязняемых водных объектов может быть проведен методом биотестирования [7].

Биотестирование – один из приемов определения степени токсического действия физических, химических и биологических неблагоприятных факторов среды, потенциально опасных для живых организмов экосистем, в контролируемых экспериментальных лабораторных или натуральных условиях путем регистрации изменений биологически значимых показателей исследуемых водных объектов с последующей оценкой их состояния в соответствии с выбранным критерием токсичности [2]. Под биотестированием понимают лабораторную процедуру, эксперимент по установлению токсичности водной среды с помощью живых организмов – тест-объектов, сигнализирующих об опасности независимо от того, какие вещества и в каком сочетании вызывают изменения жизненно важных функций. Таким образом, тест-объект выступает в роли прибора, выявляющего интегральный биологический эффект комплекса неблагоприятных экологических факторов, в том числе и химической природы.

К естественному составу природных вод добавляется множество чужеродных соединений, химическая природа и биологическая активность которых часто не известны. Токсичность водной среды и донных отложений для гидробионтов возникает вследствие появления в ней загрязняющих веществ природного или антропогенного происхождения. Среди многообразия токсикантов, поступающих в природные воды, наибольшее значение имеют три класса веществ: тяжелые металлы, пестициды и детергенты [8]. Компонентами токсикогенного стока могут быть собственно речной сток, промышленно-городской сток, сельскохозяйственный сток, сбросы с очистных сооружений, что в целом создает неустойчивость гидрохимического режима.

Специалистами разработаны и предлагается ряд биотестов, основной принцип которых – выявление достоверных различий между опытом (среда, содержащая токсиканты) и контролем («чистая» вода) по какому-либо показательному параметру, функции тест-объекта [1, 3, 6]. В качестве тест-параметра может служить гибель тест-объекта, изменение активности движения, частоты дыхания, плодовитости и др. Тест-объекты с известной степенью приближения дают количественную оценку уровня загрязнения водной среды – природной, сточной.

Любая популяция неоднородна в отношении чувствительности к токсиканту, в ней есть особи резистентные и толерантные, и токсикант в плане дальнейшей судьбы популяции действует как фактор отбора. Одним из главных критериев благополучия, с точки зрения популяции, является соотношение между рождаемостью и смертностью. Учесть его в естественных условиях очень трудно, но оно отчетливо может быть охарактеризовано в опытах на синхронизированной культуре животных с коротким жизненным циклом.

Методически использование таких тест-объектов, как ветвистоусый рачок *Daphnia magna* Straus (Arthropoda, Crustacea), в краткосрочных (до 96 ч) и хронических опытах оправданно, и закреплено международным стандартом [1, 4, 6, 8]. Этот рачок удовлетворяет требованиям постановки опыта, так как он относительно крупных размеров, широко распространен в водоемах Сибири, быстро размножается и его легко культивировать. Критериями токсичности в опытах с дафнией считается выживаемость, плодовитость (в хроническом опыте), поведенческие реакции.

Целью нашей работы были постановка методики опыта по биотестированию и оценка степени токсичности воды участков реки Ушайка.

Методика основана на определении изменений выживаемости дафний при воздействии токсических веществ, содержащихся в тестируемой воде, по сравнению с контролем. Был проведен краткосрочный опыт, при котором токсическое действие исследуемой воды на дафний определяется по их смертности за определенный период времени (4 суток). Критерием токсичности служит гибель 50% и более особей дафний за 96 часов опыта (4 суток) в исследуемой воде при условии, что в контроле гибель особей тест-объекта не превышает 10%. В опытах используют молодых (возраст – 1–2 суток) рачков дафнии.

Для опытов по биотестированию природной воды было выбрано два участка в нижнем течении реки: выше основных жилых кварталов города Томска, в районе микрорайона Степановка (условно «чистый» участок реки) и в устьевом участке реки, в районе площади Ленина. Для постановки краткосрочного опыта природная вода была отобрана из реки 16 октября 2008 г. Сроки опыта – 16–20 октября 2008 г. Опыты по биотестированию воды реки были выполнены на кафедре общей биологии и экологии биолого-химического факультета ТГПУ.

В ходе опыта в воде, которая была отобрана в районе площади Ленина, погибло 18,6% дафний. Можно сделать вывод, что вода реки Ушайки

оказывала токсическое действие на тест-объекты в очень слабой степени. Возможно, часть особей в опыте могла погибнуть из-за механических травм, в ходе смены воды в опытных сосудах; из-за стресса при пересадке; смены химического состава среды.

Гибель в опыте тест-объектов в воде, отобранной в районе пос. Степановка, составила 3%. Таким образом, вода этого участка реки не оказывала токсического воздействия на тест-объекты.

Было замечено, что в сосудах с контрольной выборкой тест-объектов в ходе опыта также наблюдалась гибель рачков. В связи с этим возникает необходимость проводить тестирование и водопроводной воды (водопроводную воду дезинфицируют хлором, а в последнее время стали добавлять йод), с тем чтобы оценить ее качество.

В целом, можно заключить, что вода р. Ушайка, отобранная с двух участков в границах г. Томска 16 октября 2008 г., не оказывала токсического воздействия на дафний.

Литература

1. *Жмур, Н. С.* Государственный и производственный контроль токсичности вод методами биотестирования в России / Н. С. Жмур. М. : Международный дом сотрудничества, 1997. 114 с.
2. *Зенин, А. А.* Гидрохимический словарь / А. А. Зенин, Н. В. Белоусова. Л. : Гидрометеоиздат, 1988. 238 с.
3. *Контроль* химических и биологических параметров окружающей среды // Энцикл. «Экометрия». СПб. : Кримас+, 1998. 851 с.
4. *Методическое* руководство по биотестированию воды. РД–118–02–90. М., 1991. 71 с.
5. *Парфенова, Г. К.* Состояние качества воды рек Томи и Ушайки / Г. К. Парфенова. Томск, 1995. 102 с.
6. *Туманов, А. А.* Водные беспозвоночные как аналитические индикаторы / А. А. Туманов, И. Е. Постнов // Гидробиологический журнал. 1983. Т. 19, вып. 5. С. 3–16.
7. *Филенко, О. Ф.* Биологические методы контроля качества окружающей среды / О. Ф. Филенко // Экологические системы и приборы. 2007. № 6. С. 18–20.
8. *Фомин, Г. С.* Вода. Контроль химической, бактериальной и радиационной безопасности по международным стандартам : энцикл. справочник / Г. С. Фомин. М., 1995. 618 с.

ЗАПАСЫ БИОМАССЫ РЯМА КИРСАНОВСКОГО БОЛОТА

М. В. Волознева¹, Е. А. Головацкая², Е. В. Порохина¹

¹Томский государственный педагогический университет

²Институт мониторинга климатических и экологических систем
(ИМКЭС СО РАН), Томск

Изучение биологической продуктивности растительных сообществ является одной из важных задач в исследовании круговорота веществ в биосфере. В настоящее время в литературе накопилось много данных о биологической продуктивности различных экосистем, в том числе и болотных [1–5]. Следует отметить, что в работах по изучению биологической продуктивности болотных экосистем большое внимание уделяется травяно-кустарничковому и моховому ярусам, тогда как продуктивность древесного яруса до сих пор слабо изучена [6–8]. Исследование запасов и структуры биомассы проводилось в основном для оценки изменения растительного покрова при осушении болот в целях лесомелиорации, а также для оценки баланса углерода в болотных экосистемах.

Цель работы – исследовать запасы и структуру биомассы ряма Кирсановского болота.

Объект исследований. Объектом исследований является сосново-кустарничково-сфагновый фитоценоз (рям) олиготрофного болота Кирсановское. Болото расположено около поселка «86-й квартал» (Томский район Томской области). Данная территория находится в зоне действия Томского водозабора. Микрорельеф ряма Кирсановского болота представлен моховыми подушками и приствольными буграми высотой до 50 см, занимающими около 50% поверхности.

Древесный ярус состоит из *Pinus silvestris* L. с единичными растениями *Pinus sibirica* Du Tour, кустарничковый ярус представлен *Ledum palustre* L. (багульник болотный), *Chamaedaphne calyculata* (L.) Moench. (мирт болотный), *Vaccinium vitis-idea* L. (брусника обыкновенная), *Vaccinium oxycoccus* L. (клюква болотная), *Andromeda polifolia* L. (подбел многолистный). В травяном ярусе преобладает *Rubus chamaemorus* L. (морощка), а моховой ярус сложен преимущественно *Sphagnum angustifolium* (Russ. Ex Russ.) C. Jens (сфагнум узколистный).

Методы исследований. Запасы и структуру биомассы ряма Кирсановского болота определяли в июле 2009 и 2010 г. При этом в 2009 г. запасы биомассы рассматривали с учетом древесного яруса. Запасы фитомассы древесного яруса определяли по Храмову и Валуцкому [6]. Надземную продукцию определяли укосным методом, подземную – методом монолитов Шалыта в трех повторностях (1960) [7].

Статистическая обработка данных выполнялась при помощи программы Microsoft Office Excel.

Вегетационный период 2009 г. в Томском районе согласно ГТК (гидротермический коэффициент) характеризуется как влажный и прохладный (ГТК = 1,79). Особенностью вегетационного периода 2009 г. является избыточно влажный теплый июль и недостаточно увлажненные май и сентябрь.

Вегетационный период 2010 г. можно охарактеризовать как засушливый (гидротермический коэффициент или ГТК = 0,89). Особенностью вегетационного периода были очень засушливыми май и сентябрь.

Результаты исследований. Рассмотрим структуру биомассы в погодных условиях 2009 г. Общие запасы биомассы (без учета древесного яруса) на ряме составляют (4914,6 г/м²). Запасы фитомассы составляют 27% (1359,9 г/м²) от общего запаса биомассы.

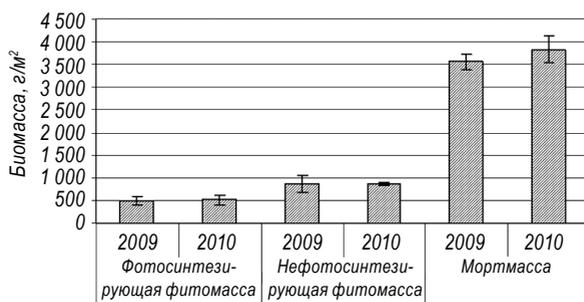


Рис. 1. Структура запасов биомассы на ряме Кирсановского болота (без учета древесного яруса)

Живая фитомасса ряма характеризуется большим количеством кустарничков и составляет 4,8% (236,4 г/м²), а значит, значительно увеличивается вклад листьев и стеблей кустарничков в запасы фитомассы. В тоже время количество трав в растительном покрове ряма низкое

и составляет всего 0,05 % (2,3 г/м²) от общего запаса биомассы. Запасы фотосинтезирующей фитомассы на ряме составляет 9,9% (489,4 г/м²) от общих запасов биомассы. Запасы нефотосинтезирующей фитомассы в 1,78 раз превышают запасы фотосинтезирующей фитомассы (871 г/м²) и сопоставимы с литературными данными [9].

Мортмасса имеет важное значение, так как является исходным материалом для торфообразования в фитоценозах. Количество мортмассы определяется характером растительности и погодными условиями. Следует отметить, что максимальный вклад в общие запасы биомассы на ряме вносит именно мортмасса, которая составляет 72,3% (3 554,7 г/м²) от общего запаса биомассы.

Рассмотрим запасы биомассы с учетом древесного яруса. Общий запас надземной фитомассы древостоя составляет 18 722 г/м². Фотосинтезирующая фитомасса составляет лишь 4,5% от веса их надземной части, что для исследуемого древостоя дает оценку 875 г/м². Наиболее сложно оценить запасы корней древесного яруса. Согласно литературным данным [10], масса корней деревьев составляет 25% от веса их надземной части, что для исследуемого древостоя дает оценку 4 680 г/м². В целом полученные результаты превышают литературные данные, что связано с густотой стояния древостоя, а также влиянием водозабора на объект исследования.

Таким образом, общий запас биомассы с учетом древесного яруса составил 23 636,6 г/м². Фотосинтезирующая фитомасса с учетом древесного яруса составила 1 361,4 г/м².

Рассмотрим запасы и структуру биомассы в погодных условиях 2010 г. В 2010 г. запасы биомассы (без учета древесного яруса) составляют 5 211,1 г/м², что несколько больше, чем в прошлом году.

Запасы фитомассы в 2010 г. составляют 26,5% (1 378,8 г/м²) от общего запаса биомассы, что не превышает данные 2009 г.

Однако в структуре запасов фитомассы наблюдаются некоторые отличия. Засушливые погодные условия в течение вегетационного периода 2010 г. способствовали тому, что запасы фитомассы кустарничков снизились до 3% от общей биомассы (159,2 г/м²), а травы практически отсутствовали. Запасы фотосинтезирующей фитомассы не превышают запасов 2009 г. и составляют 9,8% (531,6 г/м²). В условиях 2010 г. запасы нефотосинтезирующей фитомассы больше, чем в 2009 г. и составляют 16,6% (865,3 г/м²). Запасы мортмассы на ряме составляют 73,4%

от общей биомассы, что незначительно превышает данные, полученные в 2009 г.

Заключение. В результате проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

1. Средние запасы биомассы за 2009–2010 гг. исследования с учетом древесного яруса составляют 23 784,9 г/м², из них более 70% приходится на долю древесного яруса.

2. Средние запасы фотосинтезирующей фитомассы составляют 1 385 г/м², доля древесного яруса в запасах фотосинтезирующей фитомассы составляет 63%.

3. Среди фитомассы как с учетом, так и без учета древесного яруса преобладает нефотосинтезирующая фитомасса.

Полученные данные свидетельствуют о необходимости учета древесного яруса при оценке запасов углерода и изучении баланса углерода болотных экосистем.

Литература

1. *Базилевич, Н.И.* Биологическая продуктивность экосистем Северной Евразии / Н.И. Базилевич. М.: Наука, 1993. 295 с.

2. *Родин, Л.Е.* Динамика органического вещества и биологический круговорот зольных элементов и азота в основных типах растительности земного шара / Л.Е. Родин, Н.И. Базилевич. М.; Л., 1965. 253 с.

3. *Базилевич, Н.И.* Биологический круговорот на пяти континентах: азот и зольные элементы в природных наземных экосистемах / Н.И. Базилевич, А.А. Титлянова. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2008. 381 с.

4. *Косых, Н.П.* Фитомасса, продукция и разложение растительных остатков в олиготрофных болотах средней тайги Западной Сибири / Н.П. Косых, Н.П. Миронычева-Токарева, Е.К. Паршина // Вестн. Томского гос. пед. ун-та (Tomsk State Pedagogical University Bulletin). 2009. Вып. 3 (81) С. 63–69.

5. *Косых, Н.П.* Болотные экосистемы таежной зоны Западной Сибири: фитомасса и продукция: автореф. дис. ... канд. биол. наук / Н.П. Косых. 2003. 23 с.

6. *Храмов, А.А.* Лесные и болотные фитоценозы Восточного Васюганья / А.А. Храмов, В.И. Валуцкий. Новосибирск: Наука; Сибирское отделение, 1977. 219 с.

7. *Шалыт, М.С.* Методика изучения подземной части растений / М.С. Шалыт // Полевая геоботаника. 1960. Т. 2. С. 369–447.

8. *Махатков, И.Д.* Запасы фитомассы и годичная продукция верховых болот средней тайги / И.Д. Махатков, Н.П. Косых, С.А. Романцев // Торфяники Западной Сибири и цикл углерода: прошлое и настоящее: материалы II международ. полевого симпозиума. Томск: Изд-во НТЛ, 2007. С. 112–115.

9. *Головацкая, Е.А.* Биологическая продуктивность олиготрофных и эвтрофных болот южно-таежной подзоны Западной Сибири / Е.А. Головацкая // Журнал Сибирского федерального университета. Биология. 2009. Т. 2, № 1. С. 38–53.

10. Козловская, Л. С. Динамика органического вещества в процессе торфообразования / Л. С. Козловская, В. М. Медведева, Н. И. Пьявченко. Л. : Наука, 1978. 176 с.

СРАВНИТЕЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ УЧАСТИЯ КОМПОНЕНТОВ АНТИОКСИДАНТНОЙ СИСТЕМЫ В БИОХИМИЧЕСКОЙ АДАПТАЦИИ РАСТЕНИЙ БОЛОТНЫХ ЭКОСИСТЕМ

Т. В. Гаранина, А. Г. Муратова, С. А. Войцековская
Томский государственный педагогический университет

С целью мониторинга функционирования болотных экосистем на территории Томской области было проведено сравнительное изучение участия антиоксидантных систем растений-продуцентов в формировании устойчивости к неблагоприятным воздействиям, в том числе и к условиям кислородной недостаточности как одному из ведущих лимитирующих для растений факторов.

В адаптации растений к неблагоприятным воздействиям важная роль принадлежит функционированию эффективных антиокислительных систем, способных обеспечить защиту от активных форм кислорода, накапливающихся при разных формах стресса. Антиокислительные системы состоят из низкомолекулярных соединений (аскорбиновая кислота, каротиноиды, глутатион, токоферол, флавоноиды) и ферментов (пероксидаза, каталаза, супероксиддисмутаза и др.) [1]. В неблагоприятных условиях растения способны к индукции активности антиоксидантной системы, в результате они приобретают устойчивость к действующему фактору. Накоплен экспериментальный материал, который свидетельствует, что растения, устойчивые к недостатку кислорода, обладают более высоким содержанием аскорбата, токоферола, активностью защитных ферментов [2]. В процессе переноса электронов, накапливающихся в дыхательной цепи клетки в условиях дефицита кислорода, на молекулярный кислород образуются его активные формы (супероксид-ион, перекись водорода), которые атакуют липиды мембран, денатурируют белки и нуклеиновые кислоты, существенно повреждая растительные клетки [3].

Цель эксперимента состояла в сравнительном исследовании участия компонентов антиокислительной системы в хвое сосны обыкновенной *Pinus sylvestris* L. (семейство Pinaceae) из болотных и других естественных экосистем в Томском и Бакчарском районах Томской области (окрестности с. Победа, Большое Протопопово и Тимирязево (контроль) и Таган, Польшнянка (опыт)). Данный опыт позволяет иметь прогноз биохимического состояния болотных растений в условиях потепления климата и изменения водного режима болотных экосистем. Исследования проводились на двухлетней развитой хвое, отобранной в августе и сентябре 2011 г.

Сумму каротиноидов определяли в этиловом спирте на спектрофотометре UV-1650 pc UV-spectrophotometer (Shimadzu) при длине волны 440,5 нм [4]. Определение активности каталазы проводили по методу Баха и Опарина [5]. Содержание свободной и связанной аскорбиновой кислоты исследовали, используя 2,6-дихлорфенолиндофенол [5]. Результаты обрабатывали статистически с помощью компьютерных программ Excel и Statistica 6.0. В таблицах приведены средние арифметические и их среднеквадратичные отклонения. Разницу между сравниваемыми средними значениями оценивали с помощью критерия Стьюдента при уровне значимости $P \leq 0,05$.

Проведенные исследования показали, что активность фермента каталазы в двухлетней хвое сосны обыкновенной болотных экосистем (Таган, Польшнянка) достоверно уменьшалась по сравнению с сосной экосистемы соснового бора (Тимирязево). Так, каталазная активность в хвое сосны, произрастающей в условиях низинного болота (Таган), была в 2 раза ниже, а в условиях верхового болота (Польшнянка) – в 4 раза ниже соответствующих показателей хвои сосны лесной экосистемы (см. табл. 1).

Т а б л и ц а 1

Активность каталазы в двухлетней хвое *Pinus sylvestris* L. экосистем соснового бора (Тимирязево) и болотных экосистем (Таган, Польшнянка), мг/г сырой массы перекиси водорода, разложенной ферментом

Экосистема	Активность каталазы
Тимирязево (контроль)	45,33 ± 2,427
Таган, пункт 1 (опыт)	24,00 ± 1,213*
Польшнянка (опыт)	11,33 ± 0,525*

Примечание. * – различия между контролем и опытом достоверны при $P \leq 0,05$.

Каталаза – основной фермент, ликвидирующий избыточные количества пероксида водорода, содержится во всех аэробных организмах. Активность каталазы в растениях связана в основном с митохондриями, цитоплазмой и пероксисомами. Каталаза способна эффективно работать при высокой концентрации пероксида водорода [1, 2].

Антиокислительные системы растений состоят из антиоксидантных ферментов и низкомолекулярных соединений. Низкомолекулярные антиоксиданты могут быть гидрофильными и гидрофобными. Аскорбиновая кислота находится в водной фазе клетки, в хлоропластах, митохондриях и других структурах, также в межмембранном пространстве клеточных органелл. Как восстанавливающий агент, аскорбиновая кислота способна напрямую реагировать с супероксидным, гидроксильным и токофероксильным радикалами [2]. Интересно, что в хвое сосны, произрастающей в условиях верхового болота (Полынянка), обнаружено более высокое содержание аскорбиновой кислоты, по сравнению с хвоей сосны, как в экосистеме Тимирязево, так и в экосистеме Протопопово, что, вероятно, свидетельствует о ее защитной роли (табл. 2).

Т а б л и ц а 2

Содержание аскорбиновой кислоты в двухлетней хвое *Pinus sylvestris* L. экосистем соснового бора (Тимирязево, Протопопово) и болотной экосистемы (Полынянка), мг%

Экосистема	Содержание аскорбата
Тимирязево (контроль)	374,0±0,91
Протопопово (контроль)	444,6±0,82
Полынянка (опыт)	506,0±0,90*

Примечание. * – различия между контролем и опытом достоверны при $P \leq 0,05$.

К липофильным антиокислителям относятся каротиноиды. Каротиноиды способны дезактивировать многие активные формы кислорода, особенно синглетный кислород. Не менее важными в защите клеточных структур являются реакции взаимодействия каротиноидов с органическими радикалами жирных кислот, обрывающие цепь свободно-радикального окисления, защищая мембраны клетки от деструкции. Исследования показали, что в сформированном фотосинтетическом аппарате при близких условиях произрастания (биоценозы соснового леса в Победе и Большом Протопопово) количество каротиноидов в двухлетней хвое сосны обыкновенной достоверно не отличались (табл. 3).

**Сравнительная характеристика содержания каротиноидов
в двухлетней хвое *Pinus sylvestris* L. экосистем соснового бора
(Победа, Протопопово) и болотных экосистем (Таган, Полынянка),
мкг/г сырой массы**

Экосистема	Сумма каротиноидов
Победа (контроль)	284 ± 12
Протопопово (контроль)	299 ± 6
Таган, пункт 1 (опыт)	211 ± 5*
Таган, пункт 2 (опыт)	203 ± 2*
Таган, пункт 3 (опыт)	148 ± 7*
Полынянка (опыт)	95 ± 4*

Примечание. * – различия между контролем и опытом достоверны при $P \leq 0,05$.

Исследование пигментного фонда хвои сосны болотных экосистем показало, что содержание желтых пигментов достоверно уменьшалось у болотных растений по сравнению с контрольными вариантами. Больше всего эта разница была выражена для болотных растений в Бакчарском районе (Полынянка), что, по-видимому, обусловлено своеобразным сочетанием эдафических и климатических факторов, характерных для сфагновых болот. Отмечены определенные связи между изменениями в содержании аскорбата и каротиноидов. В хвое болотных растений сохранялось высокое содержание аскорбата, но интенсивно расходовались каротиноиды. Известно, что аскорбат выполняет защитную функцию уже на первых этапах образования активных форм кислорода в гидрофильной среде, тогда как каротиноиды защищают мембранно-связанные компоненты в гидрофобной среде.

Обнаруженные разнонаправленные изменения содержания антиоксидантов в хвое сосны болотных и лесных экосистем свидетельствуют о видовых особенностях реакции на длительное затопление ассимиляционного аппарата растений. Участие веществ, обладающих антиоксидательными свойствами: каталазы, аскорбиновой кислоты, каротиноидов, создает мощный антиоксидательный пул веществ в надземных органах, поддерживает коррелятивные связи между корневой системой и фотосинтезирующими органами, необходимые для выживания растений в условиях дефицита кислорода для корневой системы.

Литература

1. *Чупахина, Г.Н.* Природные антиоксиданты (экологический аспект) : монография / Г.Н. Чупахина, П.В. Масленников, Л.Н. Скрыпник. Калининград, 2011. 111 с.
2. *Чиркова, Т.В.* Физиологические основы устойчивости растений / Т.В. Чиркова. Л. : Изд-во Санкт-Петербургского ун-та, 2002. 240 с.
3. *Вартапетян, Б.Б.* Учение об анаэробном стрессе растений – новое направление в экологической физиологии, биохимии и молекулярной биологии растений. 2. Дальнейшее развитие проблемы / Б.Б. Вартапетян // Физиология растений. 2006. Т. 53, № 6. С. 805–836.
4. *Шлык А.А.* Определение хлорофиллов и каротиноидов в экстрактах зеленых листьев / А.А. Шлык // Биохимические методы в физиологии растений / под ред. О.А. Павлиновой. М. : Наука, 1971. С. 154–170.
5. *Лещук, Р.И.* Практикум по биохимии / Р.И. Лещук, О.Б. Вайшля, С.А. Войцекская. Томск : Изд-во ТГУ, 2002. 192 с.

ПРИМЕНЕНИЕ ГЕНЕАЛОГИЧЕСКОГО МЕТОДА ДЛЯ ВЫЯСНЕНИЯ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ НАСЛЕДОВАНИЯ МАСТИ У СОБАК ПОРОДЫ ЛАБРАДОР-РЕТРИВЕР

А. А. Гребнев, В. П. Перевозкин

Томский государственный педагогический университет

Лабрадор-ретривер в настоящее время является одной из популярных пород в мире. Интерес к породе обусловлен, прежде всего, ее функциональностью: собаки обладают прекрасным обонянием, легко поддаются дрессировке и характеризуются устойчивой нервной системой. В связи с этим лабрадоры нередко используются в качестве поводырей для незрячих людей, состоят на службе в правоохранительных и спасательных органах, а также известны как хорошие охотники.

Интерес к породе подогревается еще и тем, что первые лица многих государств и мировые знаменитости являлись или являются владельцами этих собак, например: английская королева, принц Чарльз, королевская семья Монако, американский, российский и французский президенты, семья Ротшильдов.

Наш интерес к этой породе возник в связи с обращением к нам двух томских обладателей собак этой породы с тем, чтобы выяснить генотипы их питомцев в отношении масти по имеющимся фенотипическим

родословным, что позволило бы дать прогноз в отношении потомства от этих пробандов.

Материалом для исследования послужили две родословные собак породы лабрадор-ретривер. Выяснение генотипов анализируемых собак осуществлялось с помощью генеалогического метода, который уместно использовать для изучения характера наследования определенного признака или оценки вероятности его появления в будущем, если данный признак прослеживается в череде поколений.

Согласно международному стандарту FCI для породы утверждены три масти: черная, коричневая и палевая. Известно, что у собак за черный и коричневый окрас отвечают два аллеля одного гена: доминантный (*B*) детерминирует черный цвет, рецессивный (*b*) – коричневый [1].

Однако учитывая три фенотипа у лабрадоров и более сложный характер расщепления в родословных, чем при моногенном наследовании, нами было определено, что за данный признак (масть) отвечают два взаимодействующих гена. Второй ген (обозначен (*E*)), будучи в гомозиготе в рецессивном состоянии, ингибирует ген (*B*), что обуславливает палевый окрас. Таким образом, тип наследования масти данной породы следует рассматривать как рецессивный эпистаз [2].

Выяснив генетическую детерминацию масти породы, нами были рассчитаны наиболее вероятные генотипы собак в четырех поколениях обоих родословных, в том числе интересующих пробандов (рис. 1).

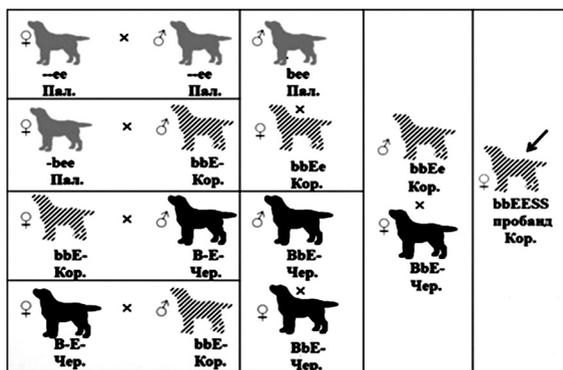


Рис. 1. Генеалогическая линия пробанда-суки (Барселона).
 Обозначения масти: Чер. – черная; Кор. – коричневая;
 Пал. – палевая. Стрелкой обозначен пробанд

У кабеля был отмечен еще один элемент окраса – небольшое белое пятно на груди, известный как «ирландская пятнистость», за который согласно литературным источникам отвечает ген (*s*). Белая прядь проявляется, если (*s*) находится в рецессивной гомозиготе (рис. 2) [3].

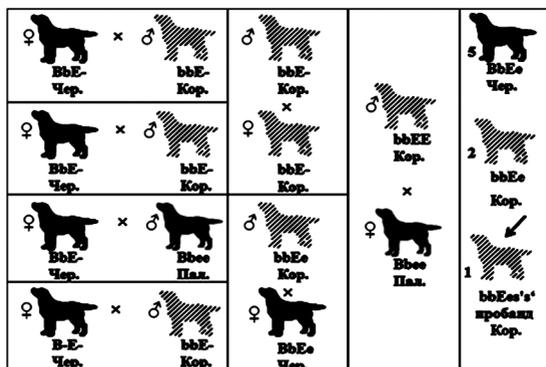


Рис. 2. Генеалогическая линия пробанда-кобеля (Бег)

У других собак в родословных данных фен не отмечен, однако, учитывая, что среди 18 потомков от пробандов этот признак не проявился, мы сделали вывод, что у самки Барселоны по данному гену – доминантная гомозигота.

Зная генотипы пробандов, был сделан прогноз масти их потомков: все щенки должны быть коричневыми (рис. 3). Этот прогноз полностью подтвердился, причем в двух приплодах.

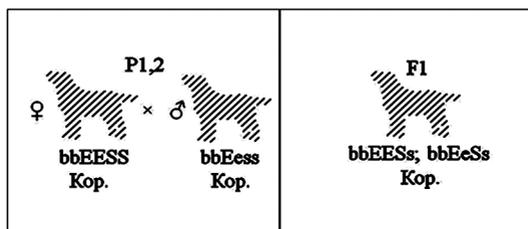


Рис. 3. Потомство (F1) от скрещивания двух пробандов

Также у сибсов F1 были выявлены два оттенка коричневого окраса: половина оказалась более светлыми, другая половина – более темны-

ми. Согласно литературным данным за данный эффект отвечает(ют) так называемый(е) ген(ы)-модификатор(ы) [3]. Исходя из характера расщепления в потомстве и при допущении моногенной детерминации этого эффекта, у одного пробанда данный ген должен находиться в рецессивной гомозиготе (ослабление пигментации), а у другого – в гетерозиготе (более темная пигментация).

Таким образом, по результатам работы можно сделать следующие выводы:

1. Признак фоновой масти у собак породы лабрадор-ретривер детерминирован двумя взаимодействующими генами по типу рецессивного эпистаза (B, b, E, e). Ген (e) в гомозиготе является ингибитором гена фоновой окраски.

2. На основании анализа родословных выяснены генотипы двух пробандов: сука (Барселона) – $bbEESS$, кабель (Бег) – $bbEess$. Гомозигота (ss) обуславливает «ирландскую пятнистость» у кабеля.

3. Сибсы первого поколения имеют генотип $bbE-Ss$ и являются носителями гена «ирландской пятнистости».

4. Среди сибсов F1 зарегистрированы две формы коричневого окраса: темную окраску задают положительные гены модификаторы, а более светлую окраску – отрицательные гены модификаторы.

Литература

1. Робинсон, Р. Генетика окрасов собак / Р. Робинсон ; пер. Н. Ю. Адо. М., 1995. 88 с.
2. Лобашев, М. Е. Генетика с основами селекции : учеб. пос. для студ. пед. ин-тов по биол. спец. / М. Е. Лобашев, К. В. Ватти, М. М. Тихомирова. 2-е изд., перераб. М. : Просвещение, 1979. 304 с.
3. Уилис, М. Б. Генетика собак / М. Б. Уилис ; пер. с англ. М. Дуброва. М. : Центрполиграф, 2000. 604 с.

МЕТАНОГЕННАЯ И МЕТАНОТРОФНАЯ АКТИВНОСТЬ МИНЕРАЛЬНЫХ И ТОРФЯНЫХ ПОЧВ

А. А. Еськина, М. А. Сергеева

Томский государственный педагогический университет

Метан – микропримесная газовая составляющая атмосферы, ежегодная концентрация которого возрастает на 1,0% [1]. Хотя концентрация атмосферного метана (КАМ) значительно уступает таковой углекислого газа, метан может вносить существенный вклад в «парниковый эффект» поскольку аккумулирует энергию инфракрасного излучения в 30 раз эффективнее углекислоты. Дальнейшее увеличение КАМ наравне с другими микропримесными газами и аэрозолями может привести к неблагоприятным климатическим изменениям. Большинство исследователей считает, что метан обуславливает третью часть «парникового эффекта» [2]. В этой связи изучение распределения и интенсивности источников образования и особенностей перераспределения во многом позволяет познать его глобальный цикл в атмосфере.

Одним из глобальных источников метана являются торфяные и минеральные почвы. Биологическое образование метана – геохимически важный процесс, который является результатом метаболической активности высокоспециализированной группы бактерий – метаногенов, которые превращают продукты брожения, образованные другими анаэробами в метан. Окисление метана осуществляет тоже строго специфическая группа – метанотрофы. В результате деятельности этих групп микроорганизмов получается вполне замкнутый цикл метана.

Целью работы было оценить метаногенную и метанотрофную активность минеральных и торфяных почв Бакчарского района.

Объекты и методы исследований. Исследования проводились на территории научно-исследовательского полигона, площадью 200 км², расположенного в южной части южно-таежной подзоны Западной Сибири на левобережье р. Оби, в междуречье рек Бакчар – Икса, в окрестностях д. Полынянка Бакчарского района Томской области. В качестве объектов для исследования активности метаногенов и метанотрофов были выбраны минеральная и торфяная почвы этого полигона [3].

В отобранных образцах определялась активность метаногенов и метанотрофов в соответствии с общепринятыми методиками [4], разработанными Институтом микробиологии РАН. Микробиологические исследования проводились в трех повторностях, обработка результатов проводилась с использованием программы «Excel».

Результаты исследований. Проведенные исследования показали, что потенциальная активность метаногенов в минеральной почве изменяется от 0,00 до 0,19 нг $\text{CH}_4/\text{г} \cdot \text{ч}$ (далее – ед.)

С глубиной активность метаногенов увеличивается в зависимости от месяца исследований в 1,1–2 раза. Например, в мае на глубине 0–10 см скорость образования метана составила 0,01 ед. В придонном горизонте (190–200 см) метаногенная активность увеличивалась почти в 2 раза, и составила 0,19 ед. Аналогичная закономерность отмечается во все месяцы исследований (рис. 1).

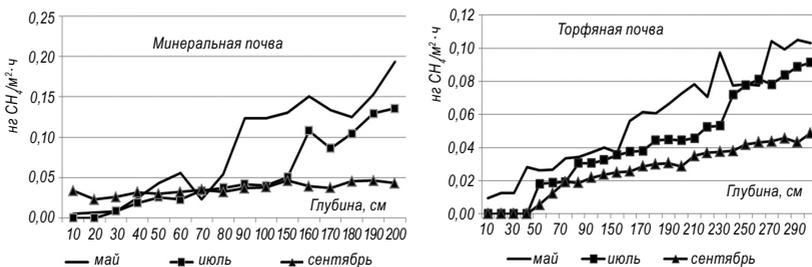


Рис. 1. Метаногенная активность минеральных и торфяных почв

Увеличение скорости образования метана с глубиной объясняется особенностями метаногенных микроорганизмов. Согласно литературным данным [5–8], метаногены относятся к строгим анаэробам, поэтому при отсутствии кислорода в глубоких почвенных горизонтах они функционируют более интенсивно.

Как видно из рис. 1, активность метаногенов и в минеральных, и в торфяных почвах изменяется за вегетационный период. Средняя активность метаногенов в мае составила 0,08 ед., в июле – 0,05 ед., в сентябре – 0,04 ед. Более высокие показатели активности метанообразующей микрофлоры в мае, вероятно, связаны с высокой влажностью в этот период. Активное снеготаяние в лесной зоне и обильные атмосферные осадки привели к снижению концентрации кислорода в почве и образованию

анаэробных условий, что способствовало более интенсивному образованию метана.

В торфяной почве активность метаногенов с глубиной так же увеличивается (рис. 1), что объясняется аналогичными причинами – понижением концентрации кислорода с глубиной.

В целом потенциальная метаногенная активность торфяных почв ниже активности минеральных почв. Максимальная скорость метанообразования в торфяных почвах составила 0,11 ед., что почти в 2 раза ниже по сравнению с максимальными значениями, зафиксированными в почве минерального типа.

Сезонная динамика активности торфяной метанообразующей микрофлоры схожа с динамикой этой группы микроорганизмов в минеральных почвах. Наиболее интенсивно процесс образования метана протекает в мае (среднее за месяц – 0,06 ед.), в июле он ниже в 1,5 раза (0,04 ед.), в сентябре снижается до 0,03 ед.

Таким образом, процесс образования метана более интенсивно протекает в минеральных почвах, что, возможно, связано с их структурой.

Второй группой микроорганизмов, участвующих в цикле метана, являются метанотрофы, которые перехватывают CH_4 , поступающий из анаэробной зоны и образуют так называемый «бактериальный» фильтр у поверхности почв [1].

В минеральных почвах потенциальная активность метанотрофов изменяется от 0,0 до 39,38 ед.

С глубиной метанотрофная активность снижается в зависимости от месяца исследования в 18–30 раз. Например, в мае в поверхностном почвенном горизонте (0–10 см) активность метанооксиляющих микроорганизмов составила 32,5 ед., в придонном горизонте она понизилась до нулевых значений.

Уменьшение скорости образования метана с глубиной объясняется физиологией метанотрофных микроорганизмов: метанотрофы – аэробы, поэтому в глубоких почвенных горизонтах, где кислорода значительно меньше, либо он вообще отсутствует, они функционируют менее интенсивно. Кроме этого более низкие температуры глубоких почвенных горизонтов также понижают активность метанооксиляющих микроорганизмов.

Сезонная активность метанотрофов характеризуется понижением от мая к сентябрю (рис. 2). Средняя активность в мае – 22,03 ед., в июле – 15,20 ед., в сентябре – 7,30 ед.

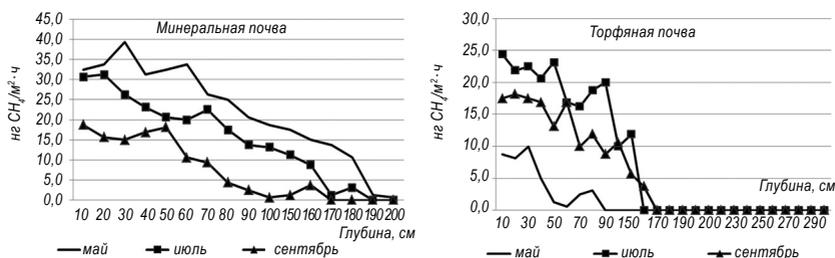


Рис. 2. Метанотрофная активность минеральных и торфяных почв

Метанотрофная активность торфяных почв, как и минеральных, с глубиной снижается: в мае – от 8,7 до 0,0 ед., в июле – от 24,4 до 0,0 ед., в сентябре – от 17,5 до 0,0 ед.

Из рис. 2 видно, что в мае окисление метана прекращалось уже на глубине 80 см, в июле – 150 см, в сентябре – 170 см. Это отличает торфяные почвы от минеральных, в которых окисление метана прекращалось лишь на глубине 180 см, а в мае невысокая метанотрофная активность была зафиксирована даже в придонном горизонте.

Средняя по глубине торфяных почв активность метанотрофов в мае составила 1,51 ед., в июле – 7,93 ед., в сентябре – 5,79 ед. Таким образом, в июле, который характеризовался более высокой температурой торфяной почвы и наименьшим ее обводнением, по сравнению с другими месяцами, отмечается максимальная метанотрофная активность.

Проведенные исследования позволяют сделать следующие выводы:

1. Минеральные почвы характеризуются более высокой метаногенной активностью по сравнению с торфяными почвами. Активность метаногенов в минеральной почве изменяется от 0,00 до 0,19 ед., в торфяной – от 0,00 до 0,11 ед.

2. Метанотрофная активность минеральных почва за период исследований изменялась от 0,00 до 39,38 ед., в торфяных почвах она была ниже примерно в 1,5 раза.

3. Метаногены минеральных и торфяных почв проявляют более высокую активность весной (май), что объясняется сезонными конвекциями воды, приводящими к переувлажнению почвенных горизонтов и снижению их аэрации.

4. Наиболее высокая активность метанотрофов в минеральных почвах была зафиксирована весной (май), в торфяных – летом (июль).

5. Более интенсивно процесс метаногенеза протекает в минеральных почвах, которые характеризуются высокой метаногенной и метанотрофной активностью.

Литература

1. Гальченко, В. Ф. Метанотрофные бактерии / В. Ф. Гальченко. М. : ГЕОС, 2001. 500 с.
2. Болин, Б. Какое количество CO₂ остается в атмосфере? / Б. Болин // Парниковый эффект, изменение климата и экосистемы. Л., 1989. 556 с.
3. Инишева, Л. И. Болотные стационары Томского государственного педагогического университета : коллективная монография / Л. И. Инишева, В. Ю. Виноградов, О. А. Голубина и др. Томск : Изд-во ТГПУ, 2010. 148 с.
4. Звягинцев, Д. Г. Методы почвенной микробиологии и биохимии / Д. Г. Звягинцев. М. : МГУ, 1991. 304 с.
5. Ferry, J. G. Methanogenesis / J. G. Ferry. N. Y. ; L., 1993. 536 p.
6. Коцюрбенко, О. Р. Метаногенные микробные сообщества холодных наземных экосистем / О. Р. Коцюрбенко // Тр. Института микробиологии им. С. Н. Виноградского. 2004. Вып. 12. С. 213–235.
7. Айлрих, Б. Происхождение и циркуляция CH₄ и CO₂ в торфянике / Б. Айлрих, С. Ж. Бернс, Ф. Штайнман // Сокращение эмиссии метана. Новосибирск, 2000. С. 233–239.
8. Заварзин, Г. А. Литотрофные микроорганизмы / Г. А. Заварзин. М. : МГУ, 1973. 322 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ИСХОДНОЙ И ОЧИЩЕННОЙ ПИТЬЕВОЙ ВОДЫ НА СООТВЕТСТВИЕ САНИТАРНО-ГИГИЕНИЧЕСКИМ НОРМАМ

Э. А. Кипова, М. А. Сергеева

Томский государственный педагогический университет

В растениях и животных, состоящих на две трети из воды, содержится 6 тыс. км³ воды. Человеческий организм находится в состоянии непрерывного водного обмена с окружающей средой: он выделяет воду в виде пота и мочи и ежедневно восполняет водные потери пресной водой. Если нет возможности напиться, то наступает угроза обезвоживания (дегидратации) организма. На первой стадии учащается пульс, возникает слабость, затем – головокружение и одышка. При обезвоживании, составляющем 10% от массы тела, происходят нарушение речи, зрения, слуха и потеря сознания. Гибель организма наступает от необ-

ратимых изменений в нервной и сердечно-сосудистой системах при водопотере 15–25% от массы тела (в зависимости от температуры окружающей среды). Влияет на состояние организма человека и качество употребляемой им воды.

Тот факт, что вода может стать причиной массовых болезней, был известен с древних времен. С развитием микробиологии было установлено, что вода выступает как фактор передачи среди людей патогенных микроорганизмов – возбудителей кишечных инфекций. Главным образом речь идет об инфекционных болезнях, вызываемых сальмонеллами, кишечной палочкой, золотистым стафилококком. Кроме того с водой передаются брюшной тиф, холера, дизентерия. Большой удельный вес среди эпидемических болезней, передающихся через воду, занимают так называемые острые кишечные инфекции (ОКИ) не установленной этиологии. Известно, что для кишечных инфекций характерен орально-фекальный путь передачи, т.е. такой инфекцией можно заразиться лишь в том случае, если в организм человека с водой поступит какое-то количество выделений больного или бактерионосителя.

Нарушение санитарных правил и требований при организации водоснабжения, а также в процессе эксплуатации водопровода влекут за собой санитарное неблагополучие, и в первую очередь, рост инфекционных заболеваний среди населения. Согласно исследованиям ВОЗ, наиболее частые причины распространения инфекций водным путем – недостаточная обработка питьевой воды на водопроводах, изношенность водопроводной сети и нарушение правил ее эксплуатации, низкое исходное качество воды источников водоснабжения, бактериальное загрязнение воды в зонах санитарной охраны питьевых водопроводов [1].

Для обеспечения населения Томской области питьевой водой используются подземные воды. Общее количество прогнозных эксплуатационных ресурсов подземных вод по Томской области составляет 38,7 млн м³/сутки, из них надежно защищенных – 31,6 млн м³/сутки, при общей потребности населения в питьевой воде 0,33 млн м³/сутки. Степень разведанности ресурсов подземных вод невысокая. По состоянию на 01.01.2002 г. на территории Томской области разведано 29 месторождений пресных подземных вод и 3 – минеральных [2].

В представленной работе проведены санитарно-гигиенические исследования воды, планируемой к подачи в систему водоснабжения Академгородка г. Томска, из новой подземной скважины, расположенной

в окрестностях с. Заварзино. Исследования проводятся в соответствии с Санитарными правилами и нормами (СанПиН) 2.1.4.1074–01 «Питьевая вода. Гигиенические требования к качеству воды централизованных систем питьевого водоснабжения. Контроль качества». В соответствии с гигиеническими требованиями питьевая вода должна быть безопасна в эпидемическом и радиационном отношении, безвредна по химическому составу и иметь благоприятные органолептические свойства. Качество питьевой воды должно соответствовать гигиеническим нормативам перед ее поступлением в распределительную сеть, а также в точках водоразбора наружной и внутренней водопроводной сети [3].

Цель работы – анализ санитарно-гигиенических свойств питьевой вода, получаемой из вновь оборудованной подземной скважины.

Объекты и методы исследований. В качестве объекта исследования была выбрана подземная вода, планируемая к запуску в водопроводную сеть Академгородка г. Томска в ближайшие 1–2 года. Скважина была разработана в 2010 г., в 2011 г. началась ее пробная эксплуатация.

Для проведения анализа воды было выбрано четыре точки отбора:

Скважина. Вода отбиралась непосредственно из скважины, расположенной в окрестностях с. Заварзино. Отбираемая вода относится к группе подземных вод глубокого залегания. Вода, отобранная из скважины, не проходила очистки, поэтому ее микробиологические показатели должны соответствовать требованиям, предъявляемым к подземным водам, используемым для водоснабжения.

Фильтр. Вода, отобранная в этой точке, прошла очистку через станцию обезжелезивания и песочный фильтр.

Лабораторный кран. Отбираемая вода была подвергнута дополнительной обработке добавлением гипохлорида для улучшения санитарно-гигиенических показателей.

Бойлерная. Эта точка отбора является конечной точкой поступления полностью очищенной и обеззараженной питьевой вода после прохождения по всей водопроводной сети Академгородка.

Для подробного анализа и контроля изменения качества воды в зависимости от климатических и гидрологических условий вода отбиралась во всех четырех пунктах два раза в месяц, с марта 2011 г. по март 2012 г.

В отобранных образцах определялось общее число микроорганизмов, количество общих и термотолерантных колиформных бактерий в соответствии с МУК 4.2.1018–01 [4].

Результаты исследований. В соответствии с нормами СанПиН 2.1.4.1074–01 допустимое общее микробное число в питьевой воде не должно превышать 50 КОЕ/мл, общие колиформные бактерии и термотолетарные колиформные бактерии в питьевой воде должны отсутствовать [3]. Подземная не очищенная вода в соответствии с СанПиН 2.1.4.1110–02 [5] также не должна содержать бактерии из группы колиформных, но общее микробное число может в 10 раз превышать показатели очищенной питьевой воды (500 КОЕ/мл).

Исследования, проводимые в 2011 г., показали, что вода из новой скважины в некоторые месяцы не соответствует требованиям. Это относится и к исходной, и к очищенной воде, поданной в распределительную сеть.

Общее количество микроорганизмов в воде, отобранной непосредственно из скважины, изменялось от 89 до 567 КОЕ/мл (рис. 1). В двух пробах, отобранных в сентябре, количество микроорганизмов превышало норму. Так, в пробе, отобранной 10.09.2011 г., общее микробное число составило 567 КОЕ/мл, в пробе отобранной 20.09.2011 г. – 523 КОЕ/мл, при норме – не более 500.

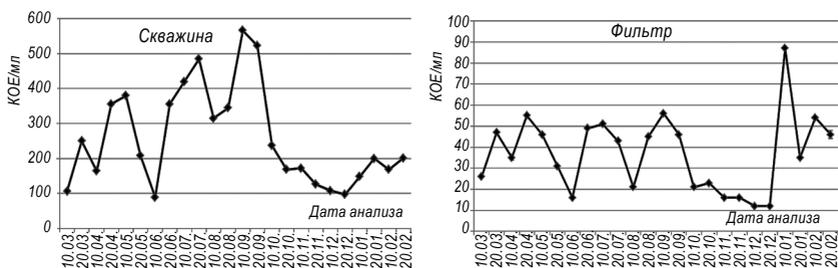


Рис. 1. Изменение общего микробного числа в исходной и очищенной воде за период исследований

Общее количество микроорганизмов в воде, отобранной из фильтра, изменялось от 12 до 87 КОЕ/мл при норме не более 50 КОЕ/мл (рис. 1). В четырех пробах, отобранных в апреле, июле и сентябре, общее микробное число превысило норму в 1,1–1,7 раз. Так, в пробе, отобранной 20 апреля 2011 г., общее микробное число составило 55 КОЕ/мл, что незначительно превысило нормативы СанПиН. В пробе отобранной 10 января 2012 г. общее количество микроорганизмов было выше почти в 1,7 раза (87 КОЕ/мл).

Вода, прошедшая очистку, обеззараженная добавлением гипохлорида и поступившая в распределительную водопроводную сеть Академгородка г. Томска, на протяжении всего периода исследований по санитарно-гигиеническим требованиям не превышала нормы. Количество микроорганизмов колебалось в пределах 7–50 КОЕ/мл (рис. 2).

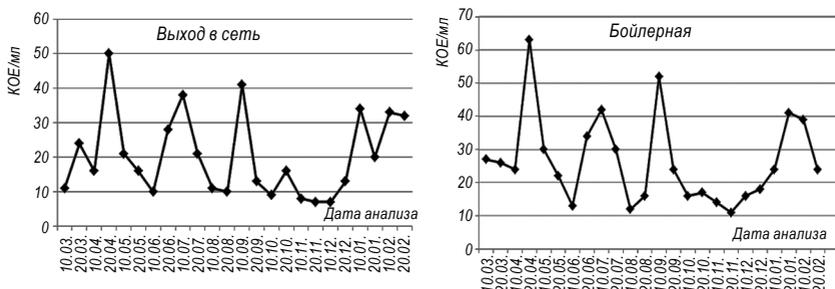


Рис. 2. Изменение общего микробного числа в воде, поступившей в распределительную сеть и дошедшей до ее конечной точки

В воде, отобранной из конечной точки водопроводной сети – бойлерной, количество микроорганизмов изменялось от 11 до 63 КОЕ/мл (рис. 2). В двух пробах, отобранных в апреле и сентябре, количество микроорганизмов превысило примерно в 1,1–1,5 раз. Увеличение количества микроорганизмов в питьевой воде, после прохождения всей водопроводной сети, свидетельствует о том, что водопроводов находится в аварийном состоянии, в результате чего питьевая вода вторично загрязняется микробами.

Анализ проб воды по сезонам показал, что в среднем наиболее высокая численность микроорганизмов во всех пробах фиксируется в летний период (104 КОЕ/мл), наименьшая – в зимний (71 КОЕ/мл), что объясняется физиологией водных микроорганизмов, численность и активность которых увеличивается с повышением температуры.

Анализ воды на содержание колиформных бактерий показал, что во всех точках отбора на протяжении всего периода исследований, как общие, так и термотолерантные микроорганизмы этой группы отсутствовали.

Проведенные исследования позволяют сделать следующие выводы:

1. Вода из новой скважины в некоторые месяцы исследований не соответствует требованиям СанПиН, превышая их в 1,1–1,7 раз. Это относится как к исходной, так и к очищенной воде, прошедшей всю водопроводную сеть.

2. Наиболее высокая средняя численность микроорганизмов во всех пробах фиксируется в летний период (104 КОЕ/мл), наименьшая – в зимний (71 КОЕ/мл).

3. Общие и термотолерантные колиформные бактерии отсутствовали на протяжении всего периода исследований.

4. Анализируемая подземная вода по санитарно-гигиеническим требованиям лишь частично соответствует нормам СанПиН 2.1.4.1074–01, что позволяет сделать заключение о необходимости дальнейших исследований с добавлением химических анализов.

Литература

1. *Сартакова О. Ю.* Чистая вода: традиции и новации : учеб. пос. / О. Ю. Сартакова, О. М. Горелова. Барнаул : Изд-во Алт ГТУ, 2002. 178 с.

2. *Водные ресурсы* / Департамент природных ресурсов и охраны окружающей среды Томской области. URL: http://www.green.tsu.ru/dep/quality_of_the_environment/kachestva

3. СанПиН 2.1.4.1074–01. Питьевая вода. Гигиенические требования к качеству воды централизованных систем питьевого водоснабжения. Контроль качества. М., 2002.

4. МУК 4.2.1018–01. Санитарно-микробиологический анализ питьевой воды. М., 2001.

5. СанПиН 2.1.4.1110–02. Зоны санитарной охраны источников водоснабжения и водопроводов питьевого назначения. М., 2002.

ДАННЫЕ О РАЗНООБРАЗИИ И УРОВНЕ РАЗВИТИЯ ЗООПЛАНКТОНА НЕКОТОРЫХ ВОДОЕМОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ

Е. А. Макарова, М. В. Чумакова, Л. В. Лукьянцева
Томский государственный педагогический университет

Известно, что зоопланктон является частью системы, противостоящей эвтрофикации, загрязнению водоемов, т. е. системы биологического самоочищения воды. Представляет теоретический и практический интерес выяснить уровень развития и разнообразия этих ценозов в разных типах континентальных водоемов. Поскольку многие водоемы Томской

области мало или вообще не исследованы до настоящего времени, было предпринято первичное исследование зоопланктона некоторых водоемов Томской области – с территорий, различающихся по степени антропогенной нагрузки. Во-первых, начато обследование зоопланктона незаливных озер Песчаное и Беленькое территории ближайшего пригорода Томска, а также озер заказника Поль-То, – труднодоступной территории, находящейся на севере области, в Каргасокском районе.

Равнинное левобережье в нижнем течении р. Томи – бывшие заливные луга, а в настоящее время весьма распахано и застроено. В литературе чрезвычайно мало данных об озерах, здесь расположенных: по морфометрии, гидрохимии. С биологической стороны озера также исследованы крайне слабо. Озеро Песчаное расположено на третьей речной террасе среди соснового бора в 1 км от пос. Тимирязевское. Озеро округлой формы, диаметром около 300–400 м, на северной и восточной стороне имеются песчаные пляжи [1]. Питание снеговое и за счет донных ключей. Зарастаемость водной растительностью около 70% поверхности. Озеро Беленькое, расположенное за пос. Держинский, имеет продолговатую форму протяженностью около 800 м. Глубины небольшие, но литоральная зона слабо выражена. Зарастаемость гидрофитами невысокая, около 30%.

Озерно-речная система Поль-То расположена на левом берегу реки Тым в долине, имеющей уклон с запада на восток, на территории комплексного ландшафтного заказника «Поль-То». Система состоит из ряда озер. Наиболее крупные из них – Поль-То-3, Поль-То-2, Поль-То-1 – расположены в долине цепочкой и связаны между собой небольшой речкой Польшта, впадающей в реку Тым около поселка Напас. Самое крупное из озер – Поль-То-3 – объявлено памятником природы; имеет площадь 14 км² и находится в числе пяти крупнейших озер области; имеет вытянутую форму около 8 км длиной. В озеро впадает много речушек, ручейков, родников, а вытекает только речка Польшта, которая продолжает свое течение через озера Поль-То-2, Поль-То-1. Дно озера Польшта-3 разнообразно по своему составу: песчаное, илистое, торфяное, глинистое. Берега озера, за исключением восточного, низкие, заболоченные, в северной части зарастающие сплавиной. Вследствие малых глубин и слабой проточности озеро хорошо прогревается. Температура воды в июне достигает 24 °С. Летом наблюдается «цветение» воды (результат массового развития сине-зеленых водорослей). Озеро Польшта-2

округлой формы, сравнительно небольшое: площадь его 2,5 км². Берега также низкие, заболоченные. Цвет воды – коричневый. Грунт илистый. Средняя температура воды в июне 17 °С.

Материалом для статьи послужили гидробиологические пробы зоопланктона, отобранные в летние месяцы 2009 и 2011 гг. в озерах Поль-То-2 и 3, реки Польта (Каргасокский район); в озерах Беленькое и Песчаное (Томский район). Всего анализируется 8 проб. Пробы зоопланктона отбирались в водоемах путем процеживания определенного объема воды через планктонную сеть из газа № 68; консервация производилась раствором формальдегида, обработку проб в лаборатории производили счетным методом [4]. В систематическом отношении рассматривались представители класса *Rotatoria*, подотряда *Cladocera*, отряда *Copepoda*. Определение видов проводили с использованием известных пособий [6, 7]. По рассчитанным показателям биомассы зоопланктона определен тип озера по уровню продуктивности («шкала трофности» (по Китаеву, 1984)) [2].

По составу видов зоопланктон рассматриваемых участков рек и озер коловратно-клагоцерный или клadoцерно-коловратночный. По биомассе – преобладание рачков группы ветвистоусых.

В составе зоопланктона водоемов бассейна Тыма обнаружено 55 видов организмов, что характеризует уровень качественного развития как относительно высокий. В том числе в воде обследованных участков рек и озер обнаружены: 27 видов коловраток, 20 вида – ветвистоусых и 8 – веслоногих рачков, преимущественно лимнических пелагических, некоторое число придонно-зарослевых обитателей. Основу набора видов зоопланктона в 2009 г. составили те же формы, что отмечены для водоемов бассейна Оби и Тыма в исследованиях 1971–1973 гг. [3, 5, 8]. Зоопланктон представлен широко распространенными, а также северного распространения видами (например, *Sida crystallina* (O. F. M.), *Daphnia cristata* Sars, *Eudiaptomus graciloides* (L.), *Conochilus unicornis* Rousset). Колебание величин индекса видового сходства (по Серенсену) участков водоемов района на уровне 0,44 и 0,66.

Уровень количественного развития зоопланктона в воде большинства обследованных участков водоемов территории заказника Поль-То в 2009 г. считаем относительно высоким для водоемов района. Максимум отмечен в прибрежье оз. Поль-То-3 (численность почти 74 тыс. экз. м³ и биомасса 1,0 г/м³). Однако, в целом, уровень количественного развития

зоопланктона рек и озер обследованной территории характеризуется как «очень низкий» (*a*-олиготрофный тип водоема), возможно, переходный к «низкому» (*b*-олиготрофный тип водоема) по шкале трофности (Китаев, 1984) [2].

В составе зоопланктона оз. Песчаное выявлено два вида коловраток (*Keratella cochlearis* (Gosse), *Polyarthra minor* (Voigt)); четыре вида ветвистоусых ракообразных (*Sida crystallina*, *Simocephalus vetulus* (O. F. M.), *Ceriodaphnia megops* Sars, *Camptocercus rectirostris* (Schoedler)); один вид веслоногих (*Mesocyclops leuckarti* (Claus)). Всего по данным двух проб выявлено семь видов организмов зоопланктона.

Материалов по зоопланктону оз. Беленькое в литературе не найдено. По нашим данным, в составе зоопланктона озера в августе обнаружено два вида коловраток (*K. cochlearis*, *Notommata* sp.); из рачков – *Diaphanosoma brachyurum* (Lievin), *S. crystallina*, *S. vetulus*, *S. lusaticus*, *Scapholeberis mucronata* (O.F. Muller), *C. megops*, *C. rectirostris* и *M. leuckarti*. Всего 10 видов. Величина индекса видового сходства (по Серенсену) двух озер левобережья Томи составила 0,82.

Показатели количественного развития зоопланктона в озерах левобережья Томи в августе месяце 2010 г. следующие: в воде оз. Песчаное численность организмов планктона составила 11,0 тыс. экз./м³ и биомасса 137,25 мг/м³. Количественно на первом месте ветвистоусые, затем группа коловраток. В воде оз. Беленькое численность организмов составила 10,3 тыс. экз./м³ и биомасса 317,2 мг/м³ (на первом месте по численности и биомассе ветвистоусые, на втором веслоногие; коловраток немного).

В августе 2011 г. условия для развития были менее благоприятны, что и сказалось на количествах организмов. В воде оз. Песчаное численность организмов 7,8 тыс. экз./м³, а биомасса 114,8 мг/м³. Соотношение количеств по группам организмов то же, что и в 2010 г. В воде оз. Беленькое численность организмов 6,1 тыс. экз./м³ и биомасса 138,7 мг/м³. На первом месте ветвистоусые, коловраток не обнаружено.

Литература

1. Иоганзен, Б. Г. Водоемы окрестностей города Томска / Б. Г. Иоганзен, М. А. Попов, А. И. Якубова // Рыбное хозяйство Томской области и продуктивность водоемов : тр. Томского государственного университета. Томск : ТГУ, 1951. Т. 115. С. 121–190.

2. Китаев, С. П. Экологические основы биопродуктивности озер разных природных зон / С. П. Китаев. М. : Наука, 1984. 206 с.

3. Коновалюк, Е. Ф. Особенности зоопланктона водоемов Средней Оби (Каргасокский район) / Е. Ф. Коновалюк // Вопросы биологии. Томск, 1978. С. 70–73.
4. Методика изучения биогеоценозов внутренних водоемов / под ред Ф. Д. Мордухай-Болтовского. М. : Наука, 1975. 239 с.
5. Новикова, О. Д. К изучению коловраток и низших ракообразных бассейна Средней Оби / О. Д. Новикова // Проблемы экологии. Томск : ТГУ, 1971. Т. 2. С. 119–137.
6. *Определитель* водных беспозвоночных Европейской части СССР. Л. : Гидрометеоздат, 1977. 511 с.
7. *Определитель* пресноводных беспозвоночных России и сопредельных территорий / под ред. С. Я. Цалолыхина. СПб., 1994. Т. 1, 2.
8. Осипова, Н. Н. Зоопланктон водоемов Томского Приобья / Н. Н. Осипова // Вопросы биологии. Томск : Изд-во Томского ун-та, 1978. С. 74–77.

ЗООПЛАНКТОН УЧАСТКА СРЕДНЕЙ ОБИ (с. МОЛЧАНОВО)

Е. Н. Пешкичева, Л. В. Лукьянцева

Томский государственный педагогический университет

В настоящее время система биологического мониторинга поверхностных вод (гидробиологический мониторинг) существенно отстает от мониторинга абиотических характеристик среды как по методологическому, методическому и нормативному обеспечению, так и по количеству наблюдений. При биоиндикации используются, в частности, статические и структурные характеристики сообществ. К первым относятся видовой состав, видовое богатство (количество видов в сообществе) и показатели обилия: численность, плотность, биомасса сообщества. В гидробиологической литературе совершенно недостаточно данных о экологическом состоянии гидроценозов главной водной артерии Томской области – реки Оби. Цель предпринятого летом 2009 г. исследования состояла в выявлении изменения в зоопланктоне реки Оби (в районе с. Молчаново), произошедшие по сравнению с 2005 г., когда обследовался этот участок [4].

Воды реки Оби отличаются минерализацией средней степени (около 199 мг/л) и отнесены к гидрокарбонатному классу группы кальция. Величины рН водной среды около нейтральных значений. В последние десятилетия отмечается повышение концентрации в воде реки хлоридов, натрия, нефтепродуктов и др., что объясняется техногенным влиянием.

Повышено также фоновое содержание в природных водах региона в целом соединений железа. Влияние на химический состав вод оказывают мощные по площадям заболоченные пространства и подземное питание рек [8]. Гидрохимические характеристики напрямую и в значительной степени определяют состав и функционирование гидроценозов.

Характеризуемый участок представляет собой фрагмент Обской поймы, который можно отнести к типу проточно-островных пойм, где господствуют разновозрастные пойменные ландшафты, основу которых составляют протоки, отчленяющие пойменные острова. В растительном покрове территории преобладают осоково-крупнозлаковые болотистые луга, ивово-березово-осиновые леса в сочетании со злаково-разнотравными лугами.

Особенностью собственно водной растительности участка поймы является почти полное отсутствие водных растений. Вследствие этого сообщества гидрофитов локализованы, в основном, в небольших старичных озерах, пересыхающих местами протоках, временных мелководных водоемах. Для заиленных берегов водоемов характерны сообщества гелофитов с доминированием сусака (*Butomus umbellatus*), болотницы болотной (*Eleocharis palustris*), хвоща полевого (*Equisetum arvense*), рдеста злакового (*Potamogeton gramineus*), мяты полевой (*Mentha arvensis*), осок (*Carex acuta*, *C. rostrata*) и др. На глубинах, не превышающих 0,5–0,9 м, встречаются рдесты (*Potamogeton perfoliatus*), водокрас лягушачий (*Hydrocharis morsus-ranae*), уруть (*Myriophyllum sibiricum*), роголистник (*Ceratophyllum demersum*) и др. В этих же местобитаниях присутствуют свободно плавающие растения из рясок (*Lemna minor*, *L. trisulca*), многокоренника (*Spirodella polyrrhiza*) [7].

Пробы зоопланктона отбирались, как и в 2005 г., в русловой части реки и в затоне левого берега в окрестностях с. Молчаново [4]. Пробы зоопланктона отбирались и обрабатывались общепринятыми в гидробиологии приемами [2]. Всего анализируется для настоящего сообщения девять проб.

В составе зоопланктона участка реки в 2009 г. обнаружено 39 видов и внутривидовых форм (у коловраток), что заметно меньше, чем в аналогичный период 2005 г. [4]. По разнообразию видов, как и ранее, преобладали коловратки (18 видов и внутривидовых форм); наиболее встречаемы были: *Asplanchna priodonta* (Gosse), *Brachionus calyciflorus calyciflorus* (Pallas) (100% встречаемость), *Br. diversicornis diversicornis*

(Daday), *Trichocerca cylindrica* (Imhoff), *Tr. longiseta* (Schrank), *Filinia longiseta* (Ehr.) (30–50% встречаемости). Единично и редко встречались представители родов *Sinchaeta*, *Polyarthra*, *Notommata*, *Hexarthra*, *Mytilina*, *Keratella*. Не обнаружены в составе планктона, но встреченные ранее на этом участке реки представители родов *Lecane*, *Plathyias*. Из типичного и разнообразного по представительству в русле Оби рода *Brachionus* обнаружено в пробах только шесть видов и внутривидовых форм, в том числе: *Br. quadridentatus brevispinus* (Ehr.), *Br. calyciflorus amphiceros* (Ehr.), *Br. c. spinosus* (Wierzejski), *Br. c. anuraeiformis* (Brehm), *Br. bennini* (Leissling), *Br. diversicornis*, что в половину меньше, чем летом 2005 г.

Из ветвистоусых рачков (доминирующих количественно в планктоне на тот период сезона вегетации) отмечены особи видов из родов: *Diaphanosoma*, *Chydorus*, *Macrothrix*, *Disparalona*, *Acroperus*, *Moina*, *Bosmina*, *Bosminopsis*, *Leptodora* и др. В воде затона были многочисленны особи видов, например, *Bosmina longirostris* (O. F. Muller), *Bosminopsis deitersi* (Richard), *Diaphanosoma brachiurum* (Lievin) и их молодь. Немногочисленны были особи рачки родов *Macrothrix*, *Ceriodaphnia*, *Alona*, *Pleuroxus*, *Ilyocryptus*, видов *Bosmina kessleri* (Uljanin), *Leptodora kindti* (Focke), *Moina brachiata* (Jurine).

Веслоногие рачки в условиях реки отмечены были единичными особями и количественно представлены в планктоне особи их ювенильных стадий. Нами обнаружено всего шесть видов подотряда *Cyclopoida* из родов *Eucyclops*, *Macrocyclops*, *Acanthocyclops*, *Mesocyclops*, *Microcyclops*, *Thermocyclops* и один вид из подотряда *Calanoidae* – *Eudiaptomus sp.*

Как и ранее, в воде участка реки в составе зоопланктона присутствовали виды: истинно планктонные, реофильные, придонно-зарослевые и формы озерного комплекса (в результате выноса с поймы или адаптировавшиеся к воспроизведению в условиях русла). То есть у речного планктона смешанный состав по происхождению [3–5].

По трофическим характеристикам планктонные организмы участка довольно разнообразны – большинство фильтраторы (брахионусы, босмина, диафанозома), но присутствовали детритофаги (трихоцерки, макроткрикс), хищные формы (аспланхна, синхеты, полиартры, лептодора, циклопоида).

Для оценки уровня видового разнообразия подсчитан индекс видового разнообразия Шеннона [6]. Величины индекса невысокие: в августе

месяце в русловой части – 2,62 (при 15 видах в пробе), в воде затона – 2,72 (при 23 видах и внутривидовых формах коловраток в пробе).

Сходство видового состава зоопланктона с аналогичным периодом 2005 г. по величине индекса видового сходства Серенсена [6] составило 59%. Имеет место значительная по степени сменяемость видового состава, что свидетельствует о динамичности параметров среды обитания. Причины этому разные, в том числе техногенного характера.

Уровень количественного развития зоопланктона на обследованном участке Оби летом 2009 г. был не высоким (табл.). В русловой части реки численность организмов колебалась в пределах 660–7 500 экз./м³ и биомасса 7,6–135,0 мг/м³. Количественное соотношение всех трех групп зоопланктона почти равное. Основу численности составляли коловратки аспланхны, рачки босмина, босминописис и молодь циклопоида.

В затоне левого берега уровень количественного развития закономерно выше, чем в русловой части. Диапазон колебания величин численности от 8,8 до 56,9 тыс. экз./м³, а биомасс от 78,5 до 782,5 мг/м³ (что в 2–7 раз меньше, чем в 2005 г.). Количественно в воде затона преобладали рачки из босмин, диафанозом, мойн, а также коловратки аспланхны и молодь циклопоида.

**Количественное развитие зоопланктона участка реки Оби
в районе пос. Молчаново (июль – август 2009 г.)
(численность (тыс. экз./м³)/биомасса (г/м³))**

Группы зоопланктона	Затон	Прибрежье	Русловая часть на глубине
Коловратки	$\frac{10,6 \pm 4,4}{0,08 \pm 0,03}$	$\frac{0,4 \pm 0,2}{0,003 \pm 0,002}$	$\frac{0,7 \pm 0,5}{0,01 \pm 0,006}$
Ветвистоусые рачки	$\frac{12,2 \pm 5,6}{0,18 \pm 0,11}$	$\frac{2,2 \pm 0,4}{0,02 \pm 0,003}$	$\frac{1,7 \pm 1,1}{0,02 \pm 0,01}$
Веслоногие рачки	$\frac{3,3 \pm 0,7}{0,03 \pm 0,03}$	$\frac{2,3 \pm 1,2}{0,06 \pm 0,03}$	$\frac{0,8 \pm 0,4}{0,01 \pm 0,006}$
Общий зоопланктон	$\frac{26,1 \pm 10,7}{0,3 \pm 0,1}$	$\frac{4,9 \pm 1,8}{0,08 \pm 0,03}$	$\frac{3,5 \pm 1,9}{0,04 \pm 0,02}$

В отношении уровня загрязнения водной среды большинство видов зоопланктона в р. Оби летом 2009 г. относились к олиго-бета-мезосапробам, бетта-мезосапробам. Однако, отмечались в составе планктона некоторые виды из числа бетта-альфа-мезосапробов (например, виды из рода *Brachionus*) и эврибионтов (босмина). В целом, рассчитанные ве-

личины индекса сапробности (по Пантле и Букку) позволяют характеризовать воду участка реки как умеренно загрязненную. Специалисты характеризуют воды расположенного выше по течению Новосибирского водохранилища также как умеренно загрязненные с чертами и тенденцией усиления эвтрофности [1].

Итак, по результатам наших исследований, в условиях р. Оби присутствовали разнообразные виды из пелагических, придонных, зарослевых, реофильных форм зоопланктона. Принимая во внимание преобладание мелких форм фильтраторов из рачков и коловраток, заметную долю «хищного» планктона, невысокий уровень количественного развития в «пик» сезонного развития, преобладание в составе планктона бета-мезосапробных форм, приходится допускать, что наряду с природными гидрологическими, термическими влияниями, в воде участка Оби имеется воздействие токсического характера, лимитирующие развитие организмов.

Литература

1. *Ермолаева Н. И.* Зоопланктон как показатель качества воды Новосибирского водохранилища / Н. И. Ермолаева, С. Я. Тарасенко // Биологическое разнообразие животных Сибири. Томск, 1998. С. 192–193.
2. *Киселев, И. А.* Планктон морей и континентальных водоемов : в 2 т. / И. А. Киселев. Л. : Наука, 1969. Т. 1. 660 с.
3. *Лукьянцева, Л. В.* Зоопланктон русла средней Оби / Л. В. Лукьянцева // Биологические аспекты рационального использования и охраны водоемов Сибири. Томск, 2007. С. 179–182.
4. *Лукьянцева, Л. В.* Особенности зоопланктона участка средней Оби (с. Молчаново) / Л. В. Лукьянцева, Е. Н. Пешкичева // X Всерос. конф. студ., аспирантов и молодых ученых «Наука и образование» : материалы конф. Томск : Изд-во Томского гос. пед. ун-та, 2006. Т. 1, ч. 1. С. 262–265.
5. *Новикова, О. Д.* К изучению коловраток и низших ракообразных бассейна Средней Оби / О. Д. Новикова // Проблемы экологии. Томск : ТГУ, 1971. Т. 2. С. 119–137.
6. *Одум, Ю.* Основы экологии / Ю. Одум. М. : Мир, 1975. 740 с.
7. *Садчиков, А. П.* Гидробиология: прибрежно-водная растительность : учеб. пос. / А. П. Садчиков, М. А. Кудряшов. М. : Издат. центр «Академия», 2005. 240 с.
8. *Шварцев, С. Л.* Эколого- геохимическое состояние крупных притоков Средней Оби / С. Л. Шварцев, О. Г. Савичев // Водные ресурсы. 1997. Т. 24, вып. 6. С. 762–768.

ПРОДУКТИВНОСТЬ *ERUCA SATIVA* ПОД ФЛУОРЕСЦЕНТНЫМИ ПЛЕНКАМИ

С. Е. Терских, Н. Л. Пермякова, Ю. С. Королева,
К. А. Батракова, И. Б. Минич

Томский государственный педагогический университет

Повышение продуктивности растений при адаптации к солнечному излучению является одной из важнейших задач для биологической науки, так как позволяет выявить потенциальные возможности растений и максимизировать урожай [1–2]. Одним из основных направлений повышения продуктивности растений в условиях защищенного грунта является использование флуоресцентных пленок содержащих в своем составе фотолуминофоры, которые за счет поглощения части УФ излучения люминесцируют в красной области спектра [3–4]. Использование флуоресцентных пленок в качестве покрытий сооружений защищенного грунта приводит к ускорению процессов роста, развития и повышению продуктивности растений под ними [5]. Однако фотолуминофоры, используемые для изготовления флуоресцентных пленок, люминесцируют с различными максимумами длин волн [6]. Это может по-разному влиять на морфогенез и продуктивность растений в защищенном грунте.

Цель работы – исследование изменений морфогенеза и продуктивности *Eruca sativa* L. под флуоресцентными пленками с различным максимумом длины волны люминесцентного излучения.

Методика. В качестве объекта исследования было выбрано растение из семейства *Brassicaceae* – *Eruca sativa*. Испытания проводили на агробиологической станции ТГПУ в период с 27 июня по 26 июля 2011 г. Растения *Eruca sativa* выращивались в сооружениях защищенного грунта размерами 1 × 1 м² высотой 0,6 м. Методика заключается в сравнении результатов определения морфометрических и биохимических показателей растений при выращивании в сооружениях защищенного грунта, укрытых флуоресцентными пленками (опыт) и пленкой ПЭВД, не обладающей флуоресцентными свойствами (контроль). Флуоресцентные пленки содержали в своем составе разные люминофоры, различающиеся максимумами длин волн люминесценции Л-50 – фосфат-ванадат иттрия, активированный европием (619 нм), 612 – 0,2%- оксисульфид иттрия активированный европием и висмутом (612 нм), ФЛ-580 – 580 нм.

В процессе роста и развития *Eruca sativa* отмечали фенологические фазы, проводили морфометрические и биохимические измерения, определяли продуктивность растений. Статистическую обработку результатов проводили с помощью специализированного пакета «Statistic for Windows» (программа «Excel») с доверительным интервалом 0,95 (уровень значимости – 0,05, уровень надежности – 95%).

Результаты и обсуждение. Результаты исследований показали, что относительно контроля под всеми выбранными опытными пленками происходит ускоренный рост и развитие растений *Eruca sativa*. Результаты фенологических наблюдений показали различные биологические ответы. Так, например рост и развитие листьев у опытных растений под пленками Л-50, 612, ФЛ-580 происходил интенсивнее, чем у контрольных растений. В дальнейшем, формирование розетки из 10–11 листьев у растений под опытными пленками Л-50, 612 – 0,2%, ФЛ-580 произошло к 28-м суткам, а у контрольных растений наблюдалось только к 32-м суткам (табл. 1).

Таблица 1

Результаты фенологических наблюдений *Eruca sativa*, выращенной под немодифицированной пленкой (контроль) и флуоресцентными пленками (опыт)

Фенофазы	Варианты пленок			
	ПЭВД	Л-50	612 – 0,2%	ФЛ-580
	Время от начала прорастивания, сутки			
Всходы	3	3	3	3
Раскрытие семядолей	4	4	4	5
Появление первого настоящего листа	6	6	5	6
Появление второго настоящего листа	10	9	9	10
Появление третьего-четвертого настоящих листьев	16	14	14	14
Появление пятого-шестого настоящих листьев	23	21	20	22
Формирование розетки листьев (10–11 листьев)	32	28	28	28

Более интенсивный рост и развитие *Eruca sativa* под флуоресцентными пленками отразился в некоторых морфометрических показателях. Так, например, площадь листовых пластинок *Eruca sativa* к концу периода вегетации на 28-е сутки была больше под пленками Л-50

и 612 – 0,2% в 1,7 раз, под ФЛ-580 в 1,8 раз, чем у растений выращенных под ПЭВД (табл. 2).

Т а б л и ц а 2

**Площадь поверхности листьев (см²) *Eruca sativa*,
выращенной под ПЭВД (немодифицированной пленкой – контроль)
и флуоресцентными пленками (опыт)**

Время от начала проращивания	Варианты пленок			
	ПЭВД	Л-50	612 – 0,2%	ФЛ-580
7 суток	1±0,08	1,3±0,08	1,15±0,05	1,2±0,04
14 суток	7,35±0,7	9,3±0,9	9,58±1,2	7,75±0,2
21 сутки	40,87±4,0	59,8±4,2	44,36±4,9	50,21±11,42
28 суток	149,3±15,6	264,8±16,3	252±24	275,5±30

Увеличение площади листовой поверхности *Eruca sativa* под флуоресцентными пленками по сравнению с немодифицированной пленкой было сопряжено увеличением сырой и сухой массы растений (табл. 3–4).

Т а б л и ц а 3

**Сырая масса (г) *Eruca sativa*,
выращенной под ПЭВД (немодифицированной пленкой – контроль)
и флуоресцентными пленками (опыт)**

Время от начала проращивания	Варианты пленок			
	ПЭВД	Л-50	612 – 0,2%	ФЛ-580
7 суток	0,03±0,002	0,06±0,005	0,05±0,001	0,05±0,002
14 суток	0,2±0,05	0,3±0,03	0,3±0,02	0,3±0,2
21 сутки	1,3±0,1	2,04±0,1	1,6±0,2	1,9±0,5
28 суток	6,5±0,6	9,4±1,05	12,2±0,8	15,5±3,2

Т а б л и ц а 4

**Масса сухого вещества (г) *Eruca sativa*,
выращенной под ПЭВД (немодифицированной пленкой – контроль)
и флуоресцентными пленками (опыт)**

Время от начала проращивания	Варианты пленок			
	ПЭВД	Л-50	612 – 0,2%	ФЛ-580
7 суток	0,003±0,0003	0,003±0,0002	0,004±0,0002	0,005±0,002
14 суток	0,02±0,003	0,03±0,003	0,03±0,002	0,3±0,2
21 сутки	0,1±0,01	0,2±0,02	0,2±0,02	1,9±0,5
28 суток	0,4±0,06	0,6±0,06	0,8±0,1	0,9±0,2

Увеличение сырой массы у опытных растений под пленками Л-50, 612, ФЛ-580 привело к увеличению и сухой массы, по сравнению с контрольными растениями.

Таким образом, большую продуктивность отметили у растений *Eruca sativa*, выращенных под флуоресцентными пленками, по сравнению с немодифицированной. Увеличение ростовых показателей и продуктивности под флуоресцентными пленками, вероятно, связаны с усилением активности фоторегуляторного аппарата, активизирующегося под действием красной и оранжевой составляющей излучения, так как под флуоресцентными пленками часть УФ-А излучения преобразуется в красную область спектра.

Т а б л и ц а 5

**Содержание хлорофилла *a* (мг/дм²) *Eruca sativa*,
выращенной под ПЭВД (немодифицированной пленкой – контроль)
и флуоресцентными пленками (опыт)**

Время от начала проращивания	Варианты пленок			
	ПЭВД	Л-50	612 – 0,2%	ФЛ-580
7 суток	0,015±0,003	0,017±0,004	0,014±0,001	0,013±0,0017
14 суток	2,24±1,1	1,39±0,14	1,75±0,5	1,54±0,05
21 сутки	1,62±0,06	1,65±0,04	1,74±0,03	1,781±1,1
28 сутки	1,48±0,2	1,50±0,07	1,65±0,07	1,55±0,05

Т а б л и ц а 6

**Содержание хлорофилла *b* (мг/дм²) *Eruca sativa*,
выращенной под ПЭВД (немодифицированной пленкой – контроль)
и флуоресцентными пленками (опыт)**

Время от начала проращивания	Варианты пленок			
	ПЭВД	Л-50	612 – 0,2%	ФЛ-580
7 суток	0,004±0,008	0,005±0,001	0,004±0,0002	0,004±0,06
14 суток	0,9±0,4	0,5±0,07	1,1±0,5	0,6±0,02
21 сутки	0,6±0,02	0,6±0,02	0,5±0,04	0,7±0,09
28 сутки	0,6±0,06	0,5±0,03	0,6±0,06	0,5±0,06

В дальнейшем на протяжении всего периода вегетации растений под всеми видами пленок происходило увеличение содержания хлорофиллов *a* и *b* (табл. 5–6). Однако, максимальное накопление пигментов в листьях растений под всеми видами пленок отметили на 21-е сутки,

в период активного роста и развития растений. В дальнейшем к моменту завершения формирования розеточных листьев (28-е сутки), наблюдали уменьшения содержания хлорофиллов *a* и *b* под всеми видами пленок (табл. 5–6). Однако, у контрольных и опытных растений *Eruca sativa* наблюдали повышенное содержание каротиноидов в листьях: возможно это связано с его биохимическими особенностями.

Т а б л и ц а 7

**Содержание каротиноидов (мг/дм²) *Eruca sativa*,
выращенной под ПЭВД (немодифицированной пленкой – контроль)
и флуоресцентными пленками (опыт)**

Время от начала проращивания	Варианты пленок			
	ПЭВД	Л-50	612 – 0,2%	ФЛ-580
7 суток	0,01±0,003	0,01±0,003	0,01± 0,002	0,01±0,001
14 суток	0,8±0,1	0,8±0,1	0,8±0,2	1,1±0,1
21 сутки	0,9±0,01	0,9±0,01	1,0±0,04	1,3±0,2
28 сутки	0,7±0,07	0,7±0,07	0,9±0,1	0,9±0,07

Таким образом, отсутствие изменений в уровне фотосинтетических пигментов в листьях *Eruca sativa* под немодифицированной и флуоресцентными пленками указывает на то, что растения получают достаточно ФАР для нормального протекания процесса фотосинтеза, что свидетельствует об оптимальной работе фотосинтетического аппарата растений и оптимальном накоплении растениями пигментов в пластидах при выращивании под немодифицированными и флуоресцентными пленками.

Т а б л и ц а 8

**Динамика содержание аскорбиновой кислоты (мг/100 г)
сырой массы *Eruca sativa*, выращенной
под ПЭВД (немодифицированной пленкой – контроль)
и флуоресцентными пленками (опыт)**

Время от начала проращивания	Варианты пленок			
	ПЭВД	Л-50	612 – 0,2%	ФЛ-580
7 суток	0,09±0,007	0,11±0,01	0,12±0,006	0,1±0,004
14 суток	0,09±0,03	0,09±0,0005	0,095±0,003	0,07±0,001
21 сутки	0,08±0,004	0,1±0,005	0,1±0,006	0,1±0,006
28 сутки	0,08±0,02	0,08±0,002	0,1±0,01	0,09±0,01

Одним из важных показателей качества сельскохозяйственных культур является содержание в них витаминов, в первую очередь, аскорбиновой кислоты [7]. Содержание АК в листьях семи суточных растений *Eruca sativa*, выращенных под флуоресцентными пленками выше, чем у растений, выращенных под немодифицированной пленкой. Например, под пленками Л-50, 612, ФЛ-580, содержание АК выше в 1,2, 1,5, 1,2 раза соответственно. В дальнейшем на 14, 21, 28-е сутки значительных изменений в содержании АК в листьях розетки под всеми видами пленок не наблюдалось (табл. 8).

Таким образом, люминесцентное излучение флуоресцентных пленок с максимумами излучения в красной 612, 615 и оранжевой 580 областях спектра интенсифицирует процессы роста и развития опытных растений относительно контрольных, что способствует их ускоренному развитию и повышению продуктивности.

Литература

1. *Клешнин, А. Ф.* Роль света в жизни растений / А. Ф. Клешнин. М. : Знание, 1955. 32 с.
2. *Шульгин, И. А.* Солнечная радиация и растения / И. А. Шульгин. Л. : Гидрометеоздат, 1972. 178 с.
3. *Толстикова, Г. А.* Полисветан – фоторедуцирующие полимерные материалы для покрытий вегетационных сооружений / Г. А. Толстикова. Томск : Изд-во «Спектр» ИОА СО РАН, 1998. С. 3–5.
4. *Щелоков, Р. Н.* Полисветаны и полисветановый эффект / Р. Н. Щелоков // Вестник АН СССР. 1986. № 10. С. 50–55.
5. *Карасев, В. Е.* Полисветаны – новые полимерные светотрансформирующие материалы для сельского хозяйства / В. Е. Карасев, // Вестн. ДВО РАН. 1995. № 2. С. 66–73.
6. *Райда, В. С.* Исследование особенностей преобразования излучения солнца УФ и видимого диапазонов светокорректирующими пленками с люминофорами на основе соединений европия / В. С. Райда, А. Е. Иваницкий, А. В. Бушков // Оптика атмосферы и океана. 2003. № 2, вып. 16. С. 245–251.
7. *Чупахина, Г. Н.* Система аскорбиновой кислоты растений : монография / Г. Н. Чупахина. Калининград, 1997. 120 с.

МОРФОЛОГО-АНАТОМИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ЭПИДЕРМЫ ЛИСТЬЕВ ОДНОДОЛЬНЫХ РАСТЕНИЙ

М. А. Цитко, Ю. С. Королева, Н. Л. Пермякова,
К. А. Батракова, И. Б. Минич

Томский государственный педагогический университет

Растения адаптируются к воздействиям окружающей среды главным образом путем изменений продукционных процессов и морфолого-анатомических структур вегетативных органов [1]. Эти изменения наиболее ярко выражены в листьях. Лист является вегетативным боковым органом побега. Он состоит из проводящих, основных тканей и покровных. Покровной тканью листа является эпидерма [2]. Одним из диагностических признаков для систематического описания строения эпидермы листа является: расположение клеток, их форма, размеры, наличие трихом, количество устьиц и тип устьичного аппарата [3]. Эпидермальный анализ листьев широко используется в различных областях ботаники: в систематике, филогении, палеоботаники, фармакогнозии.

Целью работы явилось изучение морфологических и анатомических особенностей эпидермы листьев однодольных растений.

Методика. Объектом исследования служили растения класса *Monocotyledoneae*, семейства *Araceae*, принадлежащие к разным родам и видам – *Monstera obliqua*, *Philodendron erubescens*, *Spathiphyllum wallisii*, *Diffenbachia picta*, *Alocasia macrorrhiza*, *Syngonium auritum*, *Scindapsus aureus*. Морфолого-анатомическое строение абаксиальной (верхней) и адаксиальной (нижней) эпидермы листьев средней формации изучали на живых клетках. Для анализа брали кусочки эпидермы средней части листовой пластинки и готовили временные микропрепараты по общепринятой методике [4]. Сравнительно морфолого-анатомическое исследование эпидермальных клеток проводили на микроскопе Альтами-104, при увеличении 7×40 , с помощью окулярного микрометра. Фрагменты микропрепаратов фотографировали при помощи цифрового фотоаппарата Canon A-610. При описании эпидермы и листовой пластинки использовали методику С. Ф. Захаревича (1954) и морфологическую классификацию устьиц М. А. Барановой (1985).

Статистическую обработку результатов проводили с помощью специализированного пакета «Statistic for Windows» (программа «Excel»)

с доверительным интервалом 0,95 (уровень значимости – 0,05, уровень надежности – 95 %).

Результаты и обсуждение. Результаты исследований морфо-анатомических особенностей абаксиальной и адаксиальной эпидермы листьев исследованных растений представлены в таблице и рис. 1–6. Эпидерма листа абаксиальной и адаксиальной сторон исследованных видов однослойная, не имеет трихом, кутикула хорошо развита. Клетки абаксиальной эпидермы листа у *Monstera obliqua*, *Philodendron erubescens*, *Spathiphyllum wallisii*, *Diffenbachia picta*, *Alocazia macrorrhiza*, *Syngonium podohpillum*, *Scindapsus aureus* имеют изодиаметрическую, многоугольную форму. Они плотно примыкают друг к другу, не содержат хлоропластов, имеют вторичные утолщения с простыми порами.

Морфометрическая характеристика эпидермы листьев

Семейство Араáceе	Размер клеток верхней эпидермы, мм		Размер клеток нижней эпидермы, мм		Количество устьиц на 1 мм ² (нижняя эпидерма)
	Длина клеток	Ширина клеток	Длина клеток	Ширина клеток	
<i>Monstera obliqua</i>	0,08±0,01	0,09±0,01	0,01±0,02	0,1±0,01	88,4±7,7
<i>Philodendron erubescen</i>	0,03±0,004	0,04±0,008	0,04±0,008	0,055±0,007	75,5±9,1
<i>Spathiphyllum wallisii</i>	0,09±0,01	0,06±0,004	0,07±0,03	0,06±0,009	97±3,1
<i>Diffenbachia picta</i>	0,04±0,009	0,04±0,009	0,1±0,03	0,06±0,008	95±8,8
<i>Alocazia macrorrhiza</i>	0,05±0,006	0,05±0,009	0,06±0,005	0,06±0,02	81,6±7,6
<i>Syngonium podohpillum</i>	0,04±0,004	0,05±0,006	0,05±0,009	0,04±0,2	104±10
<i>Scindapsus aureus</i>	0,34±0,2	0,5±0,2	0,08±0,02	0,2±0,2	48,8±5,5

Клетки эпидермы адаксиальной стороны листа у всех исследованных видов изодиаметрической формы. Они имеют форму многогранников с округлыми концами, плотно прилегают друг к другу. Между основными клетками эпидермы находятся устьица. Устьица располагаются хаотично и имеют овальную форму. Количество устьиц, расположенных на нижней эпидермы, отличается у исследованных видов и представлено в таблице. Для всех исследуемых видов семейства *Araáceе* характерен тетрацитный и парацитный тип устьичного аппарата (рис. 1–6). В клетках нижней эпидермы у *Monstera oblique*, *Scindapsus aureus* встречаются кристаллы в форме рафид, у *Philodendron erubescens*,

Diffenbachia picta кристаллы встречаются в составе верхней эпидермы, у *Syngonium podophyllum* кристаллы в форме рафид находятся в клетках верхней и нижней эпидермы. Такие виды, как *Spathiphyllum wallisii* и *Alocasia macrorrhiza*, не имеют кристаллов.

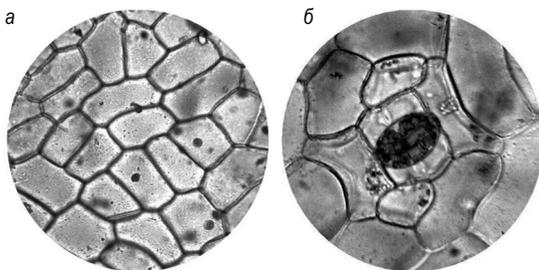


Рис. 1. Фрагмент эпидермы листа *Monstera obliqua*: а – верхняя эпидерма; б – нижняя эпидерма (увеличение 7×40 , фото М. А. Цитко)

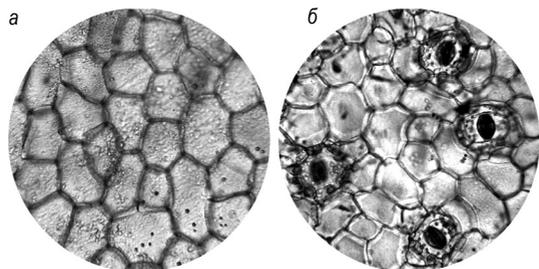


Рис. 2. Фрагмент эпидермы листа *Philodendron erubescens*: а – верхняя эпидерма; б – нижняя эпидерма (увеличение 7×40 , фото М. А. Цитко)

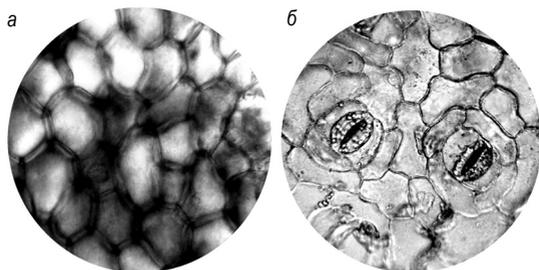


Рис. 3. Фрагмент эпидермы листа *Spathiphyllum wallisii*: а – верхняя эпидерма; б – нижняя эпидерма (увеличение 7×40 , фото М. А. Цитко)

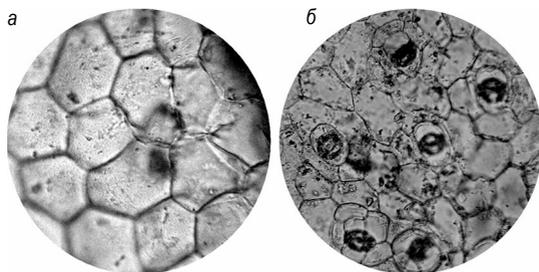


Рис. 4. Фрагмент эпидермы листа *Diffenbachia picta*: *a* – верхняя эпидерма; *б* – нижняя эпидерма (увеличение 7×40 , фото М. А. Цитко)

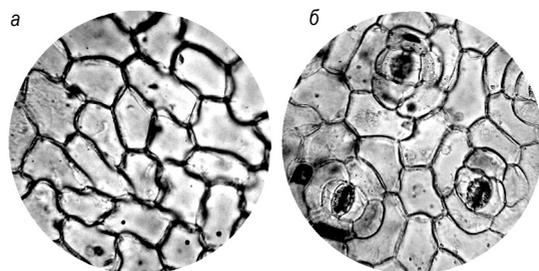


Рис. 5. Фрагмент эпидермы листа *Syngonium podophyllum*: *a* – верхняя эпидерма; *б* – нижняя эпидерма (увеличение 7×40 , фото М. А. Цитко)

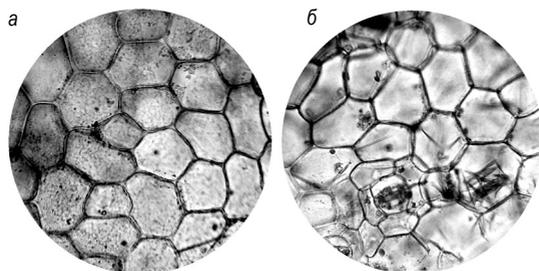


Рис. 6. Фрагмент эпидермы листа *Scindapsus aureus*: *a* – верхняя эпидерма; *б* – нижняя эпидерма (увеличение 7×40 , фото М. А. Цитко)

Сравнительный анализ результатов исследований показывает, что растения относящихся к одному семейству и классу, но разным родам и видам, имеют общие морфолого-анатомические особенности. Лист у всех изученных видов дорсивентральный, гипостоматический, клетки

эпидермы листа абаксиальной и адаксиальной сторон крупные, не содержат хлоропластов, тип устьичного аппарата парацитный и тетрацитный.

Литература

1. Барыкина, Р.П. Большой практикум по ботанике. Экологическая анатомия цветковых растений / Р.П. Барыкина, Н.В. Чубатова. М. : КМК, 2005. 77 с.
2. Эзау, К. Анатомия семенных растений : в 2 т. / К. Эзау. М. : Мир, 1980. Т. 1. 224 с.
3. Самылина, И.А. Фармакогнозия. Атлас : в 2 т. / И.А. Самылина, О.Г. Аносова. М. : ГЭОТАР-медиа, 2007. Т. 1. 192 с.
4. Баранова, Т.Г. Пленочные полимерные материалы и их применение / Т.Г. Баранова, Т.Г. Ицкова. Л. : ЛДНТП, 1977. С. 40–43.
5. Барыкина, Р.П. Справочник по ботанической микротехнике / Р.П. Барыкина, Т.Д. Веселова. М. : Изд-во МГУ, 2004. 313 с.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТРОФИЧЕСКОГО СТАТУСА ВОДОЕМА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВЫСШЕЙ ВОДНОЙ РАСТИТЕЛЬНОСТИ (НА ПРИМЕРЕ ОЗЕРА БОЯРСКОЕ)

Н. С. Чечина, Л. В. Лукьянцева

Томский государственный педагогический университет

Прибрежно-водная растительность – один из основных факторов формирования и регулирования качества воды природных водоемов. Водные растения играют роль механического фильтра, затеняют поверхность воды, поглощают биогены (прежде всего фосфор, азот), минерализуют опасные загрязнения (фенолы, нефтепродукты). Растения, кроме того, мощные антагонисты сине-зеленых и других водорослей, вызывающих «цветение» воды. Однако чрезмерное развитие прибрежно-водной растительности приводит к эвтрофированию [5].

Водная растительность развивается практически в любом водоеме и в наибольшей степени в литорали и сублиторали, образуя сплошную или прерывистую полосу различной ширины вдоль берега, реже покрывая все ложе. Глубина распространения водных растений зависит от величины, прежде всего, прозрачности воды. Развитие водной растительности тесно связано также с гидрологическими особенностями

водоема, размерами и морфометрией котловины, химическим составом вод, характером и распределением донных отложений и рядом других факторов. Поэтому по количеству и видовому составу организмов, интенсивности продукционных и деструкционных процессов можно определить тип водоема. Классификация стоячих водоемов по трофности (концентрации в толще воды растворенного кислорода, элементов питания для организмов) предусматривает условное деление их на ацидотрофные, дистрофные, олиготрофные, мезотрофные и эвтрофные. Кроме того, в природе встречаются озера и переходных стадий.

Трудности при использовании метода индикации по водной растительности возникают из-за того, что многие растения имеют широкие географические ареалы и экологические адаптивные возможности, поэтому встречаются в водоемах неодинакового трофического статуса. Принцип метода расчета общей трофности водоема основан на учете видового разнообразия представителей водной макрофлоры и их индикаторной значимости. Для количественного выражения и расчета общей трофности каждому типу водоема присуждается номер: ацидотрофные – 0, дистрофные – 1, олиготрофные – 2, мезотрофные – 3, эвтрофные – 4. Частоту встречаемости видов учитывают по девятибалльной шестиступенчатой шкале частот со следующими обозначениями: 1 – очень редко встречается, 2 – редко, 3 – нередко, 5 – часто, 7 – очень часто, 9 – массово [1].

Метод расчета общей трофности опробован для определения трофического статуса водоемов г. Томска; например такого, как пойменное озеро Боярское. Озеро Боярское, являясь по происхождению прирусловой старицей (в длину около 600 м, шириной около 100 м и площадью около 40 тыс. м²), расположено в пойме левобережья реки Томи против южной части г. Томска. Берега водоема довольно низкие, возвышаются над поверхностью воды на 0,5–1,5 м. Прибрежная отмель развита слабо, свал крутой; глубины быстро нарастают до 2–3 м всего в 1–2 м от уреза воды. Максимальная глубина в водоеме – около 8 м. Грунты в озере плотные глинистые с примесью детрита. Прозрачность воды высокая, более 1 м. Высшая водная растительность озера исследовалась редко [1–4, 6, 7], однако озеро имеет рекреационное значение для населения, расположено рядом с автомагистралью.

В августе 2010 г. произведено гидробиологическое обследование озера. Высшей водной растительностью занято не более 20% поверхности

водоема (проективное покрытие оценивалось визуально), что обусловлено относительно большими глубинами в озере при отсутствии литоральной зоны. Определение видов растительности производилось по пособиям [2, 3]. По западному берегу и по концам озера растут кусты тальника, гелофиты из *Carex sp.*, единичные особи *Phragmites communis* Trin., *Scirpus lacustris* L.; среди стеблей других макрофитов гидрофиты плавающие *Lemna trisulca* L., *Spirodela polyrrhiza* (L.) Schleid. Над небольшими глубинами развивались немногочисленные особи *Hydrocharis morsus-ranae* L., *Nimphaea candida* J. et C. Presl.; погруженных гидрофитов (*Potamogeton perfoliatus* L., *Potamogeton pectinalis* L., *Ceratophyllum demersum* L., *Myriophyllum spicatum* L.). На восточном берегу водоема было еще меньше растительности, встречались единично осоки, *Butomus umbellatus* L. Из гидрофитов там единичны были встречены особи *Cicuta virosa* L., а из гидрофитов – *Alisma plantago* L., *Stratiotes aloides* L., *Sagittaria sagittifolia* L. Из 16 определенных видов растений для 9, по литературным данным, определен индикаторный статус (т.е. для какого типа водоема характерен). Большинство этих видов относят к типичным обитателям мезотрофных водоемов.

Расчет трофности водоема по развитию макрофитов был произведен, используя данные по видовому составу, индикаторных характеристик, частот встречаемости видов водной растительности озера Боярское [1]. По произведенным подсчетам общая трофность озера Боярского соответствует переходному состоянию к мезотрофному типу водоема.

Литература

1. Биологический контроль окружающей среды: биоиндикация и биотестирование : учеб. пос. для студ. вузов / под ред. О.П. Мелеховой, Е.И. Егоровой. М. : Академия, 2007. 288 с.
2. Вылцан, Н. Ф. Прибрежно-водная растительность пойменных водоемов Среднего течения р. Оби (Томская область) / Н.Ф. Вылцан // Вопросы биологии. Томск, 1980. С. 76–83.
3. Вылцан, Н. Ф. Определитель растений Томской области / Н.Ф. Вылцан. Томск : ТГУ, 1994. 299 с.
4. Иоганзен, Б. Г. Водоемы окрестностей города Томска / Б. Г. Иоганзен, М. А. Попов, А. И. Якубова // Рыбное хозяйство Томской области и продуктивность водоемов : тр. Томского гос. ун-та. Томск : ТГУ, 1951. Т. 115. С. 121–190.
5. Садчиков, А. П. Гидробиология: прибрежно-водная растительность : учеб. пос. для студ. вузов / А.П. Садчиков, М. А. Кудряшов. М. : Академия, 2005. 240 с.
6. Суханова, И. В. Динамика растительных сообществ водоемов в условиях городской среды (на примере г. Томска) : автореф. дис. ... канд. биол. наук / И. В. Суханова. Томск, 2007. 21 с.

7. Якубова, А.И. Высшая водная растительность водоемов окрестностей Томска / А.И. Якубова // Рыбное хозяйство Томской области и продуктивность водоемов : тр. Томского гос. ун-та. Томск : ТГУ, 1951. Т. 115. С. 251–262.

ДИНАМИКА КАТАЛАЗНОЙ АКТИВНОСТИ В ТОРФЯНЫХ ПОЧВАХ ОЛИГОТРОФНОГО И ЭВТРОФНОГО ТИПОВ

Т. А. Янголенко, Е. В. Порохина

Томский государственный педагогический университет

Трансформация органического вещества, мобилизация макро- и микроэлементов в торфяных почвах осуществляется с помощью ферментов, выделяемых в данный момент как живыми организмами, так и находящимися в торфе в адсорбированном состоянии. Поэтому ферментативная активность дает полное представление о биологическом состоянии торфяных почв и торфов [1]. Известно, что в процессе торфообразования в каждом типе болот создается определенный уровень и соотношение ферментов, что определяет интенсивность и направленность биохимических процессов. Представление об общей ферментативной активности торфов можно получить на основании определения фермента, участвующего в процессах дыхательного обмена – каталазы. В результате ее активирующего действия происходит расщепление токсичной для живых организмов перекиси водорода на воду и свободный кислород. Образующийся активный кислород принимает участие в окислении органических соединений [2]. Некоторые авторы полагают, что активность каталазы непосредственно связана с общей численностью и деятельностью основных групп микроорганизмов в почве [3]. Следует подчеркнуть, что данных по сезонной динамике каталазной активности в торфяных почвах немногочисленны, что обуславливает актуальность проводимых исследований.

Целью данной работы было изучение динамики каталазной активности в торфяных почвах олиготрофного и эвтрофного типов.

Объекты и методы исследований. Объектами исследований являются торфяные почвы олиготрофного типа болота Бакчарское (Бакчарский район Томская область) и торфяные почвы эвтрофного типа болота

Таган (Томский район Томская область). Подробная характеристика объектов исследований приведена в работе [4, 5].

На болоте Бакчарское исследования проводили в пределах научно-исследовательского полигона «Васюганье» на пункте 2 (высокий рям) и пункте 3 (низкий рям). Торфяные почвы пунктов наблюдений представляют собой естественные участки. Торфяной профиль высокого рьяма, мощность которого составляет 90 см, сложен древесно-сфагновым, древесно-травяным и древесно-пушицевым видами торфа. В основании торфяного профиля залегает слой низинного осокового торфа высокой степени разложения. Торфяной профиль низкого рьяма имеет мощность 3 м, имеет смешанное строение и сложен преимущественно олиготрофными фукусум и медиум торфами. Подстилающим породами являются глины.

На болоте Таган для исследований были выбраны торфяные почвы трех пунктов наблюдений. Один из них (пункт 2) представляет собой участок с агролесомелиорацией, два других (пункты 1 и 3) являются естественными участками. Мощность торфяных почв пунктов наблюдений составляет около 3 м. Торфяной профиль сложен преимущественно травяными, древесно-травяными и древесными торфами и подстилается заиленными песками.

Для изучения сезонной динамики каталазной активности торфяных почв в мае, июле и сентябре 2010 г. проводился отбор почвенных образцов на анализ торфяным буром ТБГ-1 до минерального грунта. В отобранных образцах торфяных почв определяли каталазную активность газометрическим методом в модификации Ю. В. Круглова и Л. Н. Пароменской в трех повторностях [6]. Активность каталазы выражали в мл O_2 , выделяющегося за 2 мин на 1 г торфа (далее по тексту – ед.) [7, 8].

Параллельно с активностью каталазы в торфяных почвах определяли влажность и проводили наблюдения за уровнем болотных вод, температурой и окислительно-восстановительным режимом торфяных почв [9–12].

Вегетационный период 2010 г. на территории Бакчарского района характеризуется как влажный (гидротермический коэффициент составляет 1,4). Вегетационный период 2010 г. на территории Томского района можно охарактеризовать как недостаточно увлажненный (гидротермический коэффициент составляет 1,2). Статистическая обработка данных проводилась при помощи программы «Microsoft Excel» с доверительным интервалом 0,95.

Результаты исследований. Согласно полученным данным по окислительно-восстановительному и гидротермическому режимам олиготрофных торфяных почв болота Бакчарское, лучшие условия аэрации отмечаются в торфяных почвах высокого ярама (пункт 2). Наиболее оптимальные температурные условия для биохимической активности наблюдаются в торфяных почвах низкого ярама (пункт 3).

Результаты наблюдений за окислительно-восстановительным и гидротермическим режимами эвтрофных торфяных почв бота Таган показывают, что в течение вегетационного периода 2010 г. более благоприятные условия аэрации для активности биохимических процессов отмечаются в торфяных почвах пункта 2. В то же время лучшие температурные условия для биологической активности складываются в торфяных почвах естественных участков (пункты 1 и 3).

Наибольшей каталазной активностью характеризуются торфяные почвы эвтрофного типа (2,31–20,11 ед.). В олиготрофных торфяных почвах болота Бакчарское активность каталазы в 1,9 раз меньше, чем в эвтрофных торфяных почвах болота Таган и составляет 0,88–11,26 ед. Как в олиготрофных, так в эвтрофных торфяных почвах, активность каталазы максимально проявляется в верхней части торфяного профиля, наиболее контрастной по гидротермическим и окислительно-восстановительным условиям (рис. 1, 2). В целом полученные результаты по каталазной активности в торфяных почвах олиготрофного и эвтрофного типов соответствуют литературным данным [5, 8, 13].

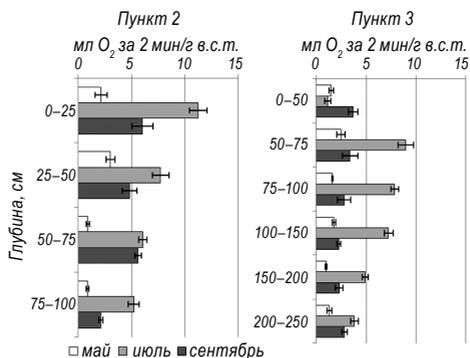


Рис. 1. Динамика активности каталазы в олиготрофных торфяных почвах болота Бакчарское

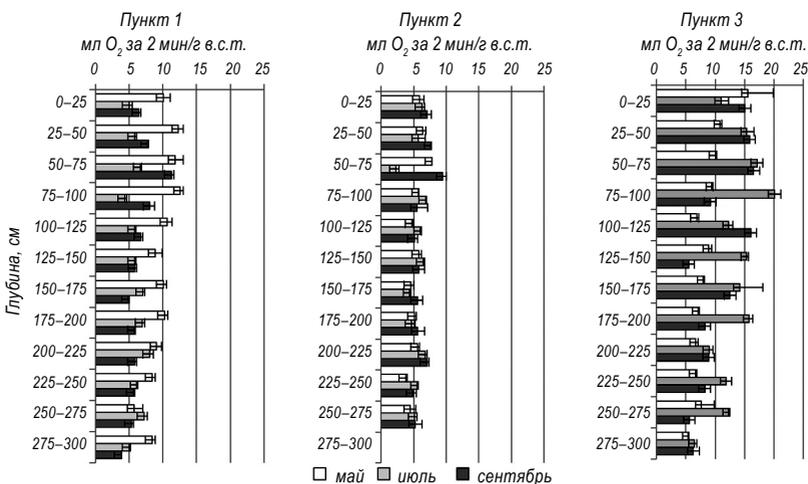


Рис. 2. Динамика активности каталазы в эвтрофных торфяных почвах болота Таган

На олиготрофном болоте Бакчарское наиболее высокие значения каталазной активности отмечаются в торфяных почвах пункта 2 (высокий рям) и составляют 0,88–11,26 ед. при среднем значении 4,65 ед. Это связано с ботаническим составом торфов, слагающих торфяной профиль, а также с более благоприятными условиями аэрации.

Рассмотрим активность каталазы в эвтрофных торфяных почвах болота Таган (рис. 2). Среди пунктов наблюдений наибольшей каталазной активностью характеризуется естественный участок пункта 3 (5,41–20,11 ед. при среднем значении 9,42 ед.). Это обусловлено богатым водно-минеральным питанием торфяного профиля и близкой к нейтральной обменной кислотности торфов, которая является оптимальной для действия каталазы. Высокую каталазную активность в неосушенных торфяных почвах эвтрофного типа отмечали и другие исследователи [13].

Остановимся подробнее на сезонной динамике каталазной активности в торфяных почвах олиготрофного и эвтрофного типов (рис. 1, 2). На олиготрофном болоте Бакчарское в торфяных почвах обоих пунктов пик каталазной активности наблюдается в самом теплом и сухом месяце вегетационного периода – июле. При этом высокая активность фермента отмечается по всему торфяному профилю. В мае и сентябре активность каталазы значительно ниже.

Динамика каталазной активности в эвтрофных торфяных почвах болота Таган имеет другую направленность, чем в олиготрофных торфяных почвах болота Бакчарское. В торфяных почвах естественных участков высокая каталазная активность отмечается на пункте 1 в мае, а на пункте 3 – в июле и сентябре. Весенний максимум активности каталазы в торфяных почвах эвтрофного типа наблюдали и другие авторы [3, 5, 14]. На участке с агролесомелиорацией (пункт 2) сезонная динамика каталазной активности выражена слабо.

Заключение. На основании проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

1. В олиготрофных торфяных почвах болота Бакчарское активность каталазы в 1,9 раз меньше, чем в эвтрофных торфяных почвах болота Таган.

2. В торфяных почвах олиготрофного и эвтрофного типов активность каталазы максимально проявляется в верхней части торфяного профиля.

3. Сезонная динамика каталазной активности, прежде всего, определяется погодными условиями, которые в свою очередь влияют на гидро-термические и окислительно-восстановительные условия в торфяных почвах. В олиготрофных торфяных почвах максимальная активность каталазы отмечается в июле. В эвтрофных торфяных почвах естественных участков высокая каталазная активность наблюдается на пункте 1 в мае, а на пункте 3 – в июле и сентябре. На участке с агролесомелиорацией (пункт 2) активность каталазы в течение вегетационного периода изменяется незначительно.

Работа выполнена при финансовой поддержке гос. контракта № 02.740.11.0325 от 07.07.2009 г.

Литература

1. Щербакова, Т. А. Ферментативная активность почв и трансформация органического вещества / Т. А. Щербакова. Минск : Наука и техника, 1983. 222 с.
2. Пейве, Я. В. Биохимия почв / Я. В. Пейве. М., 1961. 422 с.
3. Зименко, Т. Г. Микробиологические процессы в мелиорируемых торфяниках Белоруссии и их направленное регулирование / Т. Г. Зименко Минск : Наука и техника, 1977. 206 с.
4. Инишева, Л. И. Болотные стационары Томского государственного педагогического университета : коллективная монография / Л. И. Инишева, В. Ю. Виноградов, О. А. Голубина, Г. В. Ларина, Е. В. Порохина, Н. А. Шинкеева, М. В. Шурова. Томск : Изд-во ТГПУ, 2010. 148 с.

5. *Инишева, Л. И.* Выработанные торфяные месторождения, их характеристика и функционирование / Л. И. Инишева. Томск : Изд-во ТГПУ, 2007. 225 с.
6. *Круглов, Ю. В.* Модификация газометрического метода определения каталазной активности / Ю. В. Круглов, Л. Н. Пароменская // Почвоведение. 1966. № 6. С. 93–94.
7. *Хазиев, Ф. Х.* Методы почвенной энзимологии / Ф. Х. Хазиев. М. : Наука, 1990. 189 с.
8. *Инишева, Л. И.* Руководство по определению ферментативной активности торфяных почв и торфов / Л. И. Инишева, С. Н. Ивлева, Т. А. Щербакова. Томск : Изд-во Том. ун-та, 2003. 122 с.
9. ГОСТ. Торф. Методы определения влажности. Введ. 01.01.1965 г. М. : Изд-во стандартов, 1964.
10. *Роде, А. А.* Основы учения о почвенной влаге / А. А. Роде. Л., 1969. Т. 2. 287 с.
11. *Инишева, Л. И.* Определение ОВП почв прибором ЭСК-1 / Л. И. Инишева, В. И. Юхлин, Ф. Ф. Зелингер. Томск : Томский ЦНТИ, 1975а. № 35–75. 2 с.
12. *Инишева, Л. И.* Определение температуры почв и торфов терморезисторами ММТ-4 / Л. И. Инишева, В. И. Юхлин, Ф. Ф. Зелингер. Томск : Томский ЦНТИ, 1975б. № 36–75. 4 с.
13. *Славнина, Т. П.* Биологическая активность почв Томской области / Т. П. Славнина, Л. И. Инишева. Томск : Изд-во Том. ун-та, 1987. 216 с.
14. *Ефремова, Т. Т.* Биологическая продуктивность и почвы болот южного Васюганья / Т. Т. Ефремова, С. П. Ефремов, Н. П. Косых и др. // Сибирский экологический журнал. 1994. № 3. С. 253–267.

**СЕКЦИЯ
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ
И КЛИНИЧЕСКАЯ МЕДИЦИНА**

САЛИВАДИАГНОСТИКА: ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ В КЛИНИКЕ И ЭКСПЕРИМЕНТЕ

Е. Н. Гришко, Е. В. Медведева

*Сибирский государственный медицинский университет
Научный руководитель – канд. мед. наук, доцент Ю. А. Коноваленко*

В настоящее время в клинико-лабораторных исследованиях широко используются такие биологические жидкости, как кровь и моча. Их диагностическая ценность неоспорима, методики унифицированы, а также разработан ряд нормативных документов, регламентирующих работу с ними. Однако, зачастую при сборе анализов пациент сталкивается с некоторыми трудностями: инвазивность методики, травматичность, страх перед процессом взятия крови, ее видом, зависимость некоторых количественных показателей от приема пищи, времени суток, вариабельность показателей в связи с погрешностью забора материала. Сейчас в научных кругах все более широко дискутируется вопрос об использовании слюны в качестве диагностической жидкости. Исследование слюны имеет достаточно много преимуществ по сравнению с другими методами лабораторной диагностики, что прежде всего обусловлено простотой и удобством сбора, неинвазивностью, безболезненностью и атравматичностью этой процедуры, простотой пробоподготовки, а также отсутствием риска инфицирования при получении биоматериала вирусами СПИДа, гепатита В и др. Такие особенности получения биоматериала особенно важны в педиатрической практике и результативны для контроля за течением беременности и родов [2, с. 18]. Немаловажное значение имеет возможность многократного и нестрессогенного получения проб, например, при биоритмологических и гормональных исследованиях (особенно это касается кортизола, уровень которого очень сильно зависит от отношения пациента к процедуре взятия венозной крови – при малейшем дискомфорте уровень кортизола достоверно повышается, что затрудняет интерпретацию результата).

Если смотреть на саливадиагностику с позиции диагностической ценности данных, то слюна является продуктом в том числе и экскреторным (выделяются вещества из крови), и по изменению состава слюны судят об изменении состава крови при различных патологиях [5, с. 15].

Слюна отражает не только биохимический статус больного, но и здорового человека. Эти преимущества имеют важное практическое значение при осуществлении биохимического контроля за состоянием здоровья изолированных групп людей (космонавтов, альпинистов, спортсменов, водолазов) или при обследовании в экстремальных условиях жизни и труда человека, когда отсутствие медицинского персонала затрудняет взятие крови и нет соответствующих условий для правильной пробоподготовки.

В составе слюны присутствует ряд экзогенных веществ – тяжелые металлы, неорганические и органические вещества, продукты техногенной деятельности человека, многие лекарственные вещества – это объясняет широкую экологически важную перспективность этих исследований. И, наконец, существует практическая потребность в изучении этиологии и патогенеза ряда заболеваний слюнных желез, количество которых неуклонно увеличивается [4, с. 10].

Если говорить о последних достижениях саливадиагностики, то здесь установлены особенности состава слюны при различных патологических состояниях и заболеваниях. Очевидно, что сдвиги в биохимическом составе слюны возникают прежде всего при заболеваниях слюнных желез и при различной стоматологической патологии. При этом чаще всего наблюдают увеличение концентрации в слюне общего белка, а также снижение содержания холестерина, триглицеридов, фосфолипидов, β -гликопротеинов и увеличение активности ферментов, а при глоссалгии отмечены специфическое увеличение уровня лактатдегидрогеназы и изменение в минеральном составе слюны.

При многих желудочно-кишечных заболеваниях изменяется объем секреции слюны. Например, при хроническом гастрите и язвенной болезни желудка наблюдается как гипо-, так и гиперсаливация [1, с. 10], при этом изменяется рН слюны: при язвенной болезни желудка – защелачивание, а при раке желудка и ахилии наоборот – реакция слюны становится кислой. В слюне больных с ЯБЖ и ДПК увеличено содержание аминокислот.

Изменение химического состава слюны наблюдается и при заболеваниях печени. В тяжелых случаях острого панкреатита активность амилазы в слюне резко повышается, что служит надежным диагностическим признаком, но в то же время есть данные о снижении секреции слюны и ее амилазной активности у больных хроническим панкреатитом.

У больных диабетом средней и тяжелой форм увеличивается содержание в слюне глюкозы, лактата, пирувата, общего белка и активность лактатдегидрогеназы, изменяется рН слюны в кислую сторону, и повышается концентрация иммунореактивного инсулина.

Ряд работ посвящен исследованию слюны при сердечно-сосудистой патологии. Так при стенокардии, атеросклерозе и инфаркте миокарда изменяется жирно-кислотный состав слюны. При гипертонической болезни в слюне обнаружено увеличение содержания меди и марганца, а количество натрия, наоборот, значительно ниже, чем у здоровых. По мнению многих авторов, снижение концентрации натрия в слюне может быть использовано в качестве скрининг-теста для выявления людей, предрасположенных к гипертензии [5, с. 16].

При хронической сердечной недостаточности, особенно с отечным синдромом, повышается концентрация натрия и калия в слюне, а у больных с эссенциальной или нефрогенной гипертонией повышается содержание калликреина и калия в слюне околоушной железы.

В литературе имеются лишь немногочисленные сведения об исследованиях состава слюны при других заболеваниях. Так, например, при гриппе рН слюны изменяется в кислую сторону и снижается ее амилазная активность, при тиреотоксикозе увеличена концентрация магния и кальция, а у больных муковисцидозом в слюне обнаружено повышение активности амилазы и рибонуклеазы, а также содержание фруктозы, натрия, кальция, хлоридов, фосфора, белка и общего азота. При нефрите отчетливо повышается содержание метионина в слюне и в несколько раз увеличивается уровень остаточного азота при развитии уремии.

Определение андрогенов в слюне может служить ценным диагностическим критерием при лечении различных гормональных нарушений половой функции как у мужчин, так и у женщин.

Наиболее ярким моментом в экспериментальной практике является использование кристаллографического метода исследования слюны. Суть его состоит в анализе кристаллических фигур, образующихся при высушивании слюны. Тизиграфия – кристаллографический метод исследования, основанный на изучении форм кристаллов и кристаллообразующего вещества при добавлении к нему биологических субстратов. В зависимости от состава слюны изменяется характер образованных кристаллов. Конфигурация кристаллов устойчивая, и в некоторых случаях может служить диагностическим критерием заболевания.

Оценка морфогенеза кристалла проводится по способу образования отростков (симметрия и асимметрия ветвления кристаллов), по длине и по форме окончаний отростков. Могут наблюдаться кристаллы в виде коробки и в виде креста, но в норме они встречаются редко. Также выявлены особенности кристаллизации ротовой жидкости у больных сахарным диабетом второго типа: от тела кристалла отходит один ветвящийся отросток [6, с. 346]. Отсутствие кристаллической структуры в норме встречается у женщин детородного возраста во вторую фазу менструального цикла.

Итак, слюна является единственной биологической жидкостью с уникальным набором исследовательских возможностей, включающих полную неинвазивность, многократный и почти неограниченный по объему забор материала и т. п. Основное внимание клиницистов привлекают новые лабораторные способы анализа слюны с целью получения разнообразной диагностической информации, а также прогноза заболеваний. Помимо этого в настоящее время некоторые фирмы выпускают биохимические наборы реактивов, адаптированных для работы со слюной.

Литература

1. *Готовцева, Л. П.* Тиреоидные гормоны слюны в оценке функционального состояния гипофизарно-тиреоидной системы / Л. П. Готовцева, Г. Ф. Коротко // *Клин. лаб. диагн.* 2002. № 7. С. 9–11.
2. *Григорьев, И. В.* Роль биохимического исследования слюны в диагностике заболеваний / И. В. Григорьев, А. А. Чиркин // *Клин. лаб. диагн.* 1998. № 6. С. 18–20.
3. *Денисов, А. Б.* Алгоритм оценки кристаллических фигур, полученных при высушивании смешанной слюны / А. Б. Денисов // *Бюллетень экспериментальной биологии и медицины.* 2004. Т. 138, № 7.
4. *Денисов, А. Б.* Слюнные железы : в 2 ч. / А. Б. Денисов. 2003.
5. *Носков, В. Б.* Слюна в клинической и лабораторной диагностике / В. Б. Носков // *Клин. лаб. диагн.* 2008. № 6. С. 14–17.
6. *Селифанова, Е. И.* Особенности кристаллизации компонентов ротовой жидкости у больных сахарным диабетом 2-го типа / Е. И. Селифанова, Г. М. Барер, А. М. Мкртумян, А. Б. Денисов // *Бюллетень экспериментальной биологии и медицины.* 2004. Т. 138, № 9.

ИССЛЕДОВАНИЕ СИНДРОМА ХРОНИЧЕСКОЙ УСТАЛОСТИ У СТУДЕНТОВ

Ю. Н. Гудкова

*Томский государственный педагогический университет
Научный руководитель – канд. биол. наук, доцент М. Л. Седокова*

Работоспособность отражает возможности биологической природы человека, служит показателем его дееспособности, а также выражает его социальную сущность, являясь показателем успешности овладения требованиями какой-то конкретной деятельности [1].

По различным данным заболевание хронической усталостью составляет 10–37 случаев на 100 тыс. населения. Мировые статистические данные свидетельствуют, что синдром хронической усталости примерно в 2–3 раза чаще встречается у женщин, чем у мужчин. По некоторым данным ежедневно в мире регистрируется до 1 000 новых случаев синдрома хронической усталости. Сразу же напрашивается вопрос «почему?» В этом возрасте жители крупных городов основные силы отдают работе. Стремясь к успеху и благосостоянию, многие забывают о собственном здоровье. Постоянное напряжение и работа более 8 часов в сутки, отсутствие отдыха, а также регулярные стрессы, переутомление, нерегулярное питание приводит к тому, что в последнее время стали называть синдром хронической усталости [2].

Хроническая усталость, или синдром хронической усталости (СХУ) – заболевание, которое характеризуется повышенной утомляемостью, стойким снижением работоспособности, жизненного тонуса, мышечной слабостью и постоянным ощущением усталости, не проходящим при отдыхе [3].

Недостаточный по времени отдых или же чрезмерная рабочая нагрузка в течение длительного времени нередко приводят к хроническому утомлению или переутомлению. У лиц с определенным типом нервной системы интенсивный, а так же у молодых людей умственный труд может вести к развитию неврозов, которые возникают чаще при сочетании умственного переутомления с постоянным психическим напряжением, большим чувством ответственности, физическим изнурением и т. п. [4].

Переутомление – состояние организма, характеризующееся функциональными нарушениями, обусловленными чрезмерным однократным утомлением или прогрессирующим накоплением его за ряд последовательных периодов работы [5].

Многие из нас так или иначе испытывали такое состояние в обычной жизни после тяжелой, напряженной работы и при недосыпании. Обычно утомление проходит после хорошего, полноценного отдыха и сна. Если же симптомы остаются, это означает, что у вас наступило переутомление [6].

Длительные периоды переутомления могут быть признаком серьезного заболевания, известного как синдром хронической усталости (СХУ).

Для молодых людей уже стали привычными рассказы о синдроме хронической усталости. Когда просыпаешься утром уставшим, мучаешься головными болями, да еще и нарушение внимания мешает выполнять работу. К этому добавляется бессонница и прочие нарушения сна, даже когда есть непреодолимое желание отдохнуть [7].

Причины, по которым возникает хроническая усталость (синдром хронической усталости), могут быть различными. В большинстве случаев хроническая усталость возникает в силу не одной, а целого комплекса причин.

Среди них выделяют главные: длительное умственное и психическое перевозбуждение, переутомление, интоксикация, зашлаковывание организма, нарушение кровообращения и снабжения тканей кислородом (гипоксия), в первую очередь головного мозга, связанное с атеросклерозом сосудов, длительные или частые нервные стрессы на фоне низкой стрессоустойчивости, снижение иммунитета, нарушения клеточного метаболизма (в частности, окисления органических соединений для производства энергии), неправильное питание, дефицит витаминов, злоупотребление углеводами, ведущее к ожирению, бессонница и другие нарушения сна, бытовой алкоголизм, неблагоприятная психологическая атмосфера, отсутствие жизненных перспектив.

Хроническую усталость может спровоцировать также длительный недостаток солнца, например, в зимнее время, приводящий к дефициту «гормона счастья» – серотонина [3].

Для диагноза СХУ необходимо сочетание двух основных и восьми малых симптомов. К основным симптомам относятся: внезапное возникновение изнуряющей слабости, усталость прогрессирует и не прохо-

дит после отдыха, у больного почти вдвое снизилась работоспособность за последние 6 месяцев, нет других видимых причин или болезней, которые могут вызывать непреходящую усталость.

Малыми симптомами являются: прогрессирующая или продолжительная усталость, особо выраженная после любых физических нагрузок, которые прежде переносились легко, частая боль в горле, мышечная слабость, миалгия – боль в мышцах, расстройство сна (бессонница или, напротив, сонливость), головная боль, забывчивость, раздражительность, нерешительность, снижение мыслительной активности и способности к концентрации внимания, депрессия и др.

Главным диагностическим критерием СХУ является постоянная усталость со снижением работоспособности, возникающая на фоне обычного здоровья, длящаяся не менее 6 месяцев и не связанная с какими-либо другими заболеваниями.

Симптомы СХУ проявляются не сразу. Чаще всего СХУ начинается с гриппоподобного состояния (типа ОРВИ): повышение температуры тела, боли в горле, увеличение лимфатических узлов, головные боли. Затем быстро, в течение нескольких часов или дней, присоединяется необъяснимая мышечная слабость, болезненность отдельных мышц, боли в суставах, истощаемость после физических нагрузок, не восстанавливающаяся самостоятельно на протяжении суток.

Симптомы у детей и взрослых похожи. Так же проявляется усталость, создающая непреодолимые трудности при любом напряжении. Дети чаще жалуются на головную боль, боль в горле, животе, мышцах и суставах, на нарушение сна, ухудшение памяти, рассеянность и болезненность в лимфоузлах. Кроме того, у них бывают повышенная температура, ночное потоотделение, сыпь, головокружение, затрудненное мочеиспускание, светобоязнь и повышенная кожная чувствительность. Нередко детям, заболевшим СХУ, приходится сталкиваться с проблемой недоверия со стороны взрослых – родных, педагогов, врачей, ведь ребенок, как правило, внешне выглядит здоровым, но при этом жалуется на постоянную усталость, нежелание ходить в школу. Разговоры в его присутствии – действительно ли он болен или ловко симулирует недуг – вредят его психике, он перестает делиться со взрослыми своими трудностями, отказывается от помощи врача, чем только усугубляет болезнь. В этот момент помочь ребенку должен не только врач-иммунолог, но и психолог [8].

Целью данной работы является исследование развития СХУ в зависимости от возраста студентов и его качественной успеваемости.

Мы провели анкетирование у 66 студентов 1, 2, 3-х курсов ПФ ТГПУ в возрасте от 17 до 22 лет. В анкетирование приняли участие два молодых человека в возрасте 19–20 лет. В связи с тем, что юношей было мало, результаты не были учтены. Вопросы анкеты были сформулированы в соответствии с основными и малыми симптомами. К основным симптомам мы отнесли: усталость после сна, вялость в течение дня.

Мы выявили, что на первом курсе у девушек в возрасте 17–18 лет симптомы СХУ встречаются у каждой четвертой, т.е. в 23% случаев (рис. 1). На втором курсе (19–20 лет) симптомы СХУ встречаются чаще – в 27% случаев (рис. 2). На третьем курсе (21–22 года) симптомы СХУ обнаружены почти у половины респондентов (в 40% случаев) (рис. 3).

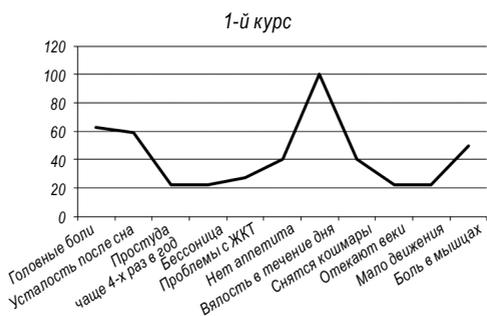


Рис. 1. Признаки СХУ у студентов 1-го курса

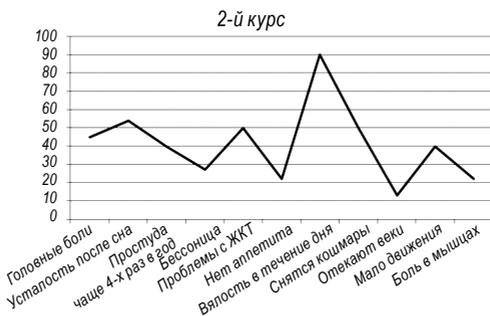


Рис. 2. Признаки СХУ у студентов 2-го курса

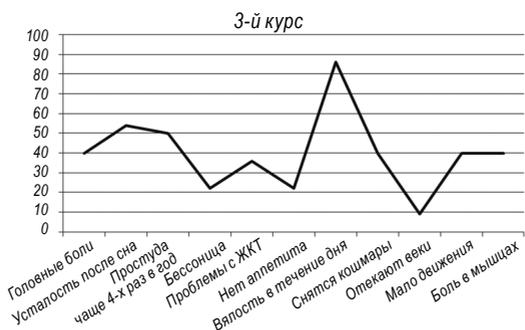


Рис. 3. Признаки СХУ у студентов 3-го курса

У студентов 1-го курса наиболее часто встречаются такие симптомы СХУ, как головные боли, усталость после сна, вялость в течение дня, миалгия.

У студентов 2-го курса, помимо головных болей, усталости после сна, вялости в течение дня, появляются проблемы с ЖКТ, а также гиподинамия.

У девушек 3-го курса нами выявлено большее количество симптомов СХУ, чем у студентов младших курсов. К ним относятся головные боли, усталость после сна, простудные заболевания, проблемы с ЖКТ, вялость в течение дня, гиподинамия, миалгия.

По данным деканата ПФ ТГПУ, успеваемость на 1-м курсе составляет 3,1, на втором – 3,5, а на третьем – 3,7.

Из этого следует, что чем взрослее студент, тем и успеваемость его выше. А наши исследования показали, что с возрастом девушки больше подвержены СХУ.

В результате нашего опроса было выявлено, что в основном СХУ страдают отличники и активисты факультета, а также люди, которые помимо учебы еще и работают.

Для предупреждения развития СХУ у студентов 1–5-х курсов необходимо проводить профилактические мероприятия, направленные на укрепление здоровья. К таким мероприятиям следует отнести: уметь правильно отдыхать, чередовать умственную и физическую нагрузку, соблюдение гигиенических требований к условиям сна, рациональное питание и исключение курения, приема алкоголя и наркотических средств.

Литература

1. URL: <http://www.unibassein.ru/trener/kurs/t4.htm>
2. URL: <http://www.medinfo.ru/sovety/stress/15.phtml>
3. *Международная клиника интегральной медицины*. URL: <http://inmedclinica.ru/content/sindrom-khronicheskoi-ustalosti>
4. URL: <http://www.nmedik.ru/lechenie/other/utomlyaemost-upadok-sil.html>
5. *Большой медицинский словарь*. URL: http://mirslovarei.com/content_bigmedslov/pereutomlenie-100236.html
6. *Справочник лекарственных средств «Видаль»*. URL: http://health.mail.ru/disease/sindrom_hronicheskoi_ustalosti
7. URL: http://mospolyclinic.ru/sindrom_hronicheskoi_ustalosti.html
8. URL: <http://medicinform.net/human/humanis/human30.htm>

МОРФО-ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ РОЛЬ ИНТЕРСТИЦИАЛЬНЫХ КЛЕТОК КАХАЛЯ В ФОРМИРОВАНИИ МОТОРНОЙ ФУНКЦИИ ЖЕЛУДОЧНО-КИШЕЧНОГО ТРАКТА

Д. А. Долгая

*Сибирский государственный медицинский университет
Научный руководитель – канд. мед. наук, доцент В. Б. Студницкий*

Интерстициальные клетки были описаны впервые Сантьяго Раймондом и Кахаль в 1893 г. Они привлекли его внимание в следствии того, что являлись интеркалированными (промежуточными) между автономными нервами и эффекторными клетками. Исходя из понимания межклеточной коммуникации в ЦНС того времени, Р. Кахаль предположил, что эти клетки опосредуют передачу сигналов от нейронов автономной нервной системы к ГМК. В последующем эти клетки были названы – интерстициальными клетками Кахала (ICC – interstitial cells of Cajal) [1].

В 1914 г. Кейт (A. Keit) выдвинул гипотезу о том, что ICC являются пейсмекерными клетками в кишечнике, по аналогии с пейсмекером синусноатриального узла сердца, который он описал ранее. В 1960–1970-х гг. происходил набор экспериментального материала: были описаны популяции ICC межмышечного (миэнтерического) и подслизистого (субмукозного) сплетения тонкого и толстого кишечника, определены плот-

ные соединения между энтерическими утолщениями осевых цилиндров (варикоциты) и ИСС, плотные щелевые соединения между ИСС и циркулярными ГМК, а также выдвинута гипотеза, что ИСС действуют как механорецепторы в стенке толстого кишечника.

В 1982 г. L. Thuneberg опубликовал статью, в которой, суммируя морфологические данные разных исследователей, имеющиеся на тот период времени, сфокусировал внимание на нескольких предложениях, которые стали объектом интенсивных исследований на следующие 25 лет:

1. Имеется четыре основных популяции ИСС в тонком кишечнике мышей.

2. Ультраструктурные особенности ИСС, как одного из фенотипов мезенхимальной ткани, совпадают с некоторыми особенностями строения ГМК и фибробластов.

3. Имеются синапс-подобные соединения между холинэргическими нейронами и ИСС, что подтверждало гипотезу Кахалья, что ИСС могут опосредовать энтерический нейрональный импульс к ГМК.

4. Отделение продольного гладкомышечного слоя тонкого кишечника от циркулярного угнетает генерацию медленных волн в оставшихся циркулярных ГМК. На основании этого он предположил, что ИСС межмышечного сплетения, которые остаются прикрепленными к продольному слою при препаровке, отвечают за генерацию медленных волн в отделенном слое циркулярных мышц. Таким образом, ИСС могут действовать как пейсмекерные клетки в системе интеграции процессов возбуждения мускулатуры кишечника, аналогично пейсмекерным клеткам в сердце.

Классификация ИСС. ИСС обнаруживаются на протяжении всего пищеварительного тракта от пищевода до анального сфинктера у животных и человека. Однако они по-разному распределены в отделах ЖКТ и имеют морфологические особенности в зависимости от их анатомической локализации. Согласно этому, они классифицируются на несколько субтипов. Форма клетки и устройство каждого субтипа в основном определяются их взаимоотношениями с локальными нервными сплетениями, ориентацией гладкомышечного слоя, в котором они находятся, и частотой связей между собой [2] (см. рис. 1).

ИСС мизентерического плексуса (ИСС – МР – myenteric plexus). ИСС – МР являются мультиполярными, имеющими от 3 до 5 отростков, которые

формируют вторичные, третичные и далее разветвляющиеся отведения, которые взаимодействуют с подобными им отростками других клеток. Они формируют своеобразную клеточную сеть внутри межмышечного (Ауэрбахового) сплетения, между слоями циркулярных и продольных мышц. Весьма распространены в теле желудка и толстом кишечнике по сравнению с тонким кишечником.

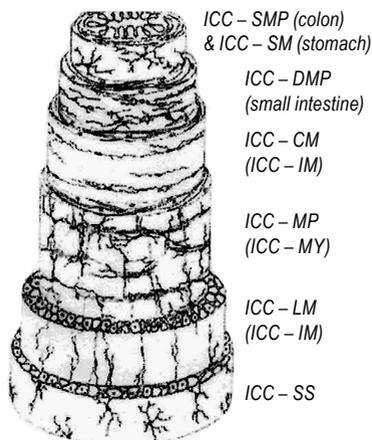


Рис. 1. Схематическое изображение типов ICC, локализованных в различных слоях ткани стенки ЖКТ

ICC циркулярного мышечного слоя (ICC – CM – circular muscle). ICC – CM слоев циркулярных мышц являются в основном биполярными клетками, ориентированными вдоль оси ГМК. Их распределение и плотность значительно различаются в различных участках ЖКТ. В желудке и толстом кишечнике они являются в основном веретенообразными и плотно расположены вдоль нервных узелков, в отличие от тонкого кишечника, где они имеют вторичные отростки и редко располагаются в ассоциации с довольно крупными нервными ганглиями, не формируя свою клеточную сеть. Они также обнаруживаются в соединительно-тканном септе, где обозначаются как ICC – SEP.

ICC продольного мышечного слоя (ICC – LM – longitudinal muscle). ICC – LM подобны ICC – CM по форме, но менее многочисленны в ЖКТ. ICC – LM и ICC – CM часто обозначают в литературе как внутримышечные, т. е. ICC – IM – intramuscular.

ICC глубокого мышечного плексуса (ICC – DMP – deep muscular plexus). ICC – DMP являются в основном мультиполярными, тесно ассоциируются с нервными ганглиями глубокого мышечного сплетения тонкого кишечника, который располагается двумерно в пространстве на границе между тонким внутренним и толстым внешним субслоями циркулярной мышцы. Показывают однонаправленную ориентацию вдоль окружности из-за их плотной ассоциации с нервными узелками и волокнами циркулярных мышц.

ICC субмукозы желудка (ICC – SM) и *субмукозного плексуса толстого кишечника* (ICC – SMP). ICC – SM и ICC – SMP локализуются на внутренней поверхности между подслизистой соединительной тканью и наиболее глубоким слоем циркулярных мышц пилорического отдела желудка и толстого кишечника. Их клеточные оси являются параллельными с осями соседних циркулярно-мышечных клеток. Они содержат мультиполярные клетки со вторичными ответвлениями и формируют клеточную сеть между собой, в отличие от соседних ICC – CM.

ICC субсерозы (ICC – SS – subserosa). ICC – SS имеют звездчатую форму, располагаются в серозном слое тонкого и толстого кишечника.

Литература

1. *Cajal*. Sur les ganglions et plexus nerveux d'intestin / Cajal // C. R. SocBiol. 1893. 5. P. 217–223.
2. *Sandres, K.* Intertitial cells of Cajal: a new perspective on smooth muscle function / K. Sandres, S. M. Ward.
3. *Thuneberg, L.* Interstitial cells of Cajal: intestinal pacemaker cells? / L. Thuneberg // AdvAnatEmbryol Cell Biol. 1982. 71. P. 1–130.

РОЛЬ НЕЙРОПЕПТИДОВ В РЕГУЛЯЦИИ СЕКРЕТОРНОЙ АКТИВНОСТИ САЛИВАТОРНОГО АППАРАТА

А. А. Ермакова

*Сибирский государственный медицинский университет
Научный руководитель – канд. мед. наук, доцент Ю. А. Коноваленко*

Традиционные представления о регуляции слюноотделения сложились давно и заключаются в следующем. Слюноотделение запускается

как с рецепторов, отвечающих за восприятие безусловно-рефлекторного раздражителя, так и с вовлечением условно-рефлекторного компонента по И. П. Павлову. Афферентная импульсация асинхронно поступает по волокнам тройничного, языкоглоточного, лицевого, блуждающего нерва. Контроль слюноотделения на уровне центральной нервной системы осуществляется на разных ее «этажах» и заключается в формировании представлений о свойствах пищи, а также контроле адекватного ему слюноотделения. Кора больших полушарий отвечает за формирование слюноотделения, на вид и запах пищи, а также выполняет регулирующую функцию относительно нижележащих структур, в частности, оказывает тормозящие влияния на гипоталамус, который формирует слюноотделение как компонент различных приспособительных реакций.

Количество и состав слюны определяется деятельностью низших центров, расположенных в продолговатом и спинном мозге. Продолговатый мозг обеспечивает парасимпатическую иннервацию слюнных желез: верхнее слюноотделительное ядро через *h. tympani* (барабанную струну) иннервирует подъязычную и поднижнечелюстную слюнные железы; нижнее слюноотделительное ядро – через нижнюю ветвь каменистого нерва (аурикуло-темпоральный) иннервирует околоушную слюнную железу. Спинной мозг на уровне II–IV шейных сегментов обеспечивает симпатическую иннервацию слюнных желез. Помимо секреторного, иннервацию автономной нервной системой обоими ее отделами получает и сосудистый компонент слюнных желез [1]. На уровне низших отделов варьируется состав и количество слюны, что достигается изменением возбудимости, числа и вида возбужденных нейронов и как следствие, числа и вида инициированных glanduloцитов. На рефлекторные воздействия слюнные железы реагируют эффектами нескольких типов: гидрокинетический – изменяется секреция воды и электролитов; мукокинетический эффект – изменение секреции слизи; протеокинетический эффект – изменение секреции белка и ферментов; морфокинетический эффект – изменение структуры желез; трофический – изменение метаболизма [1, с. 76].

У человека парасимпатические влияния более выражены, чем симпатические, слюнные железы их воспринимают различными подтипами холинорецепторов (M1–M5), локализованных в разных частях железы [2, 3]. Симпатические влияния воспринимаются благодаря наличию адренорецепторов, как в секреторном (бета-адренорецепторы, опосредуют

синтез белка), так и в сосудистом компоненте (альфа-адренорецепторы, отвечают за вазоконстрикцию).

Согласно классическим представлениям при стимуляции парасимпатической нервной системы выделяется большое количество слюны, бедное белком, а при стимуляции симпатической нервной системы – небольшое количество слюны, богатое белком. Одной из особенностей нервных влияний на слюнные железы является то, что в этом органе симпатический и парасимпатический отделы АНС находятся не в антагонистическом, а в синергическом взаимодействии [4].

Однако, несмотря на традиционные существующие представления о регуляции слюноотделения, появляются исследования, посвященные модуляции активности сливаторного аппарата посредством регуляторных пептидов. В организме данные молекулы выполняют роль регуляторов разнообразных физиологических функций: организация коммуникаций между различными клетками, обеспечение «настроя» клетки на воздействия того или иного рода (т. н. модулирующая функция), участие в реализации отдельной физиологической реакции или сложного физиологического акта [5].

Существует определенная разница между классическими медиаторами. Нейропептиды представлены в тканях в значительно низкой концентрации, а также меньше количество рецепторов для них. Образуются из неактивных предшественников, больших по массе, в качестве гипотезы их образования предложена гипотеза Gainer et al. (1984). Смысл ее заключается в том, что процессинг (образование) биологически активных пептидов происходит в процессе передвижения молекул пропептидов по гранулярному ЭПР, комплексу Гольджи и в секреторных везикулах. Пептиды, высвободившиеся в синаптическую щель, равно как их непосредственные предшественники, не используются заново (в отличие, например, от ацетилхолина). Высвобождение пептидов из синаптических везикул происходит при более низкой концентрации внутриклеточного кальция [6]. В некоторых пептидергических нейронах не действует принцип Дейла (один гормон – один медиатор), так установлена совместная локализация в нейроне вазоинтестинального пептида (VIP) и гипоталамического активатора аденилатциклазы (CABAP) у крыс (т. н. комбинированные VIP/CABAP-нейроны) [7] и колокализация вещества P (sP) и кальций-ген-релейт-пептида (CGRP) (sP/CGRP) у человека [8].

На сегодняшний день представители семейства регуляторных пептидов обнаружены практически во всех органах и тканях, в том числе органах и тканях желудочно-кишечного тракта, и, в частности, слюнных железах. При помощи различных методов в слюнных железах человека было установлено наличие следующих регуляторных пептидов: VIP, пептид гистидин-метионин (PHM), sP, нейропептид тирозин (NPY), CGRP [9, 10], холецистокинин (А и В) [11]. Их содержание в железе разное. Например в культурах клеток слюнных желез человека установлено присутствие в убывающем количестве: VIP – NPY – sP [10]. У крыс в экстракте слюнных желез дополнительно к перечисленным выявлены нейрокинин А, нейропептид К, гастрин-релиз-пептид (GRP), гипофизарный активатор аденилатциклазы (САВАР), галанин и хелоспектрин (у человека эти три пептида отсутствуют), натрийуретический пептид [12].

Установлено, что разные представители этого класса веществ имеют разную локализацию внутри железы: в периацинарной части железы локализованы нейроны, содержащие VIP, PHM, NPY; около выводных и вставочных протоков, а также вокруг сосудов, помимо вышеперечисленных, обнаружены sP и CGRP [9, 10]. Их локализация в железе подразумевает выполнение определенной роли в функционировании, а более детальное установление их локализации во многом объяснит характеры эффектов. Так, периацинарное положение объясняет протео- и мукокинетические эффекты. Показано увеличение секреции белка и амилазы при различных вариантах введения в организм (внутривенно, внутрибрюшинно) VIP, sP, нейрокинаина А, нейропептида К, холецистокинина, CGRP. Аналогичные эффекты показаны на культурах клеток слюнных желез [13, 14]. Относительно мукокинетического эффекта – отмечено повышения выведения слизи под влиянием VIP. Перидуктальное и околососудистое расположение – объясняют гидрокинетический эффект, опосредованный секрецией в просвет протока некоторых электролитов (калия), снижение тонуса атретиол и как следствие расширение сосудов [15]. Особенности морфокинетического эффекта при воздействии регуляторных пептидов (VIP, sP) заключаются в том, что увеличивается масса железы, однако не за счет пролиферации а, вероятно, за счет гипертрофии) [13].

По механизму своего действия пептиды относят к так называемым нехолин-неадренергическим влияниям парасимпатической нервной системы. Так показано, что при электрической стимуляции аурикулотем-

порального нерва в пептидергических нейронах происходит истощение запасов медиаторов – VIP и sP, что свидетельствует об участии пептидергического звена. С этих позиций объясняется наблюдаемый феномен так называемой атропин-резистентной саливации. Смысл этого феномена заключается в том, что условиях длительной атропинизации (от 2 до 4 недель) происходит «выключение» М-холинорецепторов (т.е. слюнные железы перестают воспринимать холинергические влияния). Однако при электрическом раздражении парасимпатических нервов наблюдается стойкая саливация (в меньшем объеме), в противовес должному ее отсутствию, ввиду того, что воспринимающий аппарат железы «заблокирован». Подобные результаты объясняются тем, что в данном случае существует другой путь восприятия и передачи инструктивных влияний от парасимпатического нейрона: стимуляция парасимпатки – выделение ацетилхолина – влияние на пептидергические нейроны – выделение пептида-нейротрансммиттера – воздействие на рецепторы к пептиду в железе с одновременным вовлечением сосудистого компонента – реализация ответа железой [16]. Вероятно в физиологических условиях пептидергические регуляторные механизмы дополняют парасимпатические холинергические влияния на железу.

Таким образом, с учетом пептидергического звена, общепринятая схема регуляции слюноотделения дополняется новым звеном, влияющим на состав слюны. Обработанные данные следует в будущем учитывать при трактовке результатов экспериментов по изучению регуляторных механизмов саливации, а также в общей схеме регуляции слюноотделения.

Литература

1. *Коротько, Г. Ф.* Секрция слюнных желез и элементы саливадиагностики / Г. Ф. Коротько. М. : Академия естествознания, 2006. 192 с.
2. *Ryberg, A. T.* Expression of muscarinic receptor subtypes in salivary glands of rats, sheep and man / A. T. Ryberg, G. Warfvinge, L. Axelsson, O. Soukup, B. Gotrick, G. Tobin // *Arch. Oral Biol.* 2008. Vol. 53, iss. 1. P. 66–74.
3. *Tobin, G.* Studies of muscarinic receptor subtypes in salivary gland function in anaesthetized rats / G. Tobin, D. Giglio, B. Gotrick // *Auton Neurosci.* 2002. Vol. 100, iss. 1–2. P. 1–9.
4. *Protor, G. B.* Regulation of salivary gland function by autonomic nerves / G. B. Protor, G. H. Carpenter // *Auton. Neurosci.* 2007. Vol. 133, iss. 1. P. 3–18.
5. *Гомазков, О. А.* Нейропептиды – универсальные регуляторы. Почему? (эссе в постулатах, пояснениях, иллюстрациях) [Эл. ресурс] / О. А. Гомазков // *Природа.* 1999. № 4. URL: http://vivovoco.rsl.ru/vv/journal/nature/04_99/gom.htm
6. *Bussière, M.* Neurotransmitters and their pathways. Pgy-5 Neurology [Эл. ресурс] / M. Bussière. URL: www.uwo.ca/cns/resident/restricted/Neurotransmitters.pdf

7. *Fahrenkrug, J.* Neurotransmitters co-existing with VIP or PACAP / *J. Fahrenkrug, J. Hannibal* // *Peptides*. 2004. Vol. 25, iss. 3. P. 393–401.

8. *Heym, C.* Immunocytochemical correlation of peptides and tyrosine hydroxylase in nerve fibres of the human parotid gland / *C. Heym, R. Webber, D. Adler* // *Archives of Oral Biology*. 1994. Vol. 39, iss. 3. P. 213–221.

9. *Hauser-Kronberger, C.* Peptidergic innervation of human salivary glands (parotid gland and submandibular gland) / *C. Hauser-Kronberger, A. Saria, G. W. Hacker* // *HNO*. 1992. Vol. 40, iss. 11. P. 429–36.

10. *Hauser-Kronberger, C.* Neuropeptides in human salivary (submandibular and parotid) glands / *C. Hauser-Kronberger, K. Albegger, A. Saria, G. W. Hacker* // *Acta Otolaryngol.* 1992. Vol. 112, iss. 2. P. 343–8.

11. *Ekström, J.* Parasympathetic non-adrenergic, non-cholinergic transmission in rat parotid glands: Effects of cholecystokinin-A and -B receptor antagonists on the secretory response / *J. Ekström, H. Çevik* // *Regulatory Peptides*. 2008. Vol. 146, iss. 1–3. P. 278–284.

12. *Jankowska, M.* Natriuretic peptide system in the rat submaxillary gland / *M. Jankowska, C. Petronea, J. Tremblay, J. Gutkowska* // *Regulatory Peptides*. 1996. Vol. 62, iss. 1. P. 53–61.

13. *Horie, K.* Selected salivary-gland cell culture and the effects of isoproterenol, vasoactive intestinal polypeptide and substance P / *K. Horie, H. Kagami, Y. Hiramatsu, K. Hata, T. Shigetomi, M. Ueda* // *Archives of Oral Biology*. 1996. Vol. 41, iss. 3. P. 243–252.

14. *Ekström, J.* Calcitonin gene-related peptide in rat salivary glands: neuronal localization, depletion upon nerve stimulation, and effects on salivation in relation to substance P / *J. Ekström, R. Ekman, R. Hakanson, S. Sjogren, F. Sundler* // *Neuroscience*. 1988. Vol. 26, iss. 3. P. 933–949.

15. *Larsson, O.* Effects of VIP, PHM and substance P on blood vessels and secretory elements of the human submandibular gland / *O. Larsson, M. Duner-Engstrom, J.M. Lunberg, B. B. Fredholm, A. Anggard* // *Regulatory Peptides*. 1986. Vol. 13, iss. 3–4. P. 319–326.

16. *Ekström, J.* Depletion of neuropeptides in rat parotid glands and declining atropine-resistant salivary secretion upon continuous parasympathetic nerve stimulation / *J. Ekström, E. Brodin, R. Ekman, R. Hakanson, B. Mansson, G. Tobin* // *Regul Pept*. 1985. Vol. 11, iss. 4. P. 353–9.

К МЕХАНИЗМУ ФОРМИРОВАНИЯ СПОНТАННОГО МИОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО РИТМА ЖКТ С УЧАСТИЕМ ИНТЕРСТИЦИАЛЬНЫХ КЛЕТОК КАХАЛЯ

Е. О. Пестряков

Сибирский государственный медицинский университет

Научный руководитель – канд. мед. наук, доцент В. Б. Студницкий

Считается, что интерстициальные клетки Кахала (ИСС) являются морфологической основой формирования медленных волн в желудочно-кишечном тракте животных и человека благодаря своим уникальным функциональным свойствам.

Сопряжение ИСС и ГМК. Ультрамикроскопические исследования показывают, что отдельные типы ИСС имеют плотные контакты с вариозными утолщениями нервных волокон, содержащими большинство синаптических везикул в области соединения, а также формируют плотные щелевые контакты с соседними ГМК на другой стороне. Так, четкие различия распределения иммунореактивности ИСС и белка щелевых соединений коннексина – 43 (Cx43), показывают, что ГМК, хорошо сопряженные друг с другом нексусами (Cx43 – высокая иммунореактивность) и формирующие крупные единицы электрического синцития, имеют немногочисленные контакты с ИСС – SM, а в популяциях ГМК, не сопряженных друг с другом плотными щелевыми соединениями (низкая Cx43 – иммунореактивность), получают нервные сигналы через сеть ИСС – SM (высокая c-Kit иммунореактивность ИСС). В отношении сопряжения ИСС – MP и ГМК ЖКТ щелевыми соединениями пока нет четких доказательств [3].

Роль ИСС в генерации пейсмекерных потенциалов и распространении медленных волн. Согласно «пейсмекерной гипотезе» ИСС – MG в желудке и тонком кишечнике и ИСС – SM в толстом кишечнике, генерируют медленные волны, которые затем электротонически распространяются в толщу соответствующих слоев циркулярных мышц через плотные щелевые соединения. При этом из-за пассивного кабельно-подобного проведения между ИСС и ГМК амплитуда медленных волн снижается с расстоянием от места их генерации [2].

ИСС не генерируют потенциалы действия, но в них возникают ритмические изменения внутриклеточной концентрации Ca^{2+} (Ca_i^{2+}), которые определяют периодически возникающую деполяризацию мембраны, известные как медленные волны. Такой ИСС осциллятор напоминает тог, что обнаружен в различных спонтанных ГМК, но имеет существенные отличия [3]. Возможный механизм пейсмекерной активности ИСС можно представить в виде следующих событий (рис. 1).

1. Возникновение спонтанного изменения Ca_i^{2+} является случайным процессом, каждый из которых подготавливается предварительной загрузкой его внутриклеточных хранилищ, который затем инициирует его освобождение, возможно через активацию риаудиновых рецепторов третьего типа (RyR3), которые хорошо экспрессируются в ИСС. Это раннее освобождение ионов кальция проявляет себя как последовательная цепь элементарных событий, таких как небольшие взлеты и спарки.

Они активируют спонтанные транзитные входящие токи (STICs), которые возникают во время каждой пейсмекерной фазы.

2. В определенный момент времени эти элементарные события суммируясь достигают определенной амплитуды и/или частоты, приводя к возникновению внутриклеточной Ca^{2+} волны, которая распространяется вдоль клетки в процессе Ca^{2+} – вызванного Ca^{2+} освобождения (CICR). Волна завершается, когда прекращается освобождение Ca^{2+} из внутриклеточных хранилищ, вероятно, как из-за истощения в них Ca^{2+} , так и из-за закрытия каналов освобождения.

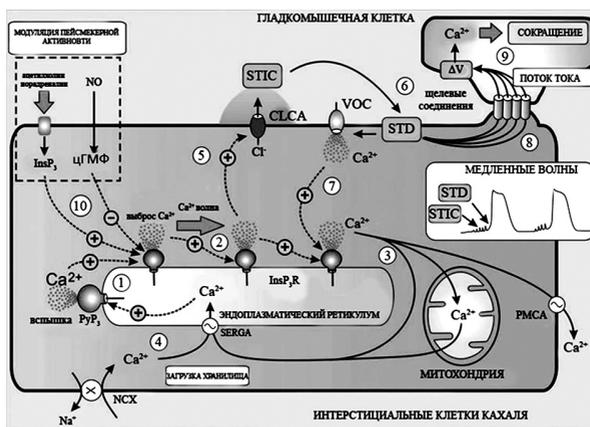


Рис. 1. Цитозольный осциллятор, отвечающий за пейсмекерную активность в интерстициальных клетках Кахаля.

Взято у M. J. Berridge (2008) с поправкой

3. В восстановительный период Ca^{2+} удаляется из цитоплазмы ИСС вследствие трех основных процессов: Ca -АТФазой плазматической мембраны (PMCA), Ca -АТФазой эндо-саркоплазматического ретикулума (SERCA) и захватывается митохондриями, которые плотно заполняют клетки. Считается, что митохондрии в ИСС выполняют пассивную роль как временное хранилище Ca^{2+} , который ими захватывается быстро во время восстановительного периода и за чем медленно освобождается во время периода между возбуждениями, чтобы помочь перезагрузить хранилище. Митохондрии ИСС тесно связаны с эндоплазматическим ретикулумом (ER), формируя так называемые «пейсмекерные единицы», что является отличительной особенностью осцилляторной модели ИСС.

4. Перегрузка внутриклеточных хранилищ облегчается поступлением внешнего Ca^{2+} (CaO_2^+), и это объясняет, почему Ca^{2+} -осцилляции в ИСС критически зависят от CaO_2^+ . Когда концентрация CaO_2^+ увеличивается или уменьшается, то соответственно увеличивается или уменьшается базовый уровень Ca^{2+} . Такие заметные изменения базового уровня Ca^{2+} предполагают высокий входящий поток Ca^{2+} в покое необходимый для сохранения осцилляторной активности.

5. Ca^{2+} , освобожденный во время каждой волны, активирует Ca^{2+} -зависимые Cl^- -каналы (CLCA), что является определяющим в формировании медленной волны деполяризации мембраны. Ранние Ca^{2+} повышения генерируют STICs, которые возникают во время пейсмекерной деполяризации.

6. Суммация STICs приводит к развитию транзитной деполяризации (STD), приводящей в конечном итоге к возникновению медленной волны.

7. STD приводит к активации потенциалозависимых Ca^{2+} -каналов Т-типа (VOC), которое дополняет формирование ИСС осциллятора и выполняет две важные функции:

а) вошедший внешний кальций способствует освобождению Ca^{2+} из хранилищ примембранного эндоплазматического ретикула и тем самым ускоряет распространение внутриклеточной Ca^{2+} -волны;

б) увеличивает крутизну фронта нарастания Ca^{2+} -волны, что способствует синхронизации осцилляторной активности отдельных клеток в ИСС сети.

8. Пейсмекерная медленная волна, продуцируемая ИСС, обеспечивает деполяризацию мембраны соседних ГМК за счет электротонического проведения через плотные щелевые контакты.

9. Сокращение ГМК возникает только тогда, когда деполяризация достигает порога активации Ca^{2+} -каналов L-типа и тем самым инициируется сопряжение возбуждения – сокращения. Существует очень высокая корреляция между изменением концентрации Ca^{2+} в ИСС, которое формирует медленную волну, и возникновением Ca^{2+} транзита в ГМК. Однако существуют временные отличия этих двух процессов: в ИСС эти Ca^{2+} ответы длятся более длительное время, чем в ГМК. Функциональное значение этого временного отличия состоит в том, что, продуцируя продолжительные Ca^{2+} транзиты, ИСС максимизируют передачу сигнала через плотные щелевые соединения к значительной популяции ГМК. Другой механизм такого вида активности ИСС заклю-

чается в оптимизации пейсмекерной активности для всех ИСС внутри их сети, и такая синхронизация осцилляторной активности ИСС ведет к формированию единого фронта распространяющей медленной волны.

10. Многие агонисты, такие как ацетилхолин, норадреналин, NO, CO и другие, модулируют пейсмекерную активность ИСС и тем самым либо активируют, либо подавляют цитозольный кальциевый осциллятор.

Имеющаяся в ЖКТ сеть ИСС координирует электрическую и сократительную активность больших популяций ГМК, синхронизируя их индивидуальные осцилляторы. Такая синхронизация достигается за счет сопряжения активности отдельных осцилляторов в единый локальный водитель за счет длительного деполяризующего сигнала, который распространяется через щелевые соединения. Скорость распространения такой волны составляет 5–40 мм/с, приводя к формированию перистальтической волны. Такая система сопряжения осцилляторов является высоко динамичной, так как каждая клетка не только способна к инициации медленной волны, но и прекрасно проводит сигнал исходящий от любой из соседних клеток. Это дает уверенность в том, что ритм будет синхронным даже внутри большой популяции ИСС, повторяясь такт за тактом.

Литература

1. *Berridge, M.J.* Smooth muscle cell calcium activation mechanisms / M.J. Berridge // *J. Physiol.* 2008. 586. P. 5047–5061.
2. *Kito, V.* Pacemaker potentials generated by interstitial cells of Cajal in the murine intestine / V. Kito, S.M. Ward, K.M. Sanders // *Am. J. Physiol. Cell. Physiol.* 2004. 288. C710–C720.
3. *Komuro, T.* Structure and organization of interstitial cells of Cajal in the gastrointestinal tract / T. Komuro // *J. Physiol.* 2006. 577. P. 653–658.

ИНТЕРАКТИВНАЯ МОДЕЛЬ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ИНТЕРСТИЦИАЛЬНЫХ КЛЕТОК КАХАЛЯ

И. Е. Яржимковский

*Сибирский государственный медицинский университет
Научный руководитель – канд. мед. наук, доцент В. Б. Студницкий*

Интерстициальные клетки Кахаля (*англ.* Interstitial cell of Cajal (ICC), от *лат.* interstitium – промежуток) – клетки, играющие важнейшую роль

в управлении спонтанной моторикой желудочно-кишечного тракта, в том числе являющиеся водителями ритма или же пейсмейкерами, задающими частоту медленных волн в гладкомышечной ткани желудочно-кишечного тракта (ЖКТ), которые, в свою очередь, определяют частоту перистальтики различных отделов пищеварительного канала.

ИСС имеются во всех отделах пищеварительного тракта от нижней трети пищевода до внутреннего сфинктера ануса и широко представлены в рыхлой соединительной ткани (такие клетки обозначаются ICC – SM), внемышечных слоях (ICC – IM и ICC – DMP) и слоях гладких мышц (ICC – MY) [1].

Наиболее известная роль интерстициальных клеток Кахаля – генерация медленных волн в гладких мышцах органов пищеварительного тракта. Особо стоит отметить, что задаваемые частоты в разных органах разные, и этот факт является центральным в диагностике моторных расстройств ЖКТ с использованием электрогастроэнтерографии. Интерстициальные клетки Кахаля задают следующие частоты медленных волн: в желудке – 2–4 циклов в минуту, двенадцатиперстной кишке – 10–12 циклов в минуту, тощей кишке – 9–12 циклов в минуту, подвздошной кишке – 6–8 циклов в минуту, толстой кишке – около 0,6, а также 3–12 циклов в минуту [2].

За основу данной модели взят цитозольный кальциевый осциллятор, отвечающий за пейсмейкерную активность в ИСС, предложенный M. J. Berridge в 2008 г. [3]. Данная интерактивная модель позволяет четко увидеть основу функционирования ИСС и ее воздействия на гладкомышечные клетки желудочно-кишечного тракта.

Модель выполнена на платформе Microsoft Visual Basic 6.0. Все основные рисунки и фигуры в программе выполнены с помощью элемента Shape данной платформы. Перемещение всех объектов в программе происходит за счет циклического изменения координат центра фигур в двухмерном пространстве, т. е. за счет изменения положения центра объектов по оси абсцисс и ординат. Двухмерная модель, в отличие от трехмерной, позволяет значительно уменьшить размер программного кода, и соответственно, уменьшить размер самой программы, вследствие чего программа имеет размер около 100 Кбайт, а программный код занимает около 70 тыс. символов. Алгоритм, задействованный в данной программе, позволяет разбить всю систему программного кода на отдельные сегменты, что позволяет включить в один процесс сразу несколько подпроцессов.

В основу программирования положены элементарные логические условия, по ходу выполнения которых программа автоматически переходит от одной стадии действия к другой.

В программе задействованы функции «Пауза», «Restart» и «Диаграмма».

Функция «Пауза» позволяет в любой момент работы модели приостановить действия, происходящие на экране, что позволяет более четко рассматривать все процессы. Возможность использования данного режима позволяет использовать данную программу как обучающую модель на практических занятиях при изучении соответствующего раздела «Физиологии».

Режим «Restart» позволяет в любой момент действия или по окончании работы программы начать заново выполнение всех процессов. Это так же очень удобно при использовании данной программы как учебно-практического пособия для студентов.

Функция «Диаграмма» обеспечивает дополнительную графическую информативность. При ее включении на рабочем поле появляется диаграмма, которая в зависимости от выполняемого программой действия позволяет отследить изменение мембранного потенциала на диаграмме.

Элементарные математические вычисления, построенные в системе программы, основаны на взаимозаменяемости заранее объявленных переменных. Это позволяет вносить изменения в систему программы и использовать ее технические и графические характеристики для применения данной модели в иных различных физиологических взаимоотношениях.

Ввиду простоты, данную модель может использовать на своем ПК любой пользователь, имеющий базовый уровень знаний в информатике.

Литература

1. *Komuro, T.* Structure and organization of interstitial cells of Cajal in the gastrointestinal tract / T. Komuro // *J. Physiol.* 2006. 577. P. 653–658.
2. *Kito, V.* Pacemaker potentials generated by interstitial cells of Cajal in the murine intestine / V. Kito, S. M. Ward, K. M. Sanders // *Am. J. Physiol. Cell. Physiol.* 2004. 288. C710–C720.
3. *Berridge, M.J.* Smooth muscle cell calcium activation mechanisms / M.J. Berridge // *J. Physiol.* 2008. 586. P. 5047–5061.

СОДЕРЖАНИЕ

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Регулярные и хаотические движения в задаче трех тел <i>Еретина Т. А., Рыбалов Ю. А.</i>	5
Взаимосвязь L -конформных алгебр Галилея и Ньютона – Гука <i>Мастеров И. В.</i>	10
Движения заряженной частицы в поле прецессирующего магнитного дипольного момента <i>Мастерова М. А.</i>	15
Оператор эволюции и оператор симметрии нелокального уравнения Фишера – Колмогорова <i>Левченко Е. А.</i>	22
О мягком нарушении БРСТ симметрии в формализме Баталина – Вилковического <i>Радченко О. В.</i>	29
Построение лагранжианов для моделей скалярных полей <i>Рыскина Л. Л.</i>	35
Модели взаимодействующих скалярных и спинорных полей <i>Рыскина Л. Л.</i>	41
Когерентное излучение атомов и каналирующей частицы <i>Соседова М. А.</i>	46

ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ФИЗИКИ

Формирование системы общеучебных умений и навыков (ОУУН) у школьников <i>Артёмова Н. Д.</i>	55
Роль знаниевого компонента в компетентностном подходе <i>Бармашова А. С.</i>	58
Методика изучения прикладного материала в курсе физики для студентов медицинского колледжа <i>Севрюгина С. С.</i>	61

Формирование мировоззрения школьников в процессе выполнения лабораторных работ <i>Смирнова Ю.</i>	65
---	----

АЛГЕБРА И ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

Основное тождество в геометрии Римана <i>Гамизова Я. С.</i>	71
Модели систем с управляемым резервом <i>Губин В. Н., Травкина В. В.</i>	75
О некоторых критериях дистрибутивности решеток <i>Дёмина Ю. А.</i>	84
Некоторые свойства дедекиндовой решетки <i>Захарова Е. С.</i>	88
Формулы перевода старинных единиц измерения <i>Иванова А. И.</i>	93
О вполне упорядоченных множествах <i>Ивочкина Е. Ю., Забарина А. И.</i>	98
Ковариантное дифференцирование на супермногообразиях <i>Насибова А. Н.</i>	104
История и некоторые интересные факты о числе π <i>Погорелова М. М., Воронова Д. С.</i>	111
О некоторых свойствах выполнимых и невыполнимых множеств <i>Пономарева С. Л., Забарина А. И.</i>	117

МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

ИКТ в процессе обучения геометрии <i>Баранова М. И.</i>	129
Фракталы, их свойства, компьютерное представление и применение к решению уравнений <i>Биняковский Р. В.</i>	135
Изучение темы «Признаки равенства треугольников» <i>Бурачкова И. С.</i>	139

Использование элементов теории графов в школьном курсе математики <i>Вагина Е. С.</i>	147
Конструктивная геометрия <i>Воскобойникова М. А.</i>	152
Изучение темы «Функция» на основе межпредметных связей <i>Дерягина И. А.</i>	163
Подготовка учащихся к итоговой аттестации по геометрии <i>Ибрашев А. А.</i>	169
Основные этапы развития логики на пути к математической и квантовой логике <i>Изотова М. Н., Рыскина Л. Л.</i>	176
Научная деятельность Леонарда Эйлера в России <i>Коробкина У. Г., Рыскина Л. Л.</i>	178
Математика времен Арабского халифата <i>Кудряшова О. В., Рыскина Л. Л.</i>	182
Математические софизмы и парадоксы <i>Логина О. Н., Рыскина Л. Л.</i>	185
Обучение решению олимпиадных задач по геометрии <i>Павленов А. В.</i>	187
Франсуа Виет – отец современной алгебры и гениальный шифровальщик <i>Ромашев Н. А., Рыскина Л. Л.</i>	195
Многогранники <i>Семёнова А. А.</i>	198
Тема «Замечательные кривые» в элективном курсе <i>Сиухина О. М.</i>	203
Методика изучения инверсии в профильных классах <i>Цуканова Д. С.</i>	210
Применение ИКТ для развития навыков самоконтроля на уроках математики <i>Чечерина О. В.</i>	214
Формирование математической культуры студентов-гуманитариев <i>Шеховцова Д. Н.</i>	223
Роль элективных курсов в профильном обучении математике <i>Юсупова Е. В.</i>	229

Технология обучения П. Я. Гальперина и Н. Ф. Талызиной как средство формирования универсальных учебных действий <i>Юсупова Е. В.</i>	234
Элективный курс «Упорядоченные множества и решетки» как средство развития исследовательских способностей обучающихся <i>Юсупова Е. В.</i>	239

ИНФОРМАТИКА И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Компьютерная программа для исследования семантики символического мышления <i>Батырхан Тилейхан</i>	245
Моделирование сортировочных аппаратов на базе комплекта Lego Mindstorms NXT 2.0 <i>Глухов Р. К., Нетесова О. С.</i>	249
Об алгоритмическом мышлении будущих учителей информатики <i>Долганова Н. Ф., Долганов В. М.</i>	253
Обратная связь <i>Зубакин А. Г., Полторацнев Р. О.</i>	256
Уточненный расчет выпрямителя с емкостной нагрузкой <i>Иноземцев В. А., Кондаков Н. Н., Овчаренко А. А.</i>	259
Методические аспекты использования электронных образовательных ресурсов нового поколения на уроках в школе <i>Легостаева Н. А., Артищева Л. М.</i>	262
Информационная система E-decanat для автоматизации работ деканатов вуза <i>Мытник А. А.</i>	266
Особенности действия цветового датчика <i>Плют И. А., Плют Л. А., Ивахутенко П. Ю., Лобода Ю. О.</i>	269
Автоматизированная система SMS-рассылки для нужд ГО и ЧС ТГПУ <i>Подузов А. В.</i>	272
Программирование мобильных роботов в среде NXT-G <i>Ткачева М. Ю., Нетесова О. С.</i>	275
Разработка компьютерной программы для исследования стилей учебной деятельности в условиях межэтнического образования <i>Баасанжав Ууганхуу</i>	278

ГЕОГРАФИЯ

Мониторинг загрязнения воздушного бассейна города Бийска Алтайского края бенз(а)пиреном <i>Дутт Е. В.</i>	289
Рекреационный потенциал г. Томска <i>Клипова О. А.</i>	292
Термодинамические индексы атмосферы в Новосибирской и Томской областях <i>Клипова О. А.</i>	297
Параметры экспоненциальной модели вертикального профиля коэффициента преломления над северной частью Атлантического океана <i>Мальцева Н. А.</i>	302
Молнии на территории Томской области за период 1990–2011 гг. <i>Петухова О. В.</i>	308
Внутригодовое распределение стока рек бассейна Верхнего Енисея <i>Потеряева М. В.</i>	311
Температура воздуха – важный фактор теплоэнергетики Томска <i>Сахарова Ю. Н.</i>	315
Изучение загрязнения городской среды автотранспортом: выбросы резиновой пыли (на примере г. Томск) <i>Шепелева Е. В., Караваева З. А.</i>	319

ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

Динамика изменения морфометрических параметров <i>Lactuca Sativa</i> L. под фотокорректирующей пленкой <i>Агаева С. А., Тишкина В. Н., Зеленьчукова Н. С.</i>	327
Биотестирование воды реки Ушайка <i>Васина О. В., Лукьянцева Л. В.</i>	330
Запасы биомассы рьяма Кирсановского болота <i>Волознева М. В., Головацкая Е. А., Порохина Е. В.</i>	334
Сравнительное изучение участия компонентов антиоксидантной системы в биохимической адаптации растений болотных экосистем <i>Гаранина Т. В., Муратова А. Г., Войцекская С. А.</i>	338

Применение генеалогического метода для выяснения закономерностей наследования масти у собак породы лабрадор-ретривер <i>Гребнев А. А., Первозкин В. П.</i>	342
Метаногенная и метанотрофная активность минеральных и торфяных почв <i>Еськина А. А., Сергеева М. А.</i>	346
Исследование исходной и очищенной питьевой воды на соответствие санитарно-гигиеническим нормам <i>Кипова Э. А., Сергеева М. А.</i>	350
Данные о разнообразии и уровне развития зоопланктона некоторых водоемов Томской области <i>Макарова Е. А., Чумакова М. В., Лукьянцева Л. В.</i>	355
Зоопланктон участка средней Оби (с. Молчаново) <i>Пешикчева Е. Н., Лукьянцева Л. В.</i>	359
Продуктивность <i>Eruca sativa</i> под флуоресцентными пленками <i>Терских С. Е., Пермякова Н. Л., Королева Ю. С., Батракова К. А., Минич И. Б.</i>	364
Морфолого-анатомические особенности эпидермы листьев однодольных растений <i>Цитко М. А., Королева Ю. С., Пермякова Н. Л., Батракова К. А., Минич И. Б.</i>	370
Определение трофического статуса водоема с использованием высшей водной растительности (на примере озера Боярское) <i>Чечина Н. С., Лукьянцева Л. В.</i>	374
Динамика каталазной активности в торфяных почвах олиготрофного и эвтрофного типов <i>Янголенко Т. А., Порохина Е. В.</i>	377

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ И КЛИНИЧЕСКАЯ МЕДИЦИНА

Саливадиагностика: возможности использования в клинике и эксперименте <i>Гришко Е. Н., Медведева Е. В.</i>	385
Исследование синдрома хронической усталости у студентов <i>Гудкова Ю. Н.</i>	389
Морфо-функциональная роль интерстициальных клеток Кахала в формировании моторной функции желудочно-кишечного тракта <i>Долгая Д. А.</i>	394

Роль нейропептидов в регуляции секреторной активности саливаторного аппарата <i>Ермакова А. А.</i>	397
К механизму формирования спонтанного миоэлектрического ритма ЖКТ с участием интерстициальных клеток Кахаля <i>Пестряков Е. О.</i>	402
Интерактивная модель функционирования интерстициальных клеток Кахаля <i>Яржимковский И. Е.</i>	406

Научное издание

**II Всероссийский фестиваль науки
XVI Международная конференция
студентов, аспирантов и молодых ученых
«Наука и образование»,
посвященная 110-летию ТГПУ
(23–27 апреля 2012 г.)**

в 5 томах

**ТОМ I
ЕСТЕСТВЕННЫЕ И ТОЧНЫЕ НАУКИ**

Материалы конференции

Технический редактор: О. П. Крикунова
Ответственный за выпуск: Л. В. Домбраускайте

Бумага: офсетная.
Печать: трафаретная.
Усл. печ. л.: 24,18.
Уч. изд. л.: 16,48.

Сдано в печать: 19.07.2012 г.
Формат: 64×80/16.
Заказ: 691/Н.
Тираж: 100 экз.

Издательство Томского государственного педагогического университета
634061, г. Томск, ул. Киевская, 60
Отпечатано в типографии Издательства ТГПУ
г. Томск, ул. Герцена, 49. Тел. (3822) 52-12-93.
e-mail: tipograf@tspu.edu.ru