

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
(ТГПУ)

«УТВЕРЖДАЮ»  
\_\_\_\_\_ А.Н. Макаренко  
декан ФМФ  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2014 года

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б.3.В.05 Теория чисел**

Трудоемкость (в зачетных единицах) 3

Направление подготовки: **050100.62 Педагогическое образование**

Профили: **Математика и Экономика**

Степень (квалификация) выпускника – **бакалавр**

### **1. Цели изучения дисциплины:**

Целями дисциплины является:

- формирование у студентов представления о теории чисел и её месте в современной математике,
- знакомство студентов с основными понятиями и спецификой теории чисел,
- знакомство с возможностями использования элементов данной дисциплины в процессе изучения школьного курса математики, и на факультативных занятиях.

### **2. Место учебной дисциплины в структуре основной образовательной программы.**

Данная дисциплина относится к числу дисциплин профессионального цикла (вариативной части). Она является неотъемлемой частью профессионального математического образования студента. Для освоения данной дисциплины требуются математические знания, полученные в ходе изучения дисциплин: «Элементарная математика», «Алгебра».

Усвоение этой дисциплины необходимо для успешного освоения следующих учебных дисциплин: «Методика обучения математике», «Избранные главы элементарной математики», «История математики», «Преподавание в классах с углубленным изучением математики», «Решение олимпиадных задач по математике».

### **3. Требования к уровню освоения содержания дисциплины**

Процесс изучения дисциплины «Теория чисел» направлен на формирование следующих компетенций:

- владение культурой мышления, способностью к обобщению, анализу и восприятию информации (ОК 1);
- способность использовать знания о современной естественнонаучной картине мира в образовательной и профессиональной деятельности (ОК 4);
- способность логически верно выстраивать устную и письменную речь (ОК 6).
- осознание социальной значимости своей будущей профессии (ОПК 1).

В результате изучения дисциплины студент должен:

знать:

- основные понятия теории делимости;
- основные понятия теории сравнений;
- основные понятия теории цепных дробей;
- формулировки и доказательства основных теорем курса «Теория чисел».

уметь:

- оперировать следующими понятиями: НОД, НОК, простые числа;
- находить НОД двух чисел с помощью алгоритма Евклида;
- решать сравнения с одним неизвестным;
- решать простейшие диофантовы уравнения;
- находить разложения действительных чисел в цепные дроби.

владеть:

- навыками самостоятельной работы;
- умением находить и перерабатывать дополнительную информацию в прикладных задачах.

#### 4. Общая трудоемкость дисциплины 3 зачётных единицы и виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость (в соответствии с учебным планом) (час)	Семестры
		108
Аудиторные занятия	51 (в том числе в интеракт. – 12)	51 (в том числе в интеракт. – 12)
Лекции	17	17
Практические занятия	34	34
Семинары		
Лабораторные работы		
Другие виды аудиторных работ		
Другие виды работы		
Самостоятельная работа	30	30
Курсовой проект (работа)		
Реферат		
Расчетно-графические работы		
Формы текущего контроля		
Вид промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом	27	Экзамен

#### 5. Содержание учебной дисциплины

##### 5.1. Разделы учебной дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (темы)	Аудиторные часы					Самостоятельная работа (час)
		ВСЕГО	лекции	практические (семинары)	Лабораторные	В т.ч. интерактивные формы обучения (не менее 10%)	
1.	Теория делимости в кольце $\mathbf{Z}$ .	12	4	8		3	8
2.	Элементы теории сравнений. Алгебраические системы на $\mathbf{Z}_m$ . Арифметические приложения.	15	5	10		3	8
3.	Сравнения и системы сравнений с одним неизвестным.	12	4	8		3	7
4.	Цепные дроби. Представление действительных чисел цепными дробями.	12	4	8		3	7
	Итого:	51/ 1,42з.ед	17	34		12 / 23,5%	30

##### 5.2. Содержание разделов учебной дисциплины

№	Тема	Содержание
1.	Теория делимости в кольце $\mathbf{Z}$ .	Отношение делимости нацело и с остатком. Теорема о делении с остатком. Алгоритм Евклида и следствия из него. НОД. Взаимно простые числа. Теорема об общем решении $ax + by = c$ . НОК. Простые и составные числа, некоторые свойства. Основная теорема арифметики и следствия из нее. Соответствующие числовые функции. О распределении простых чисел. Неравенства Чебышева для $\Pi(x)$ . Пифагоровы тройки.
2.	Элементы теории сравнений.	Отношения сравнимости по модулю $\mathbf{Z}$ и его свойства.

	Алгебраические системы на $\mathbf{Z}_m$ . Арифметические приложения.	Теоремы о конгруэнции. Построение кольца $\mathbf{Z}_m$ . Критерий обратимости классов вычетов. Поле $\mathbf{Z}_p$ . Полная и приведенная системы вычетов. Функция Эйлера и ее свойства. Теоремы Эйлера и Ферма. Признаки делимости.
3.	Сравнения и системы сравнений с одним неизвестным.	Степень и корень сравнения. Исследование сравнений первой степени. Теорема о количестве корней сравнения $n$ -ой степени в $\mathbf{Z}_p$ . Теорема Вильсона. Сравнения по степени простого числа. Теорема о редукции сравнения по составному модулю к системе сравнений по степеням простых чисел.
4.	Цепные дроби. Представление действительных чисел цепными дробями.	Конечные и бесконечные цепные дроби. Существование и единственность значения цепной дроби. Основные свойства подходящих дробей для конечных цепных дробей. Приближения действительных чисел подходящими дробями. Теорема Лагранжа о квадратичной иррациональности.

**5.3. Лабораторный практикум:** не предусмотрен.

## **6. Учебно-методическое обеспечение дисциплины**

### **6.1. Основная литература по дисциплине:**

1. Бухштаб, А.А.. Теория чисел : учебное пособие для вузов / А.А. Бухштаб. –СПб. [и др.]:Лань,2008. – 383 с.
2. Ларин, С. В. Числовые системы: Учебное пособие / С. В. Ларин.– М.: Академия, 2009. – 157 с.
3. Шнеперман, Л. Б.. Сборник задач по алгебре и теории чисел : учебное пособие для вузов / Л. Б. Шнеперман. – СПб. [и др.]: Лань, 2008. – 222 с.

### **6.2. Дополнительная литература:**

1. Айерлэнд, Р. Классическое введение в современную теорию чисел / Р. Айерлэнд. – М.: Мир, 1987. – 416 с.
2. Бухштаб, А. А. Теория чисел / А. А. Бухштаб. – Изд. 3-е.– СПб.: Лань, 2008. – 383 с.
3. Куликов, Л. Я. Алгебра и теория чисел: Уч. пособие для пед. Институтов / Л. Я. Куликов. – М.: Высшая школа, 1979 – 559 с.
4. Куликов, Л. Я. Сборник задач по алгебре и теории чисел / Л. Я. Куликов. – М.: Просвещение, 1993. – 288 с.
5. Фаддеев, Д. К. Задачи по высшей алгебре : учебное пособие для вузов / Д. К. Фаддеев, И. С. Соминский. – Изд. 17-е.– СПб.: Лань, 2008. – 287 с.
4. Шнеперман, Л. Б.. Сборник задач по алгебре и теории чисел : учебное пособие для вузов / Л. Б. Шнеперман. - Изд. 3-е– СПб. : Лань, 2008. – 222 с.

### **6.3. Средства обеспечения освоения дисциплины**

1. Смолин Ю. Н. Алгебра и теория чисел: учебное пособие / Ю.Н. Смолин //Электронно-библиотечная система «КнигаФонд». URL: <http://www.knigafund.ru/books/170453> (дата обращения: 20.08.2013)
2. Манин Ю. И. Введение в современную теорию чисел / Ю. И. Манин, А. А. Панчишкин //Электронно-библиотечная система «КнигаФонд». URL: <http://www.knigafund.ru/books/57825> (дата обращения: 20.08.2013)
3. Математический интернет-портал «Вся математика»: <http://www.allmath.ru> .
4. Образовательный математический сайт <http://www.exponenta.ru>.

### **6.4. Материально- техническое обеспечение дисциплины**

№ п/п	Наименование раздела (темы) учебной дисциплины	Наименование материалов обучения, пакетов	Наименование технических и аудиовизуальных средств,
-------	--	---	---

		программного обеспечения	используемых с целью демонстрации материалов
1	1-4 (см. таб. 5.1)	Табличный процессор (Microsoft Office Excel / OpenOffice.org Calc). Математические пакеты Mathcad и Mathematica.	Мультимедийный компьютерный класс, интерактивная доска, наличие локальной и глобальной сети.

## 7. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины

### 7.1. Методические рекомендации преподавателю

Предлагаемый курс «Теория чисел», как правило, вызывает большой интерес у студентов. С одной стороны, он использует сведения из школьной математики, постановка многих задач также доступна школьнику, а для их решения требуются знания, полученные уже в университете. Лекции по теории чисел опираются на вводный курс математики, теорию алгебраических систем и теорию многочленов. На практических занятиях можно использовать олимпиадные задачи. По курсу теории чисел можно предложить различные темы для курсовых и дипломных работ.

### 7.2. Методические рекомендации для студентов

В настоящее время теория чисел – одна из самых развитых математических дисциплин, связанная со многими областями математики. Будущий учитель найдёт в ней богатый материал для своей работы. Для успешного усвоения материала данного курса студентам рекомендуется:

- обязательное посещение лекций;
- активная работа на практических занятиях;
- самостоятельная работа.

На лекциях преподаватель вводит новые понятия; приводит примеры, поясняющие определение; доказывает основные теоремы. По ходу лекции преподаватель задаёт вопросы, помогающие ему понять, насколько хорошо усвоен материал. Все уточняющие вопросы студентов приветствуются преподавателем.

На практических занятиях предлагаются разные виды заданий, помогающих усвоить введённые понятия.

Самостоятельная работа имеет большое значение в освоении курса. Во время самостоятельной работы студентов выявляются пробелы в усвоении материала.

Студентам будут предложены консультации преподавателя, где можно ещё раз разобрать непонятый материал.

Контроль усвоения материала будет осуществляться в виде текущих проверочных работ после изучения каждой темы.

## 8. Формы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

**8.1. Тематика рефератов, курсовых работ:** не предусмотрено учебным планом.

**8.2. Вопросы и задания для самостоятельной работы.**

1. Теорема и цикличности мультипликативной группы поля  $Z_p$ .
2. Свойства индексов по простому модулю.
3. Двучленные сравнения по простому модулю.
4. Арифметические приложения теории сравнений.
5. Свойства подходящих дробей для конечных цепных дробей.

**Задания:**

1. Решите уравнения:  
а)  $12n - 18m = 0$ ; в)  $37y + 48w = 86100$ ;  
б)  $12z - 18k = 105$ ; г)  $12y + 18x = 72$ .
2. Решите задачи.  
а) Для экскурсии школе выделили автобусы вместимостью 20 и 30 человек. Как разместить в них 105 школьников?  
б) Как распределить 72 кг конфет по коробкам вместимостью 12 кг и 18 кг?  
в) Как распределить 86100 рублей премии между 37 рабочими и 48 работницами фабрики «Красная звезда»?
3. Найдите все пары натуральных чисел  $a, b$ , таких, что  $[a, b] = 78$ , а  $(a, b) = 13$ .
4. Найдите все натуральные числа, не представимые в виде суммы двух взаимно простых чисел, отличных от 1.
5. Найдите наибольший общий делитель всех чисел вида  $p^2 - 1$ , где  $p$  – простое число, большее 3.
6. Произведение нескольких различных простых чисел делится на каждое из этих чисел, уменьшенное на 1. Чему может быть равно это произведение?
7. Найдите все натуральные числа, которые делятся на 42 и имеют ровно 42 различных натуральных делителя (включая единицу и само число).
8. У натурального числа  $n$  ровно 6 натуральных делителей. Сумма этих делителей равна 3500. Найдите  $n$ .
9. Теорема о количестве корней сравнения  $f(x) \equiv 0 \pmod{m}$  в поле  $\mathbf{Z}_p$ .
10. Докажите, что при любом натуральном  $n$  число  $37^{n+2} + 16^{n+1} + 23^n$  делится на 7.
11. Докажите, что при любом натуральном  $n$  число  $36^{n+2} + 14^n + 102^n$  делится на 11.

**8.4. Перечень вопросов к экзамену.**

1. Теорема о делении с остатком в кольце  $\mathbf{Z}$ .
2. Алгоритм Евклида и следствия из него.
3. Теорема о существовании и свойствах НОД.
4. Взаимно простые числа и их свойства.
5. Основная теорема арифметики и следствия из нее.
6. Числовые функции:  $\tau(n)$ ,  $\sigma(n)$ .
7. Счётность множества простых чисел. Теорема об интервалах.
8. Критерий пифагоровых троек.
9. Отношения сравнения по  $\text{mod } m$ .
10. Построение кольца  $\mathbf{Z}_m$  и поля  $\mathbf{Z}_p$ .
11. Свойства мультипликативности функции Эйлера.
12. Теоремы Эйлера и Ферма.
13. Решение сравнений 1-ой степени с одним неизвестным.
14. Существование и единственность значения цепной дроби.
15. Основные свойства подходящих дробей для конечных цепных дробей.
16. Теорема об общем решении уравнения  $ax + by = c$ . Методы нахождения частного решения.

Рабочая программа учебной дисциплины составлена в соответствии с учебным планом, федеральным государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования по направлению подготовки **050100.62 Педагогическое образование**.

Рабочая программа учебной дисциплины составлена:

К.п.н., доцент кафедры математики,

теории и методики обучения математике \_\_\_\_\_ В.Н. Ксенева

Рабочая программа учебной дисциплины утверждена на заседании кафедры математики, теории и методики обучения математике,

протокол № \_\_\_\_ от «\_\_» \_\_\_\_\_ 2014 г.

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Э.Г. Гельфман

Рабочая программа учебной дисциплины одобрена методической комиссией физико-математического факультета

протокол № \_\_\_\_ от «\_\_» \_\_\_\_\_ 2014 г.

Председатель методической комиссии ФМФ \_\_\_\_\_ З.А. Скрипко