

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ТГПУ)

«УТВЕРЖДАЮ»
декан физико-математического факультета
А.Н. Макаренко
« 09 » 09 » 2011 г.



ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ДПП.Ф.05 ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И
УРАВНЕНИЯ С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ

Специальность: **050201.65 Математика**

Квалификация специалиста – **учитель математики**

Пояснительная записка:

Дифференциальные уравнения являются одним из основных понятий современной математики. Дифференциальные уравнения, полученные в результате исследования какого-либо реального явления или процесса, называют дифференциальной моделью этого явления или процесса. Современное развитие физики и техники невозможно без использования дифференциальных уравнений. В данном курсе рассматриваются теоретические сведения и методы решения стандартных, в приложениях к конкретным разделам физики, дифференциальных уравнений.

1. Цели и задачи дисциплины:

Курс теории обыкновенных дифференциальных уравнений является развитием одного из основных разделов современной математики – математического анализа - имеющего фундаментальное значение как для самой математики, так и для всех естественно-научных дисциплин, особенно для физики. Достаточно заметить, что все основные законы физики формулируются на языке дифференциальных уравнений. В процессе изучения курса дифференциальных уравнений студент должен усвоить основные понятия теории дифференциальных уравнений, основные типы дифференциальных уравнений и методы их интегрирования, научиться применять общие методы к решению конкретных задач в математике и физике.

2. Требования к уровню освоения содержания дисциплины:

В результате усвоения материала курса студент должен:

1. Знать основные понятия теории дифференциальных уравнений
2. Знать типы и стандартные формы записи основных дифференциальных уравнений.
3. Знать методы решения основных дифференциальных уравнений.
4. Уметь применять дифференциальные уравнения для моделирования физических процессов.
5. Иметь представление о численном моделировании на базе современных ЭВМ.
6. иметь представление о современных направлениях развития дифференциальных уравнений и их приложениях.

2. Объем дисциплины и виды учебной работы:

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры			
		4	5	6	7
Общая трудоемкость дисциплины	117			117	
Аудиторные занятия	54			54	
Лекции	36			36	
Практические занятия (ПЗ)	18			18	
Семинары (С)					
Лабораторные работы (ЛР)					
И (или) др. виды аудиторных занятий					

Курсовые работы

Расчетно-графические работы

Рефераты

И (или) др. виды

Вид итогового контроля
(зачет, экзамен)

Экз

Экз.

4. Содержание дисциплины:**4.1. Разделы дисциплины и виды занятий (Тематический план)****6 семестр**

№ п/п	Разделы дисциплины	Лекции	Практ. занятия	Лаборат. работы
1	Понятие обыкновенного дифференциального уравнения	2		
2	Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка	8	4	
3	Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков	8	2	
4	Системы обыкновенных дифференциальных уравнений	2	2	
5	Теория устойчивости	2		
6	Краевые задачи для линейных уравнений второго порядка	4	2	
7	Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений	4	2	
8	Дифференциальные уравнения с частными производными	6	6	
	Всего	36	18	

4.2. Содержание разделов дисциплины

1. Понятие обыкновенного дифференциального уравнения: определение уравнения и его порядка; решение уравнения и его интеграл; геометрическая интерпретация уравнения и его решения; классификация дифференциальных уравнений; и т.д.

2. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка: основные понятия и классификация. Уравнения, разрешенные относительно производной: уравнения с разделяющимися переменными; однородные уравнения первого порядка; линейные уравнения первого порядка; уравнения в полных дифференциалах – определение и методы решения. Задачи с начальными условиями (задача Коши) и приложения дифференциальных уравнений в физике. Уравнения, не разрешенные относительно производной: простейшие уравнения и их решение: уравнения Клеро и Лагранжа.

3. Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков: определение и

классификация: основные понятия теории. Простейшие типы дифференциальных уравнений высших порядков, допускающие понижения порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка: теорема о структуре общего решения. Уравнения с постоянными коэффициентами и их решение. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка: теорема о структуре общего решения. Уравнения с постоянными коэффициентами и построение общего решения: метод Лагранжа и метод неопределенных коэффициентов (уравнения со специальной правой частью). Математическое моделирование физических процессов на примере математического маятника.

4. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений: определение и основные понятия; задача Коши. Нормальная система и механическая интерпретация её решения, интегрирование нормальных систем. Математические модели на основе систем дифференциальных уравнений.

5. Теория устойчивости: связь математической модели с реальностью; влияние начальных условий на решение системы дифференциальных уравнений. Точки покоя и их классификация; простейшие точки покоя.

6. Краевые задачи для линейных уравнений второго порядка: постановка краевых задач и их физическое содержание; классификация краевых задач. Линейная, однородная и неоднородная краевые задачи. Задачи на собственные значения. Математическое моделирование на основе краевых задач: дифференциальное уравнение изгиба балки.

7. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Приближенное интегрирование дифференциальных уравнений первого порядка: методы Эйлера, Рунге-Кутты и Адамса. Приближенное интегрирование систем дифференциальных уравнений и уравнений высших порядков. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью рядов.

8. Дифференциальные уравнения с частными производными первого и второго порядков: вывод уравнений и их классификация. Понятие о методах решения. Примеры.

Интегрирование нормальных систем. Математические модели на основе систем дифференциальных уравнений.

5. Лабораторный практикум:

Не предусмотрен учебным планом.

Интегрирование нормальных систем. Математические модели на основе систем дифференциальных уравнений.

6. Учебно-методическое обеспечение дисциплины:

Краевые задачи для линейных уравнений второго порядка: постановка краевых задач и

6.1 Рекомендуемая литература

а) основная литература:

1. Берман, Г.Н. Сборник задач по математическому анализу: учебное пособие для вузов./ Г.Н.Берман.- С-Пб: Спец лит-ра, 2003.-432с.
2. Демидович, Б.П. Дифференциальные уравнения: учебное пособие/ Б.П. Демидович, В.П. Моденов. - М.: Наука, 2006. – 275с.
3. Дергалев, В.П. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебно-методическое пособие/ В.П. Дергалев, А.А.Решетняк.- Томск: Центр учебно-методической литературы ТГПУ, 2006. – 139с.
4. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям: учебное пособие для вузов/ А.Ф.Филиппов.- М.: Наука, 2005. - 174 с.

б) дополнительная литература:

1. Амелькин, В.В. Дифференциальные уравнения в приложениях: учебное пособие для вузов. / В.В. Амелькин. - М.: Высшая школа, 1987. – 157 с.
2. Араманович, И.Г. Левин В.И. Уравнения математической физики: учебное пособие для вузов / И.Г. Араманович, В.И.Левин. - М.:Наука. - 1964. -224с.
3. Васильева, А.Б. Дифференциальные уравнения: учебник для вузов / А.Б. Васильева, А.Г. Свешников, А.Н. Тихонов. - М.: Наука, 1980. – 355с.

Г.Н.Берман.- С-Пб: Спец лит-ра, 2003.-432с.

Демидович, Б.П. Дифференциальные уравнения: учебное пособие/ Б.П. Демидович, В.П.

4. Гутер, Р.С. Дифференциальные уравнения: учебное пособие для вузов / Р.С. Гутер, А.Г. Янпольский. - М.: Физматгиз, 1976. – 215с.
5. Матвеев, Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений: учебное пособие для вузов / Н.М.матвеев. – М: Высшая школа, 1963.- 287 с.
6. Мартинсон, Л.К. Дифференциальные уравнения математической физики: учебник для вузов / Л.К. Мартинсон, Ю.И. Малов. - М.: Наука, 2002. -367с.
7. Понтрягин, Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебное пособие для вузов / Л.С. Понтрягин. – М: Наука, 1970. – 317с.
8. Степанов, В.В. Курс дифференциальных уравнений: учебник для вузов / В.В.Степанов. - . М.: Гос. изво физ.-мат. литературы, 1959. -328с.

6.2. Средства обеспечения освоения дисциплины

Рабочие программы по математическому анализу.

7. Материально техническое обеспечение дисциплины:

Не предусмотрено.

8. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины.

8.1. Для преподавателей:

Необходимо сделать акцент на вопросах, ближе всего стоящих к профессиональным интересам студентов.

Лекция – главное звено дидактического цикла обучения. Её цель – формирование у студентов ориентировочной основы для последующего усвоения материала методом самостоятельной работы. Содержание лекции должно отвечать следующим дидактическим требованиям:

- изложение материала от простого к сложному, от известного к неизвестному;
- логичность, четкость и ясность в изложении материала;
- возможность проблемного изложения, дискуссии, диалога с целью активизации деятельности студентов;
- тесная связь теоретических положений и выводов с практикой и будущей профессиональной деятельностью студентов.

Лекция по теме должна завершаться обобщающими выводами.

Цель практических занятий состоит в выработке устойчивых навыков решения основных примеров и задач дисциплины, на которых основана теория лекционного курса.

Практические занятия проводятся по узловым и наиболее сложным вопросам (темам, разделам) учебной программы. Они могут быть построены как на материале одной лекции, так и на содержании обзорной лекции, а также по определённой теме без чтения предварительной лекции. Главная и определяющая особенность любого практического занятия – наличие элементов дискуссии, проблемности, диалога между преподавателем и студентами и самими студентами.

В конце практического занятия рекомендуется дать оценку всей работы, обратив особое внимание на следующие аспекты:

- качество подготовки;
- степень усвоения знаний;
- активность;
- положительные стороны в работе студентов;
- ценные и конструктивные предложения;
- недостатки в работе студентов;
- задачи и пути устранения недостатков.

По курсу практических занятий рекомендуется проведение контрольных работ и расчетно-графических домашних заданий, оценка которых осуществляется по пятибалльной системе.

Организуя самостоятельную работу, необходимо постоянно обучать студентов методам такой работы.

При проведении итоговой аттестации студентов важно всегда помнить, что систематичность, объективность, аргументированность – главные принципы, на которых основаны контроль и оценка знаний студентов. Проверка, контроль и оценка знаний студента, требуют учета его индивидуального стиля в осуществлении учебной деятельности. Знание критериев оценки знаний обязательно для преподавателя и студента.

8.2 Для студентов:

Студентам предлагается использовать указанную литературу и методические рекомендации, разработанные сотрудниками кафедры математического анализа ТГПУ для более прочного усвоения учебного материала, изложенного на лекциях, а также для изучения материала, запланированного для самостоятельной работы. Студентам необходимо выполнить индивидуальные задания по основным темам курса. Задания, вынесенные на самостоятельную работу, проверяются преподавателем в течение семестра. Оценки за индивидуальные задания и самостоятельную работу учитываются при выставлении оценок на экзаменах.

Целью самостоятельной работы, т.е. работы, выполняемой студентами во внеаудиторное время по заданию и руководству преподавателя является **глубокое понимание и усвоение курса лекций и практических занятий, подготовка к выполнению контрольных работ, к выполнению семестрового задания, к сдаче зачета и (или) экзамена, овладение профессиональными умениями и навыками деятельности, опытом творческой, исследовательской деятельности.**

Для успешной подготовки и сдачи зачета (экзамена) необходимо проделать следующую работу:

- Изучить теоретический материал, относящийся к каждому из разделов.
- Выработать устойчивые навыки в решении типовых практических заданий.
- Выполнить контрольные работы, проводимые в течение семестра.

8.3. Перечень примерных контрольных вопросов и заданий для самостоятельной работы:

1. Какое уравнение называется обыкновенным дифференциальным уравнением? Порядок дифференциального уравнения. Что называется решением дифференциального уравнения?

2. Какое уравнение называется уравнением первого порядка в частных производных? Понятие полного интеграла. Линейные и нелинейные задачи. Задачи на собственные значения и собственные решения.

3. Геометрическая интерпретация уравнений первого порядка и их решения. Поле направлений и интегральные кривые обыкновенного дифференциального уравнения.

4. Какое уравнение называется уравнением с разделяющимися переменными? Метод решения дифференциального уравнения с разделяющимися переменными. В каком случае дифференциальное уравнение вида $y' = f(x)\varphi(y)$ имеет решение, не содержащееся в общем интеграле?

5. Какое уравнение первого порядка называется линейным? Линейным однородным, линейным неоднородным? Методы решения линейного неоднородного уравнения. Какое уравнение называется уравнением Бернулли? Метод решения уравнения Бернулли?

6. Какое дифференциальное уравнение называется однородным уравнением первого порядка дифференциального уравнения. Что называется решением дифференциального

порядка? Метод решения этого уравнения? Какую особенность имеет расположение интегральных кривых однородного уравнения?

7. Что называется полным дифференциалом, уравнением в полных дифференциалах? Метод решения уравнения в полных дифференциалах?

8. Что такое математическое моделирование? Этапы построения математической модели процесса или явления. Примеры простейших моделей на базе дифференциальных уравнений первого порядка.

9. Простейшие уравнения высших порядков и их решение методом понижения порядка?

10. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка и их решение. Какие линейные уравнения называются однородными, какие неоднородными? Теорема о структуре решения линейного однородного и неоднородного уравнения. Решение неоднородного уравнения в случае специального вида правой части. Метод вариации произвольных постоянных.

11. Математическое моделирование на базе уравнений второго порядка. Примеры моделей. Краевые задачи.

8.4. Примерная тематика рефератов, курсовых работ:

Темы рефератов

1. Линейные уравнения второго порядка.
2. Линейные уравнения второго порядка с дискретным временем.
3. Фазовый портрет и бифуркации.
4. Системы линейных уравнений и резонанс.
5. Резонанс.
6. Законы Кеплера и движение в потенциале Ньютона.
7. 2-й закон Кеплера и сохранение момента количества движения.
8. Гамильтоновы системы и вариационные принципы.
9. Движение в одномерном потенциале.
10. Математический и физический маятник.
11. Линейные системы, сохраняющие положительность, и возрастание энтропии.
12. Нелинейные системы и возрастание энтропии.
13. Дискретные уравнения и возрастание энтропии.
14. Устойчивые особые точки.
15. Уравнения с частными производными первого порядка и уравнения неразрывности.

Темы курсовых работ

1. Линейные уравнения второго порядка в резонансе и без него.
2. Линейные уравнения второго порядка с дискретным временем.
3. Фазовый портрет и бифуркации.
4. Системы линейных уравнений и резонанс.
5. Резонанс.
6. Законы Кеплера и движение в потенциале Ньютона.
7. 2-й закон Кеплера и сохранение момента количества движения.
8. Гамильтоновы системы и вариационные принципы.
9. Движение в одномерном потенциале.
10. Математический и физический маятник.
11. Линейные системы, сохраняющие положительность, и возрастание энтропии.
12. Нелинейные системы и возрастание энтропии.
13. Дискретные уравнения и возрастание энтропии.
14. Устойчивые особые точки.

8.5. Примерный перечень вопросов к экзамену:

1. Основные понятия теории дифференциальных уравнений: порядок уравнения, решения уравнения, геометрическая интерпретация уравнений и их решений, и т.д. Теорема существования и единственности. Задача Коши.
2. Дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными: стандартный вид и метод решения.
3. Линейное уравнение первого порядка: стандартный вид и метод решения. Уравнение Бернулли.
4. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка: стандартный вид и метод решения.
5. Уравнения в полных дифференциалах: стандартный вид и метод решения.
6. Простейшие уравнения первого порядка не разрешенные относительно производной, уравнения Клеро и Лагранжа: стандартный вид и метод решения.
7. Простейшие уравнения высших порядков: стандартный вид и решение.
8. Линейные однородные уравнения второго порядка: теорема о структуре решения и метод решения.
9. Линейные неоднородные уравнения второго порядка: теорема о структуре общего решения и метод решения вариацией произвольных постоянных.
10. Линейные неоднородные уравнения со специальной правой частью.
11. Общие понятия о системах дифференциальных уравнений, нормальные системы дифференциальных уравнений.
12. Краевые задачи для линейных уравнений второго порядка, классификация краевых задач. Линейная, однородная и неоднородная краевые задачи. Задачи на собственные значения.
13. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Приближенное интегрирование дифференциальных уравнений первого порядка: методы Эйлера, Рунге-Кутты и Адамса.
14. Приближенное интегрирование систем дифференциальных уравнений и уравнений высших порядков. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью рядов.
15. Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка: уравнения линейные относительно производных (частные случаи интегрирования).

Программа дисциплины составлена в соответствии с Государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования по специальности 050201.65 "Математика".

Программу составил:
доцент кафедры математического анализа

 /Тимошкин А.В./

Программа дисциплины утверждена на заседании кафедры математического анализа
протокол № 1 «29» августа 2011 г.

Заведующий кафедрой
математического анализа.

 /Лавров П.М./

Председатель методической комиссии ФМФ ТГПУ

 /Разина Г.К./

Согласовано:
Декан физико-математического факультета ТГПУ

 Макаренко А.Н.