

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ТГПУ)

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета



“30” августа 2009 г.

ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ДПП.Ф.02 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Специальность: *050201.65 Математика*

Квалификация специалиста: *учитель математики*

Пояснительная записка

Математический анализ - основной раздел курса высшей математики, изучаемой в высшей школе. Понятия математического анализа являются основными и находят применение в большинстве разделов современной математики и физики.

Классический математический анализ связан с изучением переменных величин, которые изменяются непрерывным образом. При этом основным объектом изучения являются функции от переменных. Задача и предмет математического анализа состоят в изучении различных функциональных зависимостей, поведения функций и их классификация. Для этого в анализе вводится много различных понятий, определений, символов, обозначений. Некоторые понятия анализа являются важнейшими, основными. Они - эти понятия - определяли развитие анализа, а во многом и всей математики. Например, это понятия предела, непрерывности, производной, интеграла и т.п.

Математический анализ является одним из основных курсов, формирующих математическое образование студентов физико-математического факультета. Методы математического анализа лежат в основе всех физических и математических дисциплин, изучаемых на физико-математическом факультете.

1. Цели и задачи дисциплины:

Введение в анализ, теория пределов, дифференциальное и интегральное исчисление эти разделы математического анализа составляют его фундамент. Без понятий производная и интеграл невозможно описывать и исследовать переменные величины и функции, характеризующие зависимости одних величин от других. Законы природы формулируются на языке высшей математики, на языке производных и интегралов. В процессе обучения студент должен усвоить основные понятия теории пределов и дифференциального исчисления: предел последовательности, функция, предел функции, непрерывность, производная, дифференциал.

Студент должен уметь вычислять пределы, брать производные от любых функций. Важно, чтобы точные формулировки определений и теорем, для начинающих вовсе не простые, искусственно не усложняли понимание интуитивно ясных вещей.

2. Требования к уровню освоения содержания дисциплины:

В результате изучения дисциплины студент должен уметь:

1. вычислять пределы;
2. дифференцировать;
3. исследовать функцию с помощью производных;
4. вычислять неопределенные интегралы, используя различные методы интегрирования;
5. вычислять определенный интеграл и уметь применять эти знания для вычисления площадей и объемов фигур;
6. вычислять пределы функций нескольких переменных;
7. дифференцировать функции нескольких переменных;
8. вычислять криволинейные интегралы, поверхностные интегралы, кратные интегралы;
9. владеть основными элементами теории поля (градиент, дивергенция, циркуляция, ...);
10. применять полученные знания по математическому анализу в других разделах математики.

3. Объем дисциплины и виды учебной работы:

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры			
		1	2	3	4
Общая трудоемкость дисциплины	684	162	162	198	162
Аудиторные занятия	324	72	72	108	72
Лекции	180	36	36	72	36
Практические занятия (ПЗ)	144	36	36	36	36
Семинары (С)					
Лабораторные работы (ЛР)					
И (или) др. виды аудиторных занятий					
Самостоятельная работа (СР)	360	90	90	90	90
Курсовые работы					
Расчетно-графические работы					
Рефераты					
И (или) др. виды					
Вид итогового контроля (зачет, экзамен)		Экз.	Экз.	Экз.	Экз.

4. Содержание дисциплины:

4.1. Разделы дисциплины и виды занятий (Тематический план):

1 семестр

№ п/п	Разделы дисциплины	Лекции	Практ. занятия	Самостоят. работа
1.	Вещественные числа	2		6
2.	Функции и их свойства.	4	4	14
3.	Теория пределов.	10	12	24
4.	Производная и дифференциал.	16	16	36
5.	Исследование функций.	4	4	10
	Всего	36	36	90

2 семестр

№ п/п	Разделы дисциплины	Лекции	Практ. занятия	Самостоят. работа
6.	Неопределенный интеграл. Методы интегрирования.	36	36	90
	Всего	36	36	90

3 семестр

№ п/п	Разделы дисциплины	Лекции	Практ. занятия	Самостоят. работа
7.	Определенный интеграл.	28	8	34
8.	Приложения определенного интеграла.	8	8	10
9.	Функции нескольких переменных.	10	2	14
10.	Теория предела для функции нескольких переменных.	8	2	10
11.	Дифференциальное исчисление для функции нескольких переменных	18	16	22
	Всего	72	36	90

4 семестр

№ п/п	Разделы дисциплины	Лекции	Практ. занятия	Самостоят. работа
12.	Криволинейные интегралы.	14	8	34
13.	Двойной интеграл.	8	8	18
14.	Площадь поверхности и поверхностные интегралы.	4	4	10
15.	Тройной интеграл.	4	6	10
16.	Элементы теории поля.	6	10	18
	Всего	36	36	90

4.2. Содержание разделов дисциплины:

1. Вещественные числа: Рациональные числа и их свойства. Аксиомы Архимеда. Иррациональные числа. Сечения Дедекинда. Вещественные числа. Свойства вещественных чисел. Числовые грани числового множества. Верхняя и нижняя грани числового множества. Существование верхней и нижней грани у ограниченного множества.
2. Функции и их свойства: Общее определение функции. График функции. Способы задания функции. Элементарные функции. Сложная функция. Обратная функция. Последовательность как функция натурального аргумента. Классификация функций.
3. Теория пределов: Непрерывность функции. Замечательные пределы: Задачи, приводящие к понятию предела последовательности. Примеры из школьной математики. Определение предела последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Сходимость монотонной и ограниченной последовательности. Теорема Больцано - Вейерштрасса. Предел функции. Два определения предела функции. Свойства предела. Теоремы о пределах. Замечательные пределы. Свойства функции, имеющей предел. Бесконечно малые функции, их сравнение. Непрерывность функции в точке. Непрерывность суммы, произведения, частного, композиции. Непрерывность монотонной функции. Непрерывность рациональных, тригонометрических функций. Точки разрыва. Точки разрыва монотонной функции. Ограниченность и существование наибольшего и наименьшего значений функции, непрерывной на отрезке. Равномерная непрерывность функции.
4. Производная и дифференциал: Задачи, приводящие к понятию производной. Правило вычисления производной. Таблица производных. Геометрический смысл производной. Свойства производной. Дифференциал и его геометрический смысл. Инвариантность формы дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Неинвариантность формы для дифференциалов высших порядков. Параметрически заданные кривые и функции и их дифференцирование. Тема производной в школьном курсе математики. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа. Правило Лопиталья раскрытия неопределенностей. Формула Тейлора и ее применение в приближенных вычислениях.
5. Исследование функций: Признаки постоянства, возрастания, убывания функции. Максимум и минимум функции. Признаки экстремума. Выпуклые функции. Точки перегиба. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции.
6. Неопределенный интеграл. Методы интегрирования: Задачи восстановления функции по ее производной. Первообразная функции и неопределенный интеграл. Таблица основных интегралов. Свойства неопределенного интеграла. Интегрирование заменой переменной и по частям. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование простейших иррациональных и трансцендентных функций.
7. Определенный интеграл: Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Интегрируемость функции и определенный интеграл. Верхние и нижние суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости.

Интегрируемость непрерывной функции. Свойства определенного интеграла. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Интеграл в школьном курсе математики.

8. Приложения определенного интеграла: Квадрируемость плоской фигуры и ее площадь. Свойства квадрируемых фигур. Вычисление площади криволинейной трапеции и криволинейного сектора заданного в полярных координатах. Спрямоугольная дуга и ее длина. Вычисление объема и площади поверхности тела вращения. Вычисление длины дуги гладкой кривой. Несобственные интегралы.
9. Функции нескольких переменных: N -мерное действительное пространство. Расстояние между точками в R . Неравенство Коши. Неравенство треугольника в R . Параллелепипед и шар в R . Окрестность точки в R . Понятие внутренней, предельной, внешней и граничной точек множества в R . Замкнутые и открытые множества. Понятие отрезка и ломаной в R . Связное множество. Область и замкнутая область. Определение ФНП. Способы задания ФНП. Область определения и множество значений ФНП. График ФНП.
10. Теория предела для функции нескольких переменных: Последовательность точек в R . Предел последовательности. Теоремы о пределе последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Предел ФНП. Эквивалентность двух определений предела. Свойства предела. Повторный предел. Теорема о повторном пределе. Непрерывность ФНП. Теоремы Вейерштрасса о непрерывных функциях.
11. Дифференциальное исчисление для функций нескольких переменных: Частные производные. Дифференцируемость. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Дифференциал функции. Производные сложной функции. Касательная плоскость и нормаль. Производная по направлению. Градиент функции и его свойства. Ряд Тейлора для ФНП. Теорема о неявной функции. Экстремум функции нескольких переменных.
12. Криволинейные интегралы: Криволинейные интегралы первого и второго типов и их свойства. Существование криволинейного интеграла второго типа. Сведение к определенному интегралу. Интеграл по замкнутому контуру. Ориентация плоскости. Вычисление площади с помощью криволинейного интеграла второго типа. Условие независимости криволинейного интеграла от выбора пути интегрирования. Вычисление первообразной в случае ФНП. Связь между криволинейными интегралами первого и второго типов. Физические приложения и соответствующая интерпретация основных теорем.
13. Двойной интеграл: Объем цилиндрического тела. Двумерная интегральная сумма. Двойной интеграл, его свойства. Условия существования и классы интегрируемых функций. Вычисление двойного интеграла. Формула Грина. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.
14. Площадь поверхности и поверхностные интегралы: Определение площади кривой поверхности. Поверхностный интеграл первого типа. Сведение к двойному интегралу. Поверхностный интеграл второго типа. Вычисление интеграла второго типа. Формула Стокса.

15. Тройной интеграл: Определение тройного интеграла. Сведение тройного интеграла к повторному. Формула Гаусса-Остроградского. Переход к цилиндрическим и сферическим координатам.
16. Элементы теории поля: Скаляры и векторы. Скалярное и векторное поля. Производная по заданному направлению. Градиент. Поток вектора через поверхность. Формула Остроградского. Дивергенция. Циркуляция вектора. Формула Стокса. Вихрь.

5. Лабораторный практикум:

Не предусмотрен.

6. Учебно-методическое обеспечение дисциплины:

6.1. Рекомендуемая литература:

а) основная литература:

1. Берман, Г.Н. Сборник задач по математическому анализу: учебное пособие для вузов/ Г.Н.Берман.- С-Пб: Спец лит-ра, 2003.-432с.
2. Основы математического анализа: учебник для вузов: в 2 томах/ Г.М. Фихтенгольц. – С-Пб.: Лань, 2006. – Т.1-2.

б) дополнительная литература:

1. Виленкин, Н.Я. Задачник по курсу математического анализа / Н.Я. Виленкин .- М.: Просвещение, 1971.- Ч. 1-2.
2. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебник для вузов / Б.П. Демидович. – М.: Наука, 2006. – 544 с.
3. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебник для вузов: в 3т./ Г.М. Фихтенгольц. - М.: Наука, 2002. – Т. 1-3.
4. Курс математического анализа: учебное пособие для студентов-заочников физ.-мат. факультетов пед. ин.-тов: в 2 т.; под ред. Б.З. Вулиха./ К.А. Бохан [и др.]. – М.: Просвещение, 1972. – Т 1-2.
5. Курс математического анализа: учебник для вузов: в 3т./ Л.Д.Кудрявцев. - М.:Высшая школа, 1988.- Т.1-3.
6. Курс математического анализа: учебное пособие для вузов: в 2т./ С.М.Никольский.- М.:Физматлит, 2000.- Т. 1-2.
7. Сборник задач по математическому анализу: учебное пособие для вузов: в 2т./ Л.Д. Кудрявцев. - М.: Наука, 1986.- Т.1-2.

6.2. Средства обеспечения освоения дисциплины:

Рабочие программы по математическому анализу.

7. Материально-техническое обеспечение

Не предусмотрено

8. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины:

8.1 Методические рекомендации для преподавателей

1. Изучив глубоко содержание учебной дисциплины, целесообразно разработать матрицу наиболее предпочтительных методов обучения и форм самостоятельной работы студентов, адекватных видам лекционных и практических занятий.

2. Необходимо предусмотреть развитие форм самостоятельной работы, выводя студентов к завершению изучения учебной дисциплины на её высший уровень.

3. В начале семестра желательно обсудить со студентами форму самостоятельной работы, обсудить критерий ее оценивания. Пакет заданий для самостоятельной работы можно выдавать в начале семестра, определив предельные сроки их выполнения и сдачи. Задания для самостоятельной работы желательно составлять из обязательной и факультативной частей.

1. Организуя самостоятельную работу, необходимо постоянно обучать студентов методам такой работы.

2. Вузовская лекция – главное звено дидактического цикла обучения. Её цель – формирование у студентов ориентировочной основы для последующего усвоения материала методом самостоятельной работы. Содержание лекции должно отвечать следующим дидактическим требованиям:

- изложение материала от простого к сложному, от известного к неизвестному;
- логичность, четкость и ясность в изложении материала;
- возможность проблемного изложения, дискуссии, диалога с целью активизации деятельности студентов;
- опора смысловой части лекции на подлинные факты, события, явления, статистические данные;
- тесная связь теоретических положений и выводов с практикой и будущей профессиональной деятельностью студентов.

Преподаватель, читающий лекционные курсы в вузе, должен знать существующие в педагогической науке и используемые на практике варианты лекций, их дидактические и воспитывающие возможности, а также их методическое место в структуре процесса обучения.

При изложении материала важно помнить, что почти половина информации на лекции передается через интонацию. Учитывать тот факт, что первый кризис внимания студентов наступает на 15-20-й минутах, второй – на 30-35-й минутах. В профессиональном общении исходить из того, что восприятие лекций студентами младших и старших курсов существенно отличается по готовности и умению.

При проведении аттестации студентов важно всегда помнить, что систематичность, объективность, аргументированность – главные принципы, на которых основаны контроль и оценка знаний студентов. Проверка, контроль и оценка знаний студента, требуют учета его индивидуального стиля в осуществлении учебной деятельности. Знание критериев оценки знаний обязательно для преподавателя и студента.

8.2 Методические рекомендации для студентов

Студентам предлагается использовать указанную литературу и методические рекомендации, разработанные сотрудниками кафедры математического анализа ТГПУ для более прочного усвоения учебного материала, изложенного на лекциях, а также для изучения материала, запланированного для самостоятельной работы. Студентам необходимо выполнить индивидуальные задания по основным темам курса. Задания, вынесенные на самостоятельную работу, проверяются преподавателем в течение семестра. Оценки за индивидуальные задания и самостоятельную работу учитываются при выставлении оценок на экзаменах.

Целью самостоятельной работы, т.е. работы, выполняемой студентами во внеаудиторное время по заданию и руководству преподавателя является глубокое понимание и усвоение курса лекций и практических занятий, подготовка к выполнению контрольных работ, к выполнению семестрового задания, к сдаче зачета и (или) экзамена, овладение профессиональными умениями и навыками деятельности, опытом творческой, исследовательской деятельности.

Для успешной подготовки и сдачи зачета (экзамена) необходимо проделать следующую работу:

- Изучить теоретический материал, относящийся к каждому из разделов.
- Выработать устойчивые навыки в решении типовых практических заданий.
- Выполнить контрольные работы, проводимые в течение семестра.

8.3. Перечень примерных вопросов и заданий для самостоятельной работы:

1. Определение предела последовательности.
2. Число e .
3. Сравнение бесконечно малых.
4. Элементарные функции и их свойства.
5. Производная в школьном курсе математики.
6. Полное исследование функции и построение графика.
7. Гиперболические функции. Основные формулы гиперболической тригонометрии.
8. Дифференцирование и интегрирование гиперболических функций.
9. Метод Остроградского.
10. Приближенные вычисления определенных интегралов: 1). формула прямоугольников. 2). формула трапеций. 3). параболическое интерполирование. Формула Симпсона.
11. Замена переменных в определенном интеграле.
12. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
13. Физические приложения определенного интеграла.
14. Геометрический смысл полного дифференциала.
15. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
16. Производная по направлению. Градиент.
17. Неявные функции.
18. Исследование функции нескольких переменных на экстремум.
19. Задача о вычислении массы тела.
20. Площадь поверхности и поверхностные интегралы.
21. Тройной интеграл.
22. Замена переменных в тройном интеграле.
23. Приложения кратных интегралов.
24. Дивергенция.
25. Циркуляция вектора. Вихрь.

8.4. Примерная тематика рефератов, курсовых работ:

Число e
Обратные функции и их свойства
Гиперболические функции.
Неявные функции.
Приложения кратных интегралов и др.

8.5. Примерный перечень вопросов к экзамену:

1 семестр.

1. Некоторые понятия теории множеств и математической логики.
2. Понятие отображения и функции.
3. Счетные и несчетные множества.
4. Поле действительных чисел.
5. Топология числовой прямой.
6. Предел функции.
7. Теоремы о пределах.
8. Монотонные последовательности.
9. Число e .
10. Бесконечно малая последовательность.
11. Свойства бесконечно малых.
12. Арифметические операции над пределами.
13. Бесконечно большие последовательности.
14. Неопределенные выражения.
15. Лемма о вложенных промежутках.
16. Критерий сходимости числовой последовательности.
17. Критерий сходимости функции.
18. Распространение теорем о пределах на случай функции от произвольного аргумента.
19. Первый замечательный предел.
20. Односторонние пределы.
21. Второй замечательный предел.
22. Сравнение бесконечно малых.
23. Непрерывность функции в точке.
24. Свойства непрерывных функций.
25. Непрерывность элементарных функций.
26. Равномерная непрерывность.
27. Понятие производной. Её механический и геометрический смысл.
28. Производная элементарных функций.
29. Производная обратной функции.
30. Правила дифференцирования.
31. Формула для приращения функции.
32. Производная сложной функции.
33. Логарифмическое дифференцирование.
34. Односторонние производные.
35. Бесконечные производные.
36. Производные высших порядков.
37. Дифференциал.
38. Инвариантность формы дифференциала первого порядка.
39. Параметрическое дифференцирование.
40. Некоторые приближенные формулы.
41. Дифференциалы высших порядков.
42. Теоремы о средних значениях.
43. Раскрытие неопределенности при вычислении пределов по правилу Лопиталья.
44. Условие постоянства функции.
45. Условие монотонности функции.
46. Экстремумы функции.
47. Выпуклость функции и точки перегиба.
48. Асимптоты.

2 семестр.

1. Определение первообразной и неопределенного интеграла.
2. Свойства неопределенного интеграла.
3. Таблица основных интегралов.
4. Простейшие правила интегрирования.
5. Интегрирование по частям.
6. Метод замены переменной.
7. Интегрирование рациональных функций.
8. Разложение правильной рациональной дроби на простейшие.
9. Метод неопределенных коэффициентов.
10. Метод Остроградского.
11. Интегрирование выражений, содержащих радикалы.
12. Подстановки Эйлера.
13. Интеграл от дифференциального бинома.
14. Интегрирование тригонометрических функций.

3 семестр.

1. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.
2. Определенный интеграл Римана.
3. Суммы Дарбу. Критерий Дарбу интегрируемости по Риману.
4. Классы интегрируемых по Риману функций.
5. Свойства интеграла Римана. Свойства интегрируемых функций.
6. Интеграл Римана как функция верхнего предела.
7. Основная формула интегрального исчисления.
8. Замена переменных в определенном интеграле.
9. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
10. Несобственные интегралы 1 рода.
11. Несобственные интегралы 2 рода.
12. Геометрические приложения определенного интеграла.
13. Определение функции нескольких переменных (ФНП).
14. Предел функции нескольких переменных.
15. Непрерывность ФНП.
16. Частные производные и частные дифференциалы первого порядка.
17. Дифференцируемость ФНП. Полный дифференциал.
18. Производные и дифференциалы сложной функции.
19. Геометрический смысл полного дифференциала.
20. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
21. Производная по направлению. Градиент.
22. Производные и дифференциалы высших порядков.
23. Формула Тейлора для ФНП.
24. Экстремумы ФНП.
25. неявные функции.

4 семестр.

1. Криволинейный интеграл 1 рода.
2. Криволинейный интеграл 2 рода.
3. Связь между криволинейными интегралами 1 и 2 рода.
4. Двойной интеграл.
5. Замена переменных в двойном интеграле.
6. Формула Грина.

7. Площадь поверхности и поверхностные интегралы.
8. Тройной интеграл.
9. Замена переменных в тройном интеграле.
10. Приложения кратных интегралов
11. Скаляры и векторы.
12. Скалярное и векторное поля.
13. Производная по заданному направлению. Градиент.
14. Поток вектора через поверхность.
15. Формула Остроградского.
16. Дивергенция.
17. Циркуляция вектора. Формула Стокса. Вихрь.

Программа дисциплины составлена в соответствии с Государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования по специальности 050201.65 "Математика".

Программу составил:

Ст. преподаватель каф.

математического анализа, к.ф.-м.н.

 /Радченко О.В.

Программа дисциплины утверждена на заседании кафедры математического анализа. Протокол № 1 от 29 августа 2009 г.

Заведующий кафедрой

 /Лавров П.М.

Программа дисциплины одобрена методической комиссией физико-математического факультета ТГПУ протокол № 1 от «30» августа 2009 г.

Председатель методической комиссии ФМФ ТГПУ профессор

 /Шишковский В. И.

Согласовано:

Декан физико-математического факультета ТГПУ

 /Макаренко А.Н.