

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«Томский государственный педагогический университет»**  
**(ТГПУ)**



**УТВЕРЖДАЮ**  
Директор ЦФМиЕНО  
Червоный М.А.

«09» января 2023 г.

М.П.

Центр дополнительного физико-математического и естественнонаучного образования

**Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа**  
**«Подготовка к ЕГЭ по математике»**

Автор программы  
Арбит А.В., доцент  
кафедры развития  
математического  
образования, к.ф.-м.н.

Томск 2023 г.

## Содержание

1. Паспорт программы
2. Актуальность программы
3. Цели и задачи
4. Ожидаемые результаты освоения программы/ модуля
5. Учебный план
6. Учебно-тематический план
7. Содержание дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы
8. Материально-техническое обеспечение дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы
9. Методические рекомендации по организации образовательного процесса
10. Формы учебной работы
11. Формы контроля
- 11.1. Формы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

## 1. Паспорт программы

<b>Аннотация программы</b>	Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Подготовка к ЕГЭ по математике» разработана с целью подготовки обучающихся к Государственной итоговой аттестации (далее – ЕГЭ) на устранение пробелов в знаниях по школьной программе математики и приобретение навыков решения задач, необходимых для успешной сдачи единого государственного экзамена. Образовательная программа «Подготовка к ЕГЭ по математике» состоит из 7 модулей. Обучающийся вправе освоить как все модули, так и один или несколько модулей в соответствии со своими образовательными потребностями.
<b>Направленность дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы</b>	Естественнонаучная
<b>Вид деятельности дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы</b>	Математика
<b>Категория обучающихся</b>	17–18 лет (обучающиеся 10–11 классов)
<b>Срок обучения</b>	72 часа
<b>Форма обучения</b>	очная
<b>Режим занятий</b>	2 ак. часа в неделю
<b>Ожидаемое минимальное и максимальное число обучающихся в одной группе</b>	10–25
<b>Категория состояния здоровья обучающихся, которые могут быть зачислены на обучение по дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программе</b>	Без детей с ОВЗ

## 2. Актуальность программы

Актуальность программы «Подготовка к ЕГЭ по математике» обусловлена его практической значимостью. Практика показывает, что обучающиеся выпускных классов имеют пробелы или несистемные знания по школьной программе математики. Программа позволит систематизировать и углубить знания обучающихся по различным разделам курса, а также применить полученные знания и практический опыт при сдаче ЕГЭ.

Современное общество предъявляет совершенно определенные требования к личности, важнейшими качествами которой становятся «инициативность, способность творчески мыслить и находить нестандартные решения, умение выбирать профессиональный путь, готовность

обучаться в течение всей жизни» (Федеральный государственный образовательный стандарт общего образования). Одним из способов формирования таких качеств является подготовка обучающихся к конкурсным испытаниям и решение задач ЕГЭ по математике. В данном курсе также рассматриваются нестандартные задания, выходящие за рамки школьной программы. Знание этого материала и умение его применять в практической деятельности также позволит школьникам успешнее подготовиться к сдаче государственного экзамена.

### 3. Цели и задачи

**Организационно-педагогической целью** образовательной программы «Подготовка к ЕГЭ по математике» является создание условий, позволяющих подготовить обучающихся к успешной сдаче итогового экзамена по математике.

**Дидактическая цель программы** – повторение и систематизация знаний, полученных обучающимися в предыдущих классах в рамках школьной программы; решение задач повышенного уровня.

#### Задачи:

- повторить и систематизировать знания обучающихся в области математики;
- закрепить алгоритмы решения математических задач;
- совершенствовать умения применять основные методы решения задач;
- изучить новые методы решения задач повышенной сложности;
- способствовать развитию интереса школьников к предмету математика.

### 4. Ожидаемые результаты освоения программы

#### Обучающиеся, освоившие программу, должны знать:

- основные математические формулы, используемые в задачах;
- основные формулы и теоремы планиметрии, стереометрии;
- сущность алгоритмического подхода в решении задач.

#### Обучающиеся, освоившие программу, должны уметь:

- проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, функции;
- решать рациональные и иррациональные уравнения и неравенства, а также системы уравнений и неравенств;
- создавать математические модели;
- решать задачи с практическим содержанием;
- решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических и алгебраических величин, применяя изученные математические формулы, уравнения и неравенства;
- решать планиметрические, стереометрические задачи;
- решать задания, по типу приближенному к заданиям ЕГЭ.

#### Обучающиеся, освоившие программу, должны владеть навыками:

- самостоятельной математической и творческой деятельности по решению задач ЕГЭ по математике;
- работы с информацией;
- группового взаимодействия;
- разработки и реализации математического исследования.

### 5. Учебный план

№ п/п	Наименование модулей и разделов	Всего часов	В том числе:		Формы контроля
			Теория	Практика	
1.	Модуль 1. Текстовые задачи	8	2	6	Зачет
2.	Модуль 2. Выражения и преобразования	8	2	6	Зачет
3.	Модуль 3. Функции и их свойства	10	4	6	Зачет

4.	Модуль 4. Уравнения, неравенства и их системы	10	4	6	Зачет
5.	Модуль 5. Задания с параметром	10	4	6	Зачет
6.	Модуль 6. Планиметрия	14	5	9	Зачет
7.	Модуль 7. Стереометрия	12	4	8	Зачет
<b>ИТОГО</b>		72	25	47	

#### 6. Учебно-тематический план

№ п/п	Наименование модулей, разделов и тем	Всего часов	В том числе:		Формы контроля
			Теория	Практика	
1.	<b>Модуль 1. Текстовые задачи</b>	<b>8</b>	<b>2</b>	<b>6</b>	
1.1.	Тема 1. Задачи практического содержания (дроби, проценты, смеси и сплавы)	3	1	2	
1.2.	Тема 2. Задачи на работу и движение	1		1	
1.3.	Тема 3. Задачи на анализ практической ситуации	3	1	2	
1.4.	Промежуточная аттестация	1	0	1	Зачёт
2.	<b>Модуль 2. Выражения и преобразования</b>	<b>8</b>	<b>2</b>	<b>6</b>	
2.1.	Тема 1. Тождественные преобразования иррациональных и степенных выражений	2	1	1	
2.2.	Тема 2. Тождественные преобразования логарифмических выражений	2		2	
2.3.	Тема 3. Преобразования тригонометрических выражений	3	1	2	
2.4.	Промежуточная аттестация	1	0	1	Зачёт
3.	<b>Модуль 3. Функции и их свойства</b>	<b>10</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	
3.1.	Тема 1. Исследование функций элементарными методами	3	1	2	
3.2.	Тема 2. Производная, ее геометрический и физический смысл	3	1	2	
3.3.	Тема 3. Исследование функции с помощью производной	3	1	2	
3.4.	Промежуточная аттестация	1	0	1	Зачёт
4.	<b>Модуль 4. Уравнения, неравенства и их системы</b>	<b>10</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	
4.1.	Тема 1. Рациональные уравнения, неравенства и их системы	1	1	1	
4.2.	Тема 2. Иррациональные уравнения и их системы	2	1	1	
4.3.	Тема 3. Тригонометрические уравнения и их системы	2	1	1	
4.4.	Тема 4. Показательные уравнения, неравенства и их системы	2	1	1	
4.5.	Тема 5. Логарифмические уравнения, неравенства и их системы	2		1	
4.6.	Промежуточная аттестация	1	0	1	Зачёт
5.	<b>Модуль 5. Задания с параметром</b>	<b>10</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	
5.1.	Тема 1. Уравнения и неравенства	5	2	3	
5.2.	Тема 2. Уравнения и неравенства с модулем	4	2	2	
5.3.	Промежуточная аттестация	1	0	1	Зачёт
6.	<b>Модуль 6. Планиметрия</b>	<b>14</b>	<b>5</b>	<b>9</b>	

6.1.	Тема 1. Треугольники. Четырехугольники. Окружность	6	2	4	
6.2.	Тема 2. Окружности, вписанные в треугольник и четырехугольник	4	2	2	
6.3.	Тема 3. Окружности, описанные около треугольника и четырехугольника	3	1	2	
6.4.	Промежуточная аттестация	1	0	1	Зачёт
7.	<b>Модуль 7. Стереометрия</b>	<b>12</b>	<b>4</b>	<b>8</b>	
7.1.	Тема 1. Углы и расстояния. Сечения многогранников плоскостью	6	2	4	
7.2.	Тема 2. Площади поверхностей и объемы тел	5	2	3	
7.3.	Промежуточная аттестация	1		1	Зачёт
<b>ИТОГО</b>		<b>72</b>	<b>25</b>	<b>47</b>	

## 7. Содержание дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы

№ п/п	Наименование модулей и тем	Содержание обучения
<b>Модуль 1. Текстовые задачи</b>		
1.1.	Задачи практического содержания (дроби, проценты, смеси и сплавы)	Теория: Виды задач практического содержания. Практика: Решение задач на округление с избытком, округление с недостатком, решение простейших задач на проценты, сплавы и смеси.
1.2.	Задачи на работу и движение	Практика: Решение задач на движение по прямой, задачи на движение по окружности, задачи на движение по воде, задачи на совместную работу.
1.3.	Задачи на анализ практической ситуации	Теория: Теоремы о вероятности событий и их применение в решении задач. Практика: Решение задач с прикладным содержанием, сводящиеся к решению уравнений или неравенств. Задачи с использованием классического определения вероятности.
<b>Модуль 2. Выражения и преобразования</b>		
2.1.	Тождественные преобразования иррациональных и степенных выражений	Практика: Действия с положительными и отрицательными числами, с дробями, преобразование иррациональных и степенных выражений, использование формул сокращённого умножения.
2.2.	Тождественные преобразования логарифмических выражений	Теория: Определение и свойства логарифма. Практика: Преобразования логарифмических выражений.
2.2.	Преобразования тригонометрических выражений	Теория: Основные тригонометрические формулы. Практика: Преобразования тригонометрических выражений.
<b>Модуль 3. Функции и их свойства</b>		
3.1.	Исследование функций элементарными методами	Теория: Основные элементарные функции. Практика: Построение графиков. Определение свойств функции по графикам.
3.2.	Производная, ее геометрический и физический смысл	Теория: Задачи на нахождение производных, первообразных. Геометрический и физический смыслы производной. Практика: Решение задач.
3.3.	Исследование функции с помощью производной	Теория: Задачи на нахождение наибольшего или наименьшего значения функции. Практика: Нахождение точек максимума и точек минимума.

<b>Модуль 4. Уравнения, неравенства и их системы</b>		
4.1.	Рациональные уравнения, неравенства и их системы	Теория: Метод интервалов. Метод разложения на множители. Метод подбора корней. Практика: Решение рациональных уравнений и неравенств. Решение систем рациональных уравнений.
4.2.	Иррациональные уравнения и их системы	Теория: Метод замены переменной. Практика: Решение иррациональных уравнений и их систем.
4.3.	Тригонометрические уравнения и их системы	Теория: Различные типы тригонометрических уравнений. Практика: Способы решения тригонометрических уравнений и их систем.
4.4.	Показательные уравнения, неравенства и их системы	Теория: Свойство монотонности показательной функции. Практика: Решение показательных уравнений, неравенств и их систем.
4.5.	Логарифмические уравнения, неравенства и их системы	Практика: Использование метода рационализации при решении логарифмических, показательных, степенных, иррациональных неравенств и неравенств с модулем.
<b>Модуль 5. Задания с параметром</b>		
5.1.	Уравнения и неравенства	Теория: Уравнения и неравенства. Практика: Решение задач с параметром графическим и аналитическим способами.
5.2.	Уравнения и неравенства с модулем	Теория: Уравнения и неравенства с модулем. Практика: Решение уравнений и неравенств с параметром и модулем.
<b>Модуль 6. Планиметрия</b>		
6.1.	Треугольники. Четырехугольники. Окружность	Теория: Основные теоремы и формулы, используемые в решении задач с многоугольниками. Практика: Примеры задач с многоугольниками и их решение.
6.2.	Окружности, вписанные в треугольник и четырехугольник	Теория: Основные теоремы и формулы, используемые в решении задач с окружностями. Практика: Примеры задач с вписанными окружностями и их решение.
6.3.	Окружности, описанные около треугольника и четырехугольника	Теория: Основные теоремы и формулы, используемые в решении задач с окружностями. Практика: Примеры задач с описанными окружностями и их решение.
<b>Модуль 7. Стереометрия</b>		
7.1.	Углы и расстояния. Сечения многогранников плоскостью	Теория: Задачи на нахождение Практика: Решение задач на нахождение расстояния между точками в пространстве, расстояние от точки до прямой, расстояние от точки до плоскости, расстояние между скрещивающимися прямыми.
7.2.	Площади поверхностей и объемы тел	Теория: Задачи на нахождение площади поверхностей и объема тел. Практика: Решение задач на нахождение угла между прямыми, угла между прямой и плоскостью, угла между плоскостями.

## **8. Материально-техническое обеспечение дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы**

Для обеспечения программы необходимы: аудиторный фонд, мультимедийный комплекс, USB-модем, флеш-карта, видеоматериал, наглядные пособия, дидактический материал.

Рекомендуемые Интернет-ресурсы:

1. Московский центр непрерывного математического образования. – URL: <http://www.mccme.ru>
2. Exponenta.ru: образовательный математический сайт. – URL: <http://www.exponenta.ru>
3. База данных задач по всем темам школьной математики. – URL: <http://www.problems.ru>
4. Задачи по геометрии: информационно-поисковая система. – URL: <http://zadachi.mccme.ru>
5. ФИПИ. Открытый банк заданий ЕГЭ по математике. – URL: <http://fipi.ru>
6. Подготовка учащихся к ЕГЭ и проведение онлайн тестирования. – URL: <http://reshuege.ru>

и другие.

Рекомендуемый список литературы:

1. Семёнов, А. В. Оптимальный банк заданий для подготовки учащихся. Математика. Учебное пособие. – Москва : Интеллект-центр, 2019.
2. Шноль, Д. Э., Семенова, П. В. ЕГЭ 2023. Математика. Профильный уровень. 36 вариантов. Типовые варианты экзаменационных заданий / Под редакцией И. В. Яценко. – Москва : Экзамен, 2023.

## 9. Методические рекомендации по организации образовательного процесса

Основные формы организации обучения: проведение лекций (проблемных и традиционных); практических занятий (коллективные формы обсуждения, круглые столы, мозговые штурмы, работа в микрогруппах – решение проблемных ситуаций, моделирование, защита решений), различные формы самостоятельной работы, промежуточные аттестации обучающихся, консультации и т.д.

Самостоятельная работа обучающихся предполагает различные формы индивидуальной учебной деятельности: конспектирование научной и учебно-методической литературы, сбор и анализ практического материала, ведение словаря, проектирование, выполнение тематических исследовательских заданий и пр. Выбор форм и видов самостоятельной работы определяются индивидуально-личностным и компетентностным подходом к обучению совместно преподавателем и обучающимся.

Обучение завершается аттестацией в форме проверочной работы (решение тренировочных заданий ЕГЭ) и устной защиты решений задач.

## 10. Формы учебной работы

Фронтальная, индивидуальная и групповая работа.

## 11. Формы контроля

### 11.1. Форма текущего контроля успеваемости промежуточной аттестации

Текущий контроль успеваемости осуществляется на занятиях на основе наблюдений за деятельностью учащихся в ходе занятий.

Промежуточной аттестацией по итогам освоения каждого модуля является зачёт в форме тестирования, где учащимся предлагается выполнить проверочную работу (решение тренировочных заданий ЕГЭ в соответствии с темой).

Качество решения оценивается согласно критериям оценки выполнения заданий ЕГЭ по математике.

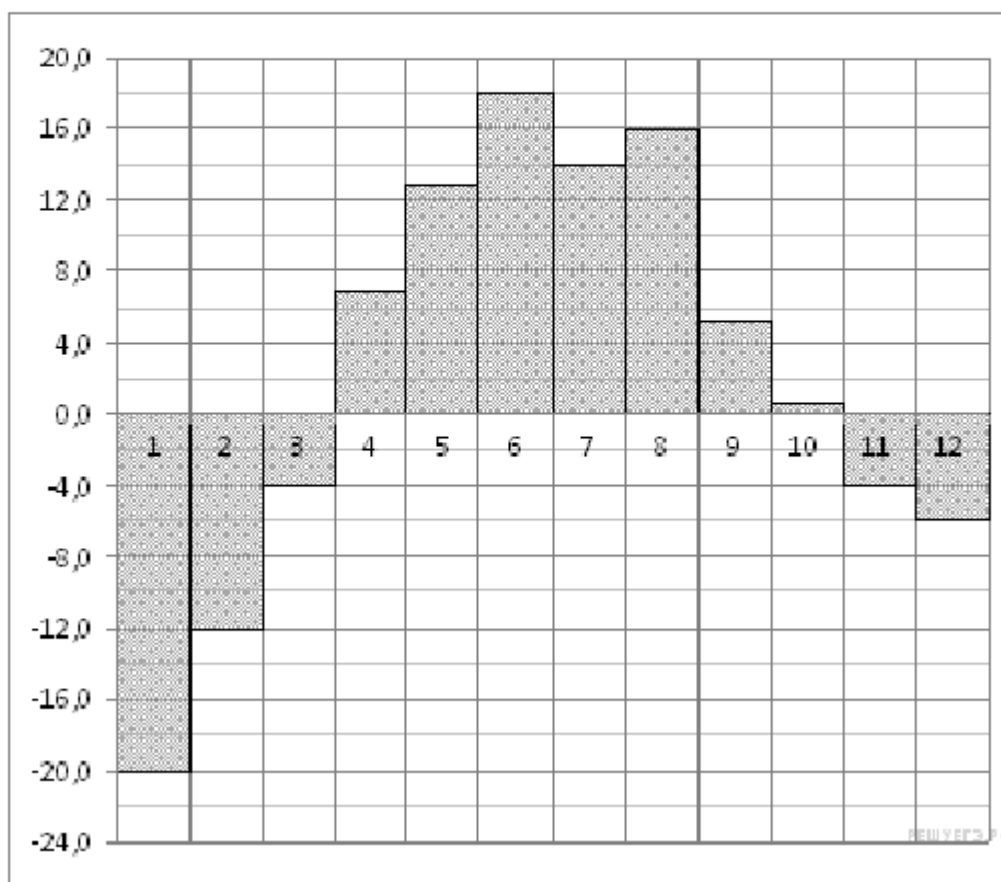
### Примерные задания по типу заданий ЕГЭ по математике

**3. Задание 5 № 26661.** Найдите корень уравнения  $\sqrt{\frac{2x+5}{3}} = 5$ .

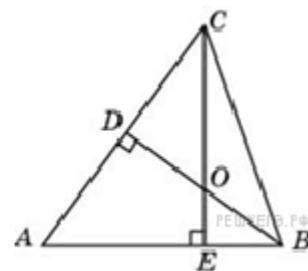
**5. Задание 1 № 323514.** Одного рулона обоев хватает для оклейки полосы от пола до потолка шириной 1,6 м. Сколько рулонов обоев нужно купить для оклейки прямоугольной комнаты размерами 2,3 м на 4,2 м?



**4. Задание 2 № 27518.** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру во второй половине 1973 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.

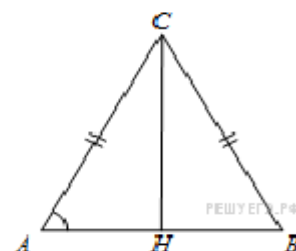


**9. Задание 3 № 27762.** В остроугольном треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $65^\circ$ .  $BD$  и  $CE$  — высоты, пересекающиеся в точке  $O$ . Найдите угол  $DOE$ . Ответ дайте в градусах.



**24. Задание 4 № 320211.** Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,02. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,99. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная батарейка будет забракована системой контроля.

**5. Задание 6 № 27288.** В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 7$ ,  $\operatorname{tg} A = \frac{33}{4\sqrt{33}}$ . Найдите  $AB$ .



**6. Задание 7 № 512493.** Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = -\frac{1}{6}t^3 + 7t^2 + 6t + 1$ , где  $x$  — расстояние от точки отсчёта (в метрах),  $t$  — время движения (в секундах). Найдите её скорость (в метрах в секунду) в момент времени  $t = 6$  с.

**13. Задание 8 № 27161.** Площадь полной поверхности конуса равна 12. Параллельно основанию конуса проведено сечение, делящее высоту в отношении 1:1, считая от вершины конуса. Найдите площадь полной поверхности отсечённого конуса.

**11. Задание 9 № 77388.** Найдите значение выражения  $\frac{7\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}} + \frac{5\sqrt{x}}{x} + 3x - 4$  при  $x = 3$ .

**16. Задание 10 № 28014.** Скорость колеблющегося на пружине груза меняется по закону  $v(t) = 5 \sin \pi t$  (см/с), где  $t$  — время в секундах. Какую долю времени из первой секунды скорость движения была не менее 2,5 см/с? Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

**5. Задание 11 № 26596.** Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за два дня выполняет такую же часть работы, какую второй — за три дня?

**13. Задание 12 № 77488.** Найдите точку минимума функции  $y = 4x - 4 \ln(x + 7)$ .

**7. Задание 13 № 507429.** Решите уравнение:  $(2 \sin x - 1)(\sqrt{-\cos x} + 1) = 0$ .

**15. Задание 14 № 512883.** В правильной треугольной пирамиде  $MABC$  с вершиной  $M$  высота равна 9, а боковые рёбра равны 15. Найдите площадь сечения этой пирамиды плоскостью, проходящей через середины сторон  $AB$  и  $BC$  параллельно прямой  $MB$ .

**38. Задание 15 № 508519.** Решите неравенство:  $19 \cdot 4^x + 4^{-x} \leq 20$ .

**16. Задание 16 № 484607.** Две окружности, радиусы которых равны 9 и 4, касаются внешним образом. Найдите радиус третьей окружности, которая касается двух данных окружностей и их общей внешней касательной.

**15. Задание 17 № 512434.** Василий кладет в банк 1 000 000 рублей под 10% годовых на 4 года (проценты начисляются один раз после истечения года) с правом докладывать три раза (в конце каждого года) на счет фиксированную сумму 133 000 рублей. Какая сумма будет на счете у Василия через 4 года?

**22. Задание 18 № 501048.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\frac{4^{-x^2} - a \cdot 2^{1-x^2} + a}{2^{1-x^2} - 1} = 3$$

имеет хотя бы одно решение.

**10. Задание 19 № 505245.** Целое число  $S$  является суммой не менее трех последовательных членов непостоянной арифметической прогрессии, состоящей из целых чисел.

а) Может ли  $S$  равняться 8?

б) Может ли  $S$  равняться 1?

в) Найдите все значения, которые может принимать  $S$ .