

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Томский государственный педагогический университет»  
(ТГПУ)

«УТВЕРЖДАЮ»

Декан физико-математического  
факультета

  
Е.Г. Пьяных, к.п.н, доцент

«26» мая 2016 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование

Направленности (профили) : Математика и Физика, Математика и Информатика

Форма обучения: очная

## 1. Место учебной дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Вычислительная математика» относится к вариативной части дисциплин по выбору учебного плана ФГОС ВО по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование. Вычислительная математика - это раздел математики, включающий круг вопросов, связанных с использованием ЭВМ. В более узком понимании вычислительная математика - теория численных методов и алгоритмов решения типовых математических задач, возникающих при исследованиях математических моделей. В программу входят следующие темы дисциплины: теория погрешностей, методы решения нелинейных уравнений, методы решения систем уравнений, численная интерполяция, методы наилучшего приближения, численное дифференцирование и интегрирование, численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и дифференциальных уравнений в частных производных, метод Монте-Карло.

Задача курса – познакомить обучающихся с основными численными методами, продемонстрировать обоснование существования решений прикладных задач на базе математических знаний обучающихся.

Преподавание курса «Вычислительная математика» рассчитано на один семестр. Его изучение опирается на знания по элементарной математике и информатике. Для освоения этого предмета требуются предварительные знания по таким дисциплинам, как «Алгебра», «Математический анализ». Данный курс является предшествующим для следующих дисциплин основной образовательной программы бакалавриата: «Теоретические основы прикладной математики и информатики», «Компьютерное моделирование» и для ряда специальных курсов.

## 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОП

Выпускник должен владеть следующими компетенциями:

- ПК-15 готовностью использовать теоретические и практические знания в области науки и образования по направленности (профилю) образовательной программы;
- ПК-16 способностью решать исследовательские задачи в области науки и образования по направленности (профилю) образовательной программы.

В результате изучения курса обучающийся должен овладеть математической культурой, соответствующей уровню подготовки современного учителя математики и физики. Обучающийся должен

**знать:**

- методы решения не сами по себе, а в связи с использованием компьютера;
- алгоритм используемого для решения метода;
- математический аппарат рассматриваемого метода;
- типизацию задач и различные методы их решения;
- строение дисциплины «Вычислительная математика» и связь между отдельными ее разделами;

**уметь:**

- *применять* теоретический материал к решению вычислительных задач;
- *обосновывать* выбор численного метода при решении задач;
- *решать* типовые задачи в указанной предметной области;
- *составлять* элементарные программы для решения математических и физических задач с помощью изученных методов;
- *оценивать* точность результата;
- *составлять* программу на одном из конкретных языков программирования;

- *применять* полученные знания по курсу «Вычислительная математика» при изучении других математических дисциплин, а также в школьном курсе математики.

владеть:

- терминологией предметной области дисциплины «Вычислительная математика».

### 3. Содержание учебной дисциплины (модуля)

1. Введение. Вычислительная математика. Основные разделы вычислительной математики. История развития прикладной математики. Математические модели.
2. Теория погрешностей. Структура полной погрешности решения задачи. Приближенные числа, погрешности результатов основных арифметических действий. Связь между числом верных знаков и погрешностью числа. Общая формула для погрешности.
3. Решение нелинейных уравнений. Способы отделения корней (аналитический, графический, машинный). Метод деления пополам. Итерационные методы. Обоснование сходимости итерационного процесса, оценка точности. Метод хорд, метод Ньютона, комбинированный метод.
4. Интерполяция. Интерполяционный многочлен Лагранжа и его погрешность. Конечные разности и их свойства. Интерполяционные многочлены Ньютона. Обратное интерполирование. Многочлены Чебышева.
5. Численное дифференцирование и интегрирование. Формулы численного дифференцирования. Квадратурные формулы Ньютона - Котеса. Формула трапеций. Формула Симпсона. Квадратурные формулы Чебышева и Гаусса.
6. Вычислительные методы алгебры. Решение систем линейных уравнений. Прямые и итерационные методы (метод Гаусса, метод главных элементов, метод простой итерации). Обращение матрицы. Нахождение собственных значений и векторов матрицы. Понятие о методе Ньютона решения систем нелинейных уравнений.
7. Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Решение дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов. Метод Пикара. Понятие устойчивости. Пример плохой обусловленности. Задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Эйлера. Метод Рунге-Кутты. Многошаговые методы.

### 4. Трудоемкость дисциплины (модуля) по видам учебных занятий, самостоятельной работы обучающихся и формам контроля

#### 4.1. Очная форма обучения

Объем в зачетных единицах 3

#### 4.1.1. Виды учебных занятий, самостоятельная работа обучающихся, формы контроля (в академических часах)

| Вид учебной работы              | Всего часов | Распределение по семестрам (в академических часах) |
|---------------------------------|-------------|--|
|                                 |             | 6 семестр  |
| Лекции                          | 20          | 20   |
| Лабораторные работы             | 40          | 40   |
| Семинары / Практические занятия |             |  |
| Самостоятельная работа          | 48          | 48   |

|                                |     |                     |
|--------------------------------|-----|---------------------|
| Курсовая работа                |     |                     |
| Другие виды занятий            |     |                     |
| Формы текущего контроля        |     | Собеседование, тест |
| Формы промежуточной аттестации |     | зачет               |
| Итого часов                    | 108 |                     |

#### 4.1.2. Содержание учебной дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

| № п/п | Наименование темы (раздела) дисциплины                 | Всего часов | Аудиторные занятия (в часах) |                                 |                     | Самостоятельная работа (в часах) |
|-------|--|-------------|------------------------------|---------------------------------|---------------------|----------------------------------|
|       |  |             | Лекции                       | Практические занятия (семинары) | Лабораторные работы |                                  |
| 1     | Введение   | 7           | 1                            |                                 |                     | 6                                |
| 2     | Теория погрешностей                                    | 11          |                              |                                 | 4                   | 7                                |
| 3     | Решение нелинейных уравнений                           | 15          | 2                            |                                 | 6                   | 7                                |
| 4     | Интерполяция   | 18          | 3                            |                                 | 8                   | 7                                |
| 5     | Численное дифференцирование и интегрирование.          | 20          | 5                            |                                 | 8                   | 7                                |
| 6     | Вычислительные методы алгебры.                         | 20          | 5                            |                                 | 8                   | 7                                |
| 7     | Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений | 17          | 4                            |                                 | 6                   | 7                                |
|       | Итого:   | 108         | 20                           |                                 | 40                  | 48                               |

#### 4.1.3 Лабораторный практикум.

| № п/п | Наименование темы (раздела) дисциплины       | Наименование лабораторных работ   |
|-------|--|---|
| 1     | Теория погрешностей                          | Основы теории погрешностей  |
| 2     | Решение нелинейных уравнений                 | Отделение корней уравнения (аналитический, графический способы)<br>Отделение корней уравнения машинным методом<br>Метод половинного деления.<br>Метод хорд.<br>Метод Ньютона.<br>Комбинированный метод. |
| 3     | Интерполяция                                 | Формула Лагранжа и её погрешность.<br>Вычисление таблицы конечных разностей.<br>Первая и вторая формулы Ньютона.<br>Обратное интерполирование.  |
| 4     | Численное дифференцирование и интегрирование | Обобщенная формула трапеции.<br>Формула Симпсона<br>Квадратурные формулы Чебышева   |
| 5     | Вычислительные методы алгебры                | Решение системы методом Гаусса с выбором главных элементов.   |

|   |  |  |
|---|--|--|
|   |  | Приведение системы к нормальному виду и решение её методом итераций  |
| 6 | Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений | Приближенные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений: с помощью степенных рядов, методом Пикара.<br>Метод Эйлера.<br>Первая модификация метода Эйлера.<br>Вторая модификация метода Эйлера. |

## 5. Перечень учебно-методического обеспечения по дисциплине (модулю)

### 5.1. Основная учебная литература

1. Разина, Г.К. Численные методы: методические указания/ Г.К. Разина; Федеральное агентство по образованию, ГОУ ВПО ГПУ.- Томск: издательство ТГПУ. Ч. 1.,- 2006.-43 с.: ил.
2. Разина, Г.К. Численные методы: методические указания/ Г.К. Разина; Федеральное агентство по образованию, ГОУ ВПО ГПУ.- Томск: издательство ТГПУ. Ч. 2.,- 2007.-34 с.: ил.
3. Разина, Г.К. Численные методы: методические указания/ Г.К. Разина; Федеральное агентство по образованию, ГОУ ВПО ГПУ.- Томск: издательство ТГПУ. Ч. 3.,- 2007.-38 с.: ил.
4. Разина, Г.К. Численные методы: методические указания/ Г.К. Разина; Федеральное агентство по образованию, ГОУ ВПО ГПУ.- Томск: издательство ТГПУ. Ч. 4.,- 2009.-32 с.: ил.
5. Разина, Г.К. Численные методы: методические указания/ Г.К. Разина; Министерство образования и науки РФ, ТГПУ.- Томск: издательство ТГПУ. Ч. 5.,-2011.-36 с.: ил.

### 5.2. Дополнительная литература

1. Бахвалов Н.С. Численные методы [Текст]: учебное пособие для вузов / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков; МГУ.-5-е изд.- М.: Бином. Лаборатория знаний, 2007.-636 с. - (Классический университетский учебник)
2. Разина, Г.К. Интерполирование: [методическое пособие для выполнения лабораторных работ]/ Г.К. Разина.- Томск: издательство ТГПУ, 2001.-27 с.
3. Разина, Г.К. Численное интегрирование: методические указания/ Г.К. Разина; ТГПУ.- Томск: издательство ТГПУ, 2003.-27 с.
4. Разина, Г.К. Методы обработки опытных данных: [Методическое пособие для выполнения лабораторных работ]/ Г.К. Разина.- Томск: издательство ТГПУ, 2002.-27

### 5.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины (модуля)

В процессе реализации курса полезно воспользоваться информацией Интернет.

**Интернет-источники:**

<http://www.knigafund.ru/> --электронная библиотечная система КнигаФонд

<http://e.lanbook.com/>-- электронная библиотечная система Лань

<http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/student/an/examples.asp>

**5.4. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**  
пакет «PASCAL»

**6. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

| №п/п | Наименование раздела (темы) учебной дисциплины         | Наименование материалов обучения, пакетов программного обеспечения | Наименование технических и аудиовизуальных средств, используемых с целью демонстрации материалов |
|------|--|--|--|
| 1    | Решение нелинейных уравнений                           | Наличие пакета «PASCAL»  | Компьютерный класс, интерактивная доска, проектор  |
| 2    | Интерполяция   |  |  |
| 3    | Численное дифференцирование и интегрирование           |  |  |
| 4    | Вычислительные методы алгебры                          |  |  |
| 5    | Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений | Наличие пакета «PASCAL»  | Компьютерный класс   |

**7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

По курсу «Вычислительная математика» обучающиеся должны прослушать лекции, самостоятельно проработать теоретические вопросы и выполнить лабораторные работы, которые проходят в компьютерных классах. По данному курсу опубликовано семь методических разработок, в которых кроме изложения теории, рассмотрены примеры и приведены программы на языке Паскаль. Каждая тема заканчивается контрольными вопросами, с помощью их обучающийся самостоятельно может проверить глубину усвоения соответствующей темы. Так как отдельные темы полностью вынесены на самостоятельное изучение, то наличие таких методических разработок, даёт обучающимся возможность, изучить, соответствующие темы, не обращаясь к другим источникам.

Для получения допуска к зачету, обучающимся необходимо выполнить индивидуальные задания и пройти устный опрос теории по темам лабораторных занятий.

Обучающиеся должны обращать особое внимание на точность того или иного метода, а так же на область его применения. При записи результата они должны записывать только верные цифры. Для этого им необходимо осмыслить результат, убедиться, что задача решена правильно. При компиляции программы на языке Паскаль, выдаются сообщения о синтаксических ошибках в тексте программы, запуск программы на вычисление невозможен без исправления этих ошибок. Поэтому после прохождения компиляции у обучающихся возникает иллюзия, что всё вычисляется верно, но это не всегда так. Они должны сами дополнить программу или выполнить какие-то действия с тем, чтобы убедиться, что программа выдаёт правильный результат.

**1. Теория погрешностей.** Теория погрешностей вынесена полностью на самостоятельное изучение обучающимися. В этой теме они должны обратить внимание на источники и классификации погрешностей, а так же на понятие – верная цифра и связь количества верных цифр с относительной погрешностью числа.

**2. Решение нелинейных уравнений.** При изучении методов решения уравнений с одним неизвестным обучающиеся должны обратить внимание на то, что не только большинство

трансцендентных уравнений не имеют формулы решений, но и алгебраические уравнения степени, которых выше четырёх. Изложение итерационных методов решения уравнения выполнено в общем случае, затем рассмотрены частные случаи. Обучающиеся должны уметь выбирать начальное приближение в каждом методе, обосновывать этот выбор и определять условие, которое является критерием для достижения заданной точности. Обучающиеся самостоятельно должны дополнить приведенную в методической разработке программу так, чтобы она выдавала количество итераций для достижения заданной точности. Обучающиеся решают уравнение разными методами, сравнивают количество итераций. Это позволит им сделать вывод о скорости сходимости того или иного метода.

**3. Интерполяция.** Формула погрешности интерполирования содержит производную  $(n+1)$  порядка от исходной функции. Обучающиеся должны найти эту производную и определить её максимальное значение на заданном интервале. При решении этой задачи у них есть выбор – решить её аналитически или с помощью вычислений на компьютере. Они должны понимать, что результат можно записать только тогда, когда будет определена погрешность. Обучающиеся должны усвоить понятие обобщенной степени числа и уметь записывать I и II формулы Ньютона через обобщенную степень. Дополнительно для более полного усвоения этой темы обучающиеся должны уметь расписывать формулу Лагранжа в развёрнутом виде. Они должны уметь пользоваться рекуррентными формулами для нахождения многочленов Чебышева.

**4. Численное дифференцирование и интегрирование.** При изучении численного дифференцирования обучающийся должен обратить внимание на то, что данная задача является некорректной. Решение этой задачи опирается на интерполирование, в котором мера близости приближающей функции – это совпадение в узлах с исходной функцией, что, ещё не гарантирует близости на этом отрезке их производных.

При изучении численного интегрирования обучающиеся должны научиться выводить квадратурные формулы для произвольного  $n$  (формулы Ньютона - Котеса, Чебышева, Гаусса), а затем рассмотреть их частные случаи.

Дополнительно в этой теме обучающиеся должны научиться вычислять коэффициенты Котеса при различных значениях  $n$ .

**5. Вычислительные методы алгебры.** Методы решения алгебраических задач разделяются на прямые, итерационные и вероятностные. Обучающиеся должны изучить три метода решения систем линейных алгебраических уравнений: метод главных элементов, метод итерации и метод Монте-Карло. Они должны решить одну и ту же систему разными методами и сравнить полученные результаты, оценить достоинства каждого метода.

Дополнительно при вычислении обратной матрицы, обучающиеся должны уметь расписать компактную формулу  $\sum_{k=1}^n a_{ik}x_{kj} = \delta_{ij}$ ,  $i, j = 1, 2, \dots, n$ . в развёрнутом виде. Таким образом, они представят общий объём вычислений - это решение  $n^2$  систем уравнений, относительно  $n^2$  неизвестных  $x_{i,j}$ .

**6. Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.** Обучающиеся должны знать основные виды дифференциальных уравнений и методы их решения. Они должны представлять отличие приближенных методов от численных методов и то, в каком виде эти методы дают решение. Они должны знать условие, когда дифференциальное уравнение можно решить приближенным методом, когда численным методом.

Дополнительно обучающиеся могут рассмотреть геометрический смысл численных методов и сравнить их по точности результатов.

**8. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)**

Представлен в виде отдельного документа (приложение к рабочей программе учебной дисциплины (модуля)).

Рабочая программа учебной дисциплины (модуля) составлена в соответствии с учебным планом, федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование.

Рабочая программа учебной дисциплины (модуля) составлена доцентом кафедры теоретической физики, кандидатом физ.-мат. наук Т.Г. Митрофановой.

Рабочая программа учебной дисциплины (модуля) утверждена на заседании кафедры теоретической физики

Протокол № 5 от « 25 » мая 2016г.

Заведующий кафедрой теоретической физики



И.Л. Бухбиндер  
профессор, д.ф.-м.н.

Рабочая программа учебной дисциплины (модуля) одобрена учебно-методической комиссией физико-математического факультета ТГПУ

Протокол № 9 от « 26 » мая 2016г.

Председатель учебно-методической комиссии  
физико-математического факультета



З.А. Скрипко  
профессор, д.п.н.