

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

**«Томский государственный педагогический университет»
(ТГПУ)**

«УТВЕРЖДАЮ»

Декан физико-математического факультета

Е.Г. Пьяных



2015 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б.3.В.03 «ГЕОМЕТРИЯ»

ТРУДОЕМКОСТЬ (В ЗАЧЕТНЫХ ЕДИНИЦАХ) – 11

Направление подготовки: 44.03.05 ПО

Профили: Математика и Физика, Математика и Информатика

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

1. Цели изучения дисциплины

- Формирование общекультурных и профессиональных компетенций студентов, обучающихся по направлению «Педагогическое образование» на основе изучения дисциплины «Геометрия».
- Формирование тех аспектов математической культуры студента педагогического ВУЗа, которые определяются наглядностью геометрических понятий и дедуктивной строгостью выводов геометрии.
- формирование у студентов системы представлений о геометрических методах и возможностях их применения;
- формирование представлений о важности изучения геометрии для осуществления будущей профессиональной деятельности;

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы бакалавриата

Курс «Геометрия» относится к профессиональному циклу дисциплин и входит в состав его вариативной части. Преподавание курса «Геометрия» рассчитано на три семестра. Его изучение в первом семестре опирается на знания по элементарной математике, полученными студентами в средней школе. В дальнейшем для освоения этого предмета требуются предварительные знания по таким дисциплинам, как «Алгебра», «Математический анализ». Данный курс является предшествующим для следующих дисциплин основной образовательной программы бакалавриата: «Теоретические основы информатики», «Компьютерное моделирование», «Методы математической физики», «Общая физика», «Теоретическая физика», «Астрономия» и для ряда специальных курсов.

3. Требования к уровню освоения программы.

Дисциплина «Геометрия» вносит вклад в формирование следующих компетенций, требуемых ФГОС ВПО по направлению подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование»: ОК-1, ОК-4, ОК-6, ОПК-3.

В результате изучения курса студент должен овладеть математической культурой, соответствующей уровню подготовки современного учителя. Студент должен

знать:

- основные понятия и факты всех разделов курса;
- математические структуры и взаимосвязи между ними;
- типизацию задач и различные методы их решения;
- теоретические основы школьного курса геометрии;
- строение дисциплины «Геометрия» и связь между отдельными ее разделами;

уметь:

- демонстрировать освоенное знание логично и последовательно;
- применять основные методы (векторный, координатный, аксиоматический, геометрических преобразований) при доказательстве утверждений и решении задач;
- решать типовые задачи в указанной предметной области;

- применять полученные знания по курсу «Геометрия» при изучении других математических дисциплин, а также в школьном курсе математики.

владеть:

- терминологией предметной области дисциплины «Геометрия».

4. Общая трудоемкость дисциплины «Геометрия» 11 зачетных единиц и виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость (час)	Распределение по семестрам (час)		
		1	3	5
Аудиторные занятия	190	76	57	57
Лекции	76	38	19	19
Практические занятия	114	38	38	38
Семинары				
Лабораторные работы				
Другие виды аудиторных занятий (занятия в интерактивной форме – 20% от ауд. часов)	40	14	13	13
Другие виды работ				
Самостоятельная работа	125	43	41	41
Курсовой проект (работа)				
Расчетно-графические работы				
Реферат				
Расчетно-графические работы				
Формы текущего контроля				
Формы промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом	81	экзамен 27	экзамен 27	экзамен 27

5. Содержание учебной дисциплины

5.1. Разделы учебной дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (темы)	Аудиторные часы				Самост. работа (час)
		всего	лекции	практические (семинары)	интерактивные формы обучения (не менее 20 %)	
	Первый семестр	76	38	38	14	43
1	Элементы векторной алгебры.	24	12	12	4	6
2	Метод координат на плоскости и пространстве.	8	4	4		5

3	Линии на плоскости.	12	6	6		6
4	Уравнения поверхностей и уравнения линии в пространстве.	4	2	2	4	5
5	Плоскость как поверхность первого порядка.	4	2	2	2	5
6	Прямая в пространстве.	4	2	2		6
7	Кривые второго порядка.	12	6	6	2	5
8	Поверхности второго порядка.	8	4	4	2	5
	Третий семестр	57	19	38	13	41
9	Преобразование декартовых прямоугольных координат.	16	6	10	4	11
10	Понятие проективной геометрии.	10	2	8	2	7
11	Основные факты проективной геометрии.	10	2	8	2	6
12	Методы изображений.	14	2	12	3	11
13	Основания геометрии.	7	7	-	2	6
	Пятый семестр	57	19	38	13	41
14	Линии в евклидовом пространстве.	6	2	4	2	5
15	Кривизна и кручение линии.	6	2	4	1	4
16	Поверхности в евклидовом пространстве.	6	2	4	2	5
17	Первая квадратичная форма поверхности.	6	2	4	2	4
18	Вторая квадратичная форма. Кривизна линии на поверхности.	6	2	4	2	4
19	Главные кривизны и главные направления.	6	2	4		5
20	Подвижный репер поверхности.	6	2	4		4
21	Внутренняя геометрия поверхности.	6	2	4	2	4
22	Элементы топологии.	9	3	6	2	6
	Итого:	час/ зач.ед.			час / %	
		190 / 5,3	76	114	40 / 21 %	125

5.2. Содержание разделов дисциплины

Первый семестр.

1. Элементы векторной алгебры.

Векторы. Линейные операции над векторами. Направленный отрезок. Вектор, его направление и длина. Линейные операции над векторами. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Коллинеарность и компланарность векторов.

Проекция векторов и их свойства. Определение проекции векторов на прямую и на плоскость. Ортогональные проекции. Угол между векторами

Базис и координаты вектора. Базис и координата вектора на прямой. Базис на плоскости и в пространстве. Координаты вектора на плоскости и в пространстве. Ортогональный и ортонормированный базисы.

Скалярное произведение векторов. Определение скалярного произведения векторов. Геометрические и алгебраические свойства скалярного произведения. Выражение скалярного произведения через координаты векторов.

Векторное произведение векторов. Элементы теории определителей. Определение векторного произведения векторов. Геометрические и алгебраические свойства векторного произведения векторов. Выражение векторного произведения через координаты векторов..

Смешанное произведение векторов и его свойства. Определение смешанного произведения векторов. Вычисление объема параллелепипеда. Двойное векторное произведение и его свойства.

2. Системы координат.

Аффинные системы координат. Аффинные системы координат на прямой, на плоскости и в пространстве. Прямоугольные системы координат. Полярные, сферические и цилиндрические координаты.

3. Линии на плоскости

Понятие уравнения линии на плоскости. Параметрические уравнения линии. Задача о пересечении двух линий. Алгебраическая линия и ее порядок. Прямая на плоскости как линия первого порядка. Общее уравнение прямой. Неполные уравнения прямой. Уравнение прямой в отрезках.

Различные способы задания прямой на плоскости. Каноническое уравнение прямой. Параметрическое уравнение прямой. Прямая с угловым коэффициентом. Взаимное расположение прямых на плоскости. Нормированное уравнение прямой. Отклонение точки от прямой. Уравнение пучка прямых.

4. Уравнения поверхностей и уравнения линии в пространстве.

Основные понятия. Уравнение поверхности. Уравнение линии в пространстве. Цилиндрические и конические поверхности. Параметрические уравнения поверхности и линии в пространстве. Классификация поверхностей. Пересечения поверхностей и линий в пространстве.

5. Плоскость как поверхность первого порядка.

Различные способы задания плоскости. Общее уравнение плоскости. Неполные уравнения плоскости. Уравнение плоскости в отрезках. Взаимное расположение плоскостей. Уравнение плоскости, проходящей через три различные точки, не лежащие на одной прямой. Нормированное уравнение плоскости. Отклонение точки от плоскости.

6. Прямая в пространстве

Различные способы задания прямой в пространстве. Канонические уравнения прямой в пространстве. Параметрические уравнения прямой. Взаимное расположение прямых и плоскостей. Связка прямых.

7. Кривые второго порядка

Общее уравнение кривой второго порядка и его исследование. Приведение общего уравнения кривой 2-го порядка к каноническому виду. Классификация кривых 2-го порядка.

Эллипс, гипербола и парабола. Уравнения и свойства конических сечений. Уравнения конических сечений в полярных координатах.

8. Поверхности второго порядка

Понятие о поверхности второго порядка. Общее уравнение поверхности второго порядка. Инварианты уравнения поверхности второго порядка. Классификация уравнений поверхностей второго порядка.

Исследование формы поверхностей 2-го порядка по их каноническим уравнениям. Эллипсоид. Гиперboloиды. Параболоиды. Конус и цилиндры второго порядка. Прямолинейные образующие поверхностей 2-го порядка.

Третий семестр.

9. Преобразование декартовых прямоугольных координат.

Преобразования декартовых прямоугольных координат на плоскости. Базис, ориентация плоскости. Преобразование декартовых прямоугольных координат на плоскости и в пространстве. Общие формулы преобразований.

Примеры преобразований плоскости. Общее понятие о преобразованиях плоскости. Движения плоскости и их свойства. Подобие и гомотетия плоскости. Применение подобия и гомотетии к решению задач школьного курса геометрии.

10. Понятие проективной геометрии.

Исторический экскурс и понятийный аппарат. Из истории возникновения проективной геометрии. Простейшие проективные преобразования. Несобственные бесконечно удаленные элементы.

11 Основные факты проективной геометрии.

Проективные координаты точки и прямой. Понятие о проективном пространстве. Проективный репер как система координат проективной геометрии. Координаты точки в проективном пространстве. Проективные преобразования прямой. Теорема Дезарга. Сложное отношение четырех точек прямой и его свойства.

12. Методы изображений.

Понятия о конструктивной геометрии. Основные понятия конструктивной геометрии, ее цели и задачи. Задачи на построение фигур с помощью циркуля и линейки: их особенности. Алгоритм решения задач на построение. Методы решения задач на построение.

13. Основания геометрии.

Исторический обзор обоснования геометрии. Геометрия Евклида и ее проблемы. Общие вопросы аксиоматики. Аксиомы Гильберта. Обоснование евклидовой геометрии. Обзор по неевклидовой геометрии. Элементы геометрии Лобачевского.

Пятый семестр.

14. Линии в евклидовом пространстве.

Векторная функция скалярного аргумента. Понятие линии. Гладкая кривая, способы задания. Касательная к гладкой кривой. Длина кривой. Естественная параметризация.

15. Кривизна и кручение линии.

Кривизна кривой, заданной в естественной параметризации. Канонический репер кривой. Кручение кривой. Формулы Френе.

Вычисление кривизны и кручения в произвольной параметризации. Винтовая линия.

16. Поверхности в евклидовом пространстве.

Векторная функция двух скалярных аргументов. Понятие поверхности. Гладкие поверхности. Криволинейные координаты точек поверхности. Касательная плоскость и нормаль.

17. Первая квадратичная форма поверхности.

Определение. Длина дуги линии на поверхности. Угол между линиями на поверхности. Площадь области на поверхности.

18. Вторая квадратичная форма. Кривизна линии на поверхности.

Вторая квадратичная форма. Нормальная кривизна кривой на поверхности. Уравнение индикатрисы Дюпена. Классификация точек поверхности.

19. Главные кривизны и главные направления.

Главные кривизны поверхности. Полная и средняя кривизна поверхности. Главные направления на поверхности. Полная кривизна и тип точек. Поверхности постоянной кривизны.

20. Подвижный репер поверхности.

Понятие внутренней геометрии поверхности. Дериационные формулы подвижного репера. Символы Кристоффеля второго рода. Теорема Гаусса. Геодезическая кривизна линии на поверхности.

21. Внутренняя геометрия поверхности.

Изометрические поверхности. Изгибание поверхности. Геодезические линии и их свойства. Дефект геодезического треугольника.

22. Элементы топологии.

Метрические и топологические пространства. Основные определения. Внутренность, замыкание и граница множества топологического пространства. Непрерывные отображения и гомеоморфизмы. Отделимость. Компактность. Связность. Определение топологического многообразия. Примеры многообразий.

5.3 Лабораторный практикум. Не предусмотрен учебным планом.

6. Учебно-методическое обеспечение дисциплины.

6.1. Основная литература по дисциплине:

1. Атанасян, Л. С. Геометрия :учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических вузов : в 2 ч./Л. С. Атанасян, В. Т. Базылев.- 2-е изд., стереотип.-М.:КНОРУС. Ч. 1.-2011.-396 с
2. Атанасян, Л. С. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических вузов : в 2 ч./Л. С. Атанасян, В. Т. Базылев.- 2-е изд., стереотип.-М.:КНОРУС. Ч. 2.-2011.-422 с.:
3. Ефимов, Н. В. Краткий курс аналитической геометрии: учебник для вузов /Н. В. Ефимов.-Изд. 13-е, стереотип.-М.:ФИЗМАТЛИТ,2006.-238 с.
4. Митрофанова Т.Г. Геометрия. Сборник задач. / Т.Г. Митрофанова – Изд-во ТГПУ, Томск-2015, - 102 с.

6.2. Дополнительная литература:

1. Жафяров, А. Ж. Геометрия:Учебное пособие для вузов: В 2 ч./А. Ж.

- Жафяров.-2-е изд., адапт.-Новосибирск:Сибирское университетское издательство.-(Профильное образование). Ч. 1.-2002.-270 с.
2. Жафяров, А. Ж.. Геометрия:Учебное пособие для вузов: В 2 ч./А. Ж. Жафяров.-2-е изд., адапт.-Новосибирск:Сибирское университетское издательство.-(Профильное образование). Ч. 2.-2003.-266 с
 3. Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник для вузов / Д. В. Беклемишев.- Изд. 11-е, испр.- М.: Физматлит, 2007. - 307с.
 4. Цубербиллер, О. Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии:[Учебное пособие]/О. Н. Цубербиллер.-31-е изд, стер.-СПб. и др.:Лань,2003.-336 с.
 5. Атанасян, С. Л. Сборник задач по геометрии: учебное пособие для студентов 1-3 курсов физико-математических факультетов педагогических вузов: в 2 ч./ С. Л. Атанасян, В. И. Глизбург.-М.:Эксмо.- Ч. 1.-2007.-333с.
 6. Атанасян, С. Л. Сборник задач по геометрии: учебное пособие для студентов 3-5 курсов физико-математических факультетов педагогических вузов : в 2 ч./С. Л. Атанасян, Н. В. Шевелева, В. Г. Покровский.-М.:Эксмо. Ч. 2.-2008.-316 с.
 7. Шаров, Г. С. Задачи по курсу дифференциальной геометрии и топологии: учебное пособие для вузов/Г. С. Шаров, А. М. Шелехов, М. А. Шестакова.- М.:издательство МЦНМО, 2005.-112 с.
 8. Ильин, В. А. Аналитическая геометрия: Учебник для вузов / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк.-6-е изд., стер.- М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 240 с.

6.3. Средства обеспечения освоения дисциплины

Учебная литература имеется в достаточном количестве в библиотеке ТГПУ. Аудитория, в которой имеется интерактивная доска или экран с мультимедийным проектором для демонстрации графиков и рисунков.

В процессе реализации курса полезно воспользоваться информацией Интернет.

Интернет-источники:

Примеры по курсу аналитической геометрии /

<http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/student/an/examples.asp>

Задачи по аналитической геометрии на плоскости /

http://www.matburo.ru/ex_ag.php?p1=aggeom

Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве /

<http://www.pm298.ru/reshenie/analitpl.php>

6.4. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Требуется возможность демонстрировать графики и рисунки, взятые из переносного компьютера, на экран с помощью мультимедийного проектора на лекциях. Ниже перечислены темы практических занятий, которые желательно проводить в компьютерных классах.

№п/п	Наименование	Наименование материалов обучения,	Наименование
------	--------------	-----------------------------------	--------------

	раздела (темы) учебной дисциплины	пакетов программного обеспечения	технических и аудиовизуальных средств, используемых с целью демонстрации материалов
1	Метод координат на плоскости и пространстве	Программа динамической геометрии «GeoGebra» (свободно распространяемая http://www.geogebra.org).	Интернет. Интерактивная доска или экран и проектор
2	Линии на плоскости	Пакет символьной математики Maple (демо-версия) http://www.exponenta.ru/educat/free/free.asp Wolfram CDF-Player –свободно распространяемый	
3	Кривые второго порядка		
4	Поверхности второго порядка		

7. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины.

7.1. Методические рекомендации преподавателю.

Настоящая программа по дисциплине «Геометрия» составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по направлению подготовки: 44.03.05. Педагогическое образование. Квалификация (степень): Бакалавр и учебного плана, утвержденного Ученым советом ТГПУ.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 11 зачетных единиц. Изложение курса геометрии согласовано с программами по алгебре и математического анализа. Курс характеризуется рациональным сочетанием наглядности и абстрактности вводимых понятий и исследуемых объектов.

С целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся, в соответствии с требованиями ФГОС ВПО по направлению подготовки, для реализации компетентностного подхода программа предусматривает широкое использование в учебном процессе следующих форм учебной работы:

активные формы (лекции: вводные, обзорные, систематическое изложение учебного материал);

интерактивные формы (практические занятия, компьютерные симуляции);

внеаудиторные формы (консультации, самостоятельная работа);

формы контроля знаний (контрольные работы, коллоквиумы, зачёт, экзамен).

Для повышения эффективности лекций целесообразно воспользоваться следующими рекомендациями: четко и ясно структурировать занятие; рационально дозировать материал в каждом из разделов; использовать простой, доступный язык, образную речь с примерами и сравнениями. Изложение учебного материала в данном курсе строится на уровне, принятом в современной математике. Изучение каждого раздела программы предполагает подробные доказательства основных приводимых результатов и постепенное расширение внутренних логических связей курса от темы к теме.

Практические занятия дополняют лекционный (теоретический) курс учебной дисциплины и должны помочь обучающимся освоиться в «пространстве» дисциплины; Изложение всех разделов курса "Геометрия" должно сопровождаться приведением большого числа примеров, решением достаточного количества задач и упражнений, как

соответствующих содержанию общего теоретического изложения, так и элементарного типа, близкого к школьной математике.

В процессе проведения занятий: лекционных и практических, полезно использование указанных выше компьютерных моделей геометрических объектов.

7.2. Методические рекомендации для студентов.

Студентам предлагается использовать рекомендованную литературу для более прочного усвоения учебного материала, изложенного в лекциях, а также для изучения материала, запланированного для самостоятельной работы.

В процессе изучения курса предусматриваются следующие виды самостоятельной работы студентов над изучаемым материалом:

- проработка и осмысление лекционного материала;
- работа с учебной литературой;
- подготовка к практическим занятиям по рекомендуемой литературе;
- самостоятельная проработка тем и вопросов, предусмотренных программой, но недостаточно глубоко освещенных на лекциях;
- подготовка к контрольным работам по рекомендуемой литературе и материалу лекционных и практических занятий;
- подготовка к коллоквиумам по учебникам, учебным пособиям и лекционному материалу;
- выполнение индивидуальных заданий.

Студентам необходимо выполнить индивидуальные задания по основным темам курса. Выполнение заданий, вынесенных на самостоятельную работу, проверяются преподавателем в течение семестра, по ним выставляются оценки, которые учитываются при выставлении оценок на экзаменах.

8. Формы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

8.1. Тематика рефератов. Не предусмотрено

8.2. Вопросы и задания по самостоятельной работе:

Первый семестр

Тема 1. Элементы векторной алгебры на плоскости и в пространстве.

Самостоятельно изучить доказательство следующих теорем:

- Свойства умножения вектора на число.
- Геометрический смысл линейной зависимости трех векторов.

.Решить следующие задачи из сборника задач [4]:

№№ 1002, 1004, 1006, 1008, 1010, 1016, 1018, 1022,1026, 1034, 1036,1040, 1042, 1046, 1048, 1052, 1054.

Тема 2. Векторное и смешанное произведение векторов.

Самостоятельно изучить Свойства смешанного произведения .

Решить следующие задачи из сборника задач [4]:

№№ 1064, 1072, 1074, 1076, 1078, 1084, 1086, 1092, 1112, 1114, 1118.

Тема 3. Различные системы координат на плоскости. Преобразование координат.

Решить следующие задачи из сборника задач [4]:

№№ 46, 50, 54, 56, 62, 66, 68, 70, 104, 110, 112,126, 128, 130, 132, 134, 136.

Самостоятельно изучить:

- Преобразование систем координат разной ориентации.

- Цилиндрические и сферические координаты.
Решить следующие задачи из сборника задач [4]:
№№ 696, 700, 704, 706, 712, 714, 716, 720, 726, 730, 736, 738.

Тема 4. Прямая линия на плоскости.

Самостоятельно изучить:

- Положение прямой относительно системы координат.
- Переход от одного вида уравнения прямой к другому.

Решить следующие задачи из сборника задач [4]:

№№ 200, 202, 214, 216, 222, 226, 230, 248, 250, 252, 254, 258, 264, 274, 276, 280, 282, 290, 292, 294, 300, 308, 312.

Тема 5. Плоскость и прямая линия в пространстве.

Самостоятельно изучить:

- Положение плоскости относительно системы координат.
- Расстояние от точки до плоскости.
- Расстояние от точки до прямой.
- Расстояние между двумя прямыми.

Решить следующие задачи из сборника задач [4]:

№№ 768, 770, 772, 776, 778, 780, 782, 786, 790, 792, 802, 806, 810, 820, 822, 824, 826, 828, 830, 834, 836, 838, 840, 846, 848, 850, 852, 854.

Тема 6. Эллипс, гипербола, парабола.

Самостоятельно изучить:

- Вывод канонического уравнения гиперболы.

Решить следующие задачи из сборника задач [4]:

№№ 376, 380, 384, 388, 392, 394, 398, 434, 436, 442, 444, 446, 450, 480, 482, 492, 533.

В качестве самостоятельной работы по разделам дисциплины 1-8 предлагается дополнительная работа с литературой и лекционному материалу, с последующим устным опросом.

Третий семестр.

Тема 1. Преобразование декартовых прямоугольных координат.

Решить следующие задачи из сборника задач [4]:

№№ 279, 280, 284, 289, 290, 293, 295, 297, 303.

Тема 2. Примеры преобразований плоскости.

Решить следующие задачи из сборника задач [5]:

№№ 652, 655, 656, 658, 659, 660, 661, 663.

Самостоятельно изучить:

- Группа движений плоскости.
- Группа подобия.

Тема 3. Преобразование координат в проективном пространстве.

Решить следующие задачи из сборника задач [5]:

№№ 112, 113, 114, 115, 116, 117.

Самостоятельно изучить:

- Модели проективной плоскости и проективного пространства.
- Аналитическое выражение проективных преобразований.

Тема 4. Прямая в проективном пространстве.

Решить следующие задачи из сборника задач [5]:
№№ 99,100,101,102,103,104,105,106,107,108,109,110.

Самостоятельно изучить:

- Теоремы Дезарга и следствия из нее.

Тема 5. Сложное отношение точек.

Решить следующие задачи из сборника задач [5]:

№№ 24,25,28,30,35,37.

Самостоятельно изучить:

- Сложное отношение пучка прямых.

Тема 6. Задачи на построение.

Решить следующие задачи из сборника задач [5]:

446,450,453,456,458,457,461,463

Самостоятельно изучить:

- Метод параллельного переноса в евклидовом пространстве.
- Полный четырехвершинник и задачи на построение.

Пятый семестр.

Тема 1. Линии в евклидовом пространстве. Решить следующие задачи из сборника задач [6] №№ 543, 544, 547, 548,549, 560, 595, 596, 598, 605.

Тема 2. Кривизна и кручение линии. Решить следующие задачи из сборника задач [6] №№ 632, 633, 638, 640

Тема 3. Поверхности в евклидовом пространстве. Решить следующие задачи из сборника задач [6] №№ 561, 564, 565, 566

Тема 4. Первая квадратичная форма поверхности. Решить следующие задачи из сборника задач [6] №№ 688, 689, 693, 694, 695, 697, 710.

Тема 5. Вторая квадратичная форма поверхности. Решить следующие задачи из сборника задач [6] №№ 714,716, 718,724.

Тема 6. Главные кривизны и главные направления. Решить следующие задачи из сборника задач [6] №№ 740, 741, 742, 744,753.

8.3. Вопросы для самопроверки

Первый семестр

1. Сложение векторов и его свойства.
2. Умножение вектора на число и его свойства.
3. Линейная зависимость и независимость векторов.
4. Координаты вектора относительно данного базиса. Операции над векторами, заданными своими координатами.
5. Аффинная система координат на плоскости. Деление отрезка в данном отношении.
6. Прямоугольная система координат. Расстояние между двумя точками. Правая и левая системы координат.
7. Полярные координаты на плоскости.

8. Преобразование аффинной системы координат на плоскости.
9. Преобразование прямоугольной системы координат на плоскости.
10. Определение скалярного произведения векторов и его свойства.
11. Вычисление скалярного произведения. Длина вектора. Угол между векторами. Ортогональные векторы.
12. Канонические и параметрические уравнения прямой.
13. Общее уравнение прямой. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Взаимное расположение двух прямых.
14. Расстояние от точки до прямой. Угол между двумя прямыми.
15. Каноническое уравнение эллипса. Свойства эллипса.
16. Каноническое уравнение гиперболы. Свойства гиперболы.
17. Каноническое уравнение параболы. Свойства параболы.
18. Директориальное свойство линий второго порядка.
19. Уравнение эллипса, гиперболы и параболы в полярных координатах.
20. Канонические уравнения поверхностей второго порядка.

Третий семестр

1. Преобразование декартовых координат в пространстве.
2. Формулы преобразований для координат.
3. Свойства движения плоскости.
4. Свойства преобразования подобия.
5. Свойства преобразования гомотетии.
6. Проективные реперы.
7. Трехвершинник и его свойства.
8. Преобразования координат в проективном пространстве.
9. Понятие о четырехвершиннике.
10. Сложное отношение четырех точек
11. Построение с помощью циркуля и линейки.
12. Сложности пятого постулата Евклида.
13. Основные положения геометрии Лобачевского.

Пятый семестр

1. Параметрическое задание линии.
2. Обыкновенные и особые точки кривой.
3. Простая линия.
4. Внутренние и граничные точки кривой.
5. Направляющий вектор касательной.
6. Уравнение касательной к гладкой кривой в заданной точке.
7. Формула для вычисления длины кривой.
8. Естественная параметризация кривой.
9. Главная нормаль кривой в точке. Бинормаль.
10. Кривизна и радиус кривизны кривой.
11. Кручение кривой. Формула вычисления кручения кривой в натуральной параметризации.
12. Формулы Френе.
13. Параметрическое задание поверхности.
14. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
15. Криволинейные координаты поверхности.
16. Длина дуги линии на поверхности.

17. Площадь области на поверхности.
18. Нормальная кривизна кривой на поверхности.
19. Индикатриса Дюпена. Классификация точек поверхности.
20. Главные направления на поверхности.

8.4. Примеры тестов:

Первый семестр.

1. На осях координат отложены от начала координат отрезки, соответственно равные 1, 2 и 3; концы этих отрезков соединены прямыми. Определить площадь полученного таким образом треугольника.

- A) $7/2$
- B) $7/3$
- C) $7/4$

2. При каких значениях a три прямые $x+2y+3=0$, $x-y-3=0$, $x-ay-13=0$ имеют общую точку?

- A) -5
- B) 8
- C) -6

3. Найти центр сечения эллипсоида $x^2+2y^2+4z^2=10$ плоскостью $x+y+2z=5$.

- A) $(1; 1; 3/2)$
- B) $(1; 1; 1)$
- C) $(1; -1; -3/2)$

4. Даны вершины треугольника $A(-2; -1)$, $B(4; -5)$ и $C(0; 2)$. Составить уравнения биссектрис его внутреннего и внешнего углов при вершине A .

- A) $x-5y-3=0$; $5x+y+11=0$
- B) $x-5y+3=0$; $5x+y-11=0$
- C) $x-5y-5=0$; $5x+y+15=0$

5. Найти точку Q , симметричную точке $P(-2; -9)$ относительно прямой $2x+5y-38=0$.

- A) $(10; 21)$
- B) $(21; 10)$
- C) $(11; 21)$

6. Уравнение прямой, проходящей через данную точку, с данным угловым коэффициентом имеет вид:

A) $y - y_1 = \frac{-1}{k}(x - x_1)$

B) $x - x_1 = k(y - y_1)$

C) $y - y_1 = k(x - x_1)$

7. Каноническое уравнение эллипса имеет вид:

А) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

В) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 0$

С) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

Третий семестр

1. Найдите уравнение образа прямой $x-1=0$ при параллельном переносе вектора $\mathbf{a}\{1;0\}$:
 - а) $2x-y=0$
 - б) $x-2=0$
 - в) $x+y-6=0$
2. Найдите уравнения осей симметрии прямых $4x-3y-1=0$ и $4x-3y-5=0$
 - а) $3x+y-7=0$
 - б) $4x-3y-3=0$
 - в) $4y-1=0$
3. Найдите координаты центра гомотетии, если известен ее коэффициент равен -3 и дано, что точка $A(6;1)$ преобразуется в точку $B(-14;5)$:
 - а) $(1;2)$
 - б) $(9;-3)$
 - в) $(0;-2)$
4. Определите аналитические выражения гомотетии, при которой прямая $2x-y-1=0$ преобразуется в прямую $2x-y-3=0$, а прямая $x+y=0$ - в инвариантную прямую $x+y=0$, если коэффициент гомотетии равен 3 :
 - а) $x'=3x; y'=3y$
 - б) $x'=-2x+1; y'=-2y-4$
 - в) $x'=-3x-4; y'=-3y+12$
5. Найти коэффициент гомотетии, при которой точка $A(1;-3)$ преобразуется в точку $B(2;-6)$, а прямая $x-3y+4=0$ в прямую $x-3y+8=0$:
 - а) $k=1/2$
 - б) $k=-3$
 - в) $k=2$
6. Укажите, в каких из представленных троек точки проективной плоскости лежат на одной прямой:
 - а) $B(1:1:3), B'(1:0:1), B''(2:1:4)$
 - б) $C(1:0:-2), C'(1:1:3), C''(2:1:1)$
 - в) $D(1:1:1), D'(0:-1:2), D''(-1:1:1)$

Пятый семестр.

1. Кривая задана уравнением $(x^2+y^2)x-2y^2=0$. Уравнение нормали в точке (1,1) имеет вид: А) $4x-2y=2$; В) $2x+4y-6=0$; С) $4x+2y=6$

2. Кривая задана уравнением $(x^2+y^2)x-2y^2=0$. Уравнение касательной в точке (1,1) имеет вид: А) $4x-2y=2$; В) $2x+4y-6=0$; С) $4x+2y=6$

3. Кривизна кривой, заданной уравнением $x^2+y^2=4x$, в точке (0,0) равна: А) 0; В) 2; С) 1/2.

4. Радиус кривизны кривой, заданной уравнением $x^2+y^2=4x$, в точке (0,0) равна: А) 0; В) 2; С) 1/2.

8.5. Перечень вопросов для промежуточной аттестации (экзамен, зачет):

Первый семестр (экзамен).

1. Понятие свободного вектора.
2. Линейные операции над векторами и их свойства.
3. Линейная зависимость векторов. Теоремы о линейной зависимости системы векторов
4. Линейные комбинации двух и трех векторов.
5. Понятие базиса. Аффинные координаты. (*Определение и свойства*).
6. Понятие о векторном и аффинном пространствах. (*Определения, размерности, аффинный репер*).
7. Декартова прямоугольная система координат как частный случай аффинной системы координат. (*Декартов прямоугольный базис, декартовы прямоугольные координаты, направляющие косинусы, ориентация осей системы прямоугольных координат. Деление отрезка в данном отношении, расстояние между точками*).
8. Полярная система координат. Цилиндрические и сферические координаты.
9. Определение и свойства скалярного произведения векторов. (*Скалярное произведение и ортогональность векторов. Выражение скалярного произведения в координатах*).
10. Определение и свойства векторного произведения векторов. Определение и свойства смешанного произведения векторов. (*Смешанное произведение и компланарность векторов. Выражение смешанного произведения в координатах*.)
11. Преобразование декартовых прямоугольных координат на плоскости.
12. Преобразование декартовых прямоугольных координат в пространстве.
13. Уравнение линии на плоскости (*Понятие об уравнении линии. параметрическое представление линии, классификация плоских линий, о пересечении двух линий*).
14. Уравнение поверхности и уравнение линии в пространстве. (*Понятие об уравнении поверхности, уравнения линии в пространстве, параметрические уравнения линии и поверхности в пространстве, классификация поверхностей*).
15. Общее уравнение прямой на плоскости и его исследование.
16. Каноническое уравнение прямой. Параметрические уравнения прямой. Прямая с угловым коэффициентом.
17. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
18. Нормированное уравнение прямой. Отклонение точки от прямой.

19. Общее уравнение плоскости и его исследование. Неполные уравнения плоскости. Уравнение плоскости в отрезках.
20. Угол между двумя плоскостями. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей.
21. Геометрические свойства линий второго порядка. (*Эллипс. Вывод канонического уравнения*)
22. Исследование формы эллипса. Эксцентриситет эллипса.
23. Гипербола. (*Определение, вывод канонического уравнения*).
24. Исследование формы гиперболы. Эксцентриситет гиперболы.
25. Парабола. Каноническое уравнение. Исследование формы параболы.
26. Полярное уравнение эллипса, гиперболы, параболы.
27. Поверхности второго порядка. Эллипсоид и гиперболоиды. (*Канонические уравнения, изучение формы поверхностей*).
28. Конус второго порядка. Параболоиды. (*Канонические уравнения, геометрические особенности поверхностей*)
29. Цилиндры второго порядка. (*Канонические уравнения, геометрические особенности поверхностей*)

Третий семестр (экзамен)

1. Формулы преобразование координат на плоскости. Случай параллельного переноса базисных векторов системы.
2. Формулы преобразование координат на плоскости. Случай поворота базисных векторов системы вокруг точки начала координат.
3. Движение, как преобразование плоскости.
4. Теорема об ортонормированном репере и преобразовании движения.
5. Свойства движения плоскости.
6. Два рода движения.
7. Классификация движений первого рода.
8. Классификация движений второго рода.
9. Гомотетия как пример преобразования подобия.
10. Простейшие свойства гомотетии.
11. Классификация преобразований подобия первого рода.
12. Классификация преобразований подобия второго рода.
13. Понятие проективной геометрии; простейшие виды проектирования.
14. Понятие несобственной точки, расширенной прямой и плоскости.
15. Понятие проективного репера. Система векторов, согласованная относительно репера.
16. Координаты точек на проективной плоскости.
17. Координаты точек на проективной прямой и теорема о координатах проекции точки на координатную прямую.
18. Преобразование координат точек на проективной плоскости.
19. Уравнение прямой на проективной плоскости.
20. Принцип двойственности.
21. Понятие трехвершинника. Теорема Дезарга.
22. Сложное отношение четырех точек.
23. Свойства сложного отношения четырех точек.
24. Система аксиом Гильберта. Аксиомы принадлежности.
25. Система аксиом Гильберта. Аксиомы порядка.
26. Система аксиом Гильберта. Аксиомы конгруэнтности.
27. Система аксиом Гильберта. Аксиомы непрерывности.

28. Система аксиом Гильберта. Аксиома параллельности.
29. Аксиома Лобачевского, определение параллельных прямых.
30. Признак параллельности прямых в геометрии Лобачевского.
31. Особенности свойств треугольника в геометрии Лобачевского.
32. Четырехугольник на плоскости Лобачевского.

Пятый семестр (Экзамен).

1. Понятие линии. Гладкая кривая, способы задания.
2. Касательная к гладкой кривой.
3. Длина кривой. Естественная параметризация.
4. Кривизна кривой, заданной в естественной параметризации.
5. Канонический репер кривой.
6. Кручение кривой. Формулы Френе.
7. Вычисление кривизны и кручения в произвольной параметризации.
8. Винтовая линия. Вычисление кривизны и кручения.
9. Понятие поверхности. Гладкие поверхности. Криволинейные координаты точек поверхности.
10. Касательная плоскость и нормаль.
11. Первая квадратичная форма поверхности.
12. Длина дуги линии на поверхности. Угол между линиями на поверхности. Площадь области на поверхности.
13. Вторая квадратичная форма. Кривизна линии на поверхности.
14. Нормальная кривизна кривой на поверхности.
15. Уравнение индикатрисы Дюпена. Классификация точек поверхности.
16. Главные кривизны поверхности. Полная и средняя кривизна поверхности.
17. Главные направления на поверхности. Полная кривизна и тип точек.
18. Поверхности постоянной кривизны.
19. Понятие внутренней геометрии поверхности. Деривационные формулы подвижного репера. Символы Кристоффеля второго рода.
20. Теорема Гаусса. Геодезическая кривизна линии на поверхности.
21. Изометрические поверхности. Изгибание поверхности.
22. Геодезические линии и их свойства.
23. Дефект геодезического треугольника.
24. Метрические и топологические пространства. Основные определения.
25. Внутренность, замыкание и граница множества топологического пространства.
26. Непрерывные отображения и гомеоморфизмы.
27. Отделимость. Компактность. Связность.
28. Определение топологического многообразия. Примеры многообразий.

8.6. Темы для написания курсовых работ. – Не предусмотрено учебным планом.

8.7. Формы контроля самостоятельной работы:

Проверка индивидуальных заданий, контрольный опрос (на коллоквиумах устный или письменный), выполнение контрольных работ.

Рабочая программа учебной дисциплины составлена в соответствии с учебным планом, федеральным государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования по направлению подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование.

Рабочую программу учебной дисциплины составили:

к.ф.-м. н., доцент кафедры теоретической физики



Т.С. Бороненко,

к.ф.-м. н., доцент кафедры теоретической физики



Т.Г. Митрофанова,

д.ф.-м. н., профессор кафедры теоретической физики



В.А. Крыхтин

Рабочая программа учебной дисциплины утверждена на заседании кафедры теоретической физики, протокол № 7 от « 31 » августа 2015 г.

Заведующий кафедрой теоретической физики



И.Л. Бухбиндер

Рабочая программа учебной дисциплины одобрена УМК физико-математического факультета ТГПУ, протокол № 1 от « 31 » августа 2015 г.

Председатель УМК физико-математического факультета



З.А.Скрипко