МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Томский государственный педагогический университет»
(ТГПУ)

«УТВЕРЖДАЮ»
Декан физико-математического факультета
____________ Е.Г. Пьяных
«____» ____________ 2015 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б.3.В.23 «ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ»

ТРУДОЕМКОСТЬ (В ЗАЧЕТНЫХ ЕДИНИЦАХ) – 3

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование

Профили: Математика и Информатика

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

1. Цели изучения дисциплины

- Формирование общекультурных и профессиональных компетенций студентов, обучающихся по направлению «Педагогическое образование» на основе изучения дисциплины «Численные методы».
- Формирование у студентов в систематизированной форме понятия о численных методах решения прикладных задач, источниках ошибок и методах оценки точности результата.
- Формирование представлений о важности изучения численные методы для осуществления будущей профессиональной деятельности;

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы бакалавриата

Вычислительная математика - это раздел математики, включающий круг вопросов, связанных с использованием ЭВМ. В более узком понимании вычислительная математика - теория численных методов и алгоритмов решения типовых математических задач, возникающих при исследованиях математических моделей. Программа предназначена для построения курса лекционных и лабораторных занятий для подготовки бакалавров направлению 44.03.05 – ПО. Профиль – Математика и Информатика. В программу входят следующие темы дисциплины: теория погрешностей, методы решения нелинейных уравнений, методы решения систем уравнений, численная интерполяция, методы наилучшего приближения, численное дифференцирование и интегрирование, численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и дифференциальных уравнений в частных производных, метод Монте-Карло.

Задача курса – познакомить студентов с основными численными методами, продемонстрировать обоснование существования решений прикладных задач на базе математических знаний студентов.

Курс «Численные методы» относится к профессиональному циклу дисциплин и входит в состав его вариативной части. Преподавание курса «Численные методы» рассчитано на один семестр. Его изучение опирается на знания по элементарной математике и информатики. Для освоения этого предмета требуются предварительные знания по таким дисциплинам, как «Алгебра», «Математический анализ», «Информатика». Данный курс является предшествующим для следующих дисциплин основной образовательной программы бакалавриата: «Теоретические основы информатики», «Компьютерное моделирование», «Методы математической физики» и для ряда специальных курсов.

3. Требования к уровню освоения программы.

Дисциплина «Численные методы» вносит вклад в формирование следующих компетенций, требуемых ФГОС ВПО по направлению подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование»: ОК-1, ОК-4, ОК-6, ОК-8, ОК-9, ОПК-3.

В результате изучения курса студент должен овладеть математической культурой, соответствующей уровню подготовки современного учителя информатики и математики. Студент должен

знать:

- методы решения не сами по себе, а в связи с использованием компьютера;
- алгоритм используемого для решения метода;
- математический аппарат рассматриваемого метода;

- типизацию задач и различные методы их решения;
- строение дисциплины «Численные методы» и связь между отдельными ее разделами;

уметь:
применять теоретический материал к решению вычислительных задач;
обосновывать выбор численного метода при решении задач;
решать типовые задачи в указанной предметной области;
составлять элементарные программы для решения математических и физических задач с помощью изученных методов;
оценивать точность результата;
составлять программу на одном из конкретных языков программирования;
применять полученные знания по курсу «Численные методы» при изучении других математических дисциплин, а также в школьном курсе информатики.

владеть:

терминологией предметной области дисциплины «Численные методы».

4. Общая трудоемкость дисциплины «Численные методы» _3_ зачетных единиц **и виды учебной работы**

Вид учебной работы	Трудоемкость (в соответствии с учебным планом) (час)	Распределение по семестрам (час)
	Всего 108	6
Аудиторные занятия	48	48
Лекции	16	16
Практические занятия		
Семинары		
Лабораторные работы	32	32
Другие виды аудиторных работ (занятия в интерактивной форме – 30% от ауд. часов)	12	12
Другие виды работ		
Самостоятельная работа	60	60
Курсовой проект (работа)		
Расчетно-графические работы		
Реферат		
Расчетно-графические работы		
Формы текущего контроля		
Формы промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом		зачет

5 Содержание учебной дисциплины

5.1. Разделы учебной дисциплины

№ п/п	Раздел дисциплины	Аудиторные занятия				Самостоятельная работа
		Всего	Лекции	Лабораторные занятия	Занятия в интерактивной. форме	
	Шестой семестр	48	16	32	12	60
1	Введение	1	1			6
2	Теория погрешностей				2	6
3	Решение нелинейных уравнений.	2		2	2	5
4	Интерполяция	6	2	4		6
5	Численное дифференцирование и интегрирование.	6	2	4		5
6	Вычислительные методы алгебры.	4	2	2		6
7	Методы наилучшего приближения	6	2	4	2	5
8	Обработка экспериментальных данных	2		2	2	5
9	Метод Монте-Карло	6	2	4		5
10	Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений	9	3	6	2	5
11	Методы решения дифференциальных уравнений в частных производных	6	2	4	2	6
	Итого:	Час/зач. ед 48/1.3	16	32	Час / % 12/ 33	60

5.2. Содержание разделов дисциплины

1. Введение. Вычислительная математика. Основные разделы вычислительной математики. История развития прикладной математики. Математические модели.
2. **Теория погрешностей.** Структура полной погрешности решения задачи. Приближенные числа, погрешности результатов основных арифметических действий. Связь между числом верных знаков и погрешностью числа. Общая формула для погрешности.
3. Решение нелинейных уравнений. Способы отделения корней (аналитический, графический, машинный). Метод деления пополам. Итерационные методы. Обоснование сходимости итерационного процесса, оценка точности. Метод хорд, метод Ньютона, комбинированный метод.
4. Интерполяция. Интерполяционный многочлен Лагранжа и его погрешность. Конечные разности и их свойства. Интерполяционные многочлены Ньютона. Обратное интерполирование. Многочлены Чебышева.
5. Численное дифференцирование и интегрирование. Формулы численного дифференцирования. Квадратурные формулы Ньютона - Котеса. Формула трапеций. Формула Симпсона. Квадратурные формулы Чебышева и Гаусса.
6. Вычислительные методы алгебры. Решение систем линейных уравнений. Прямые и итерационные методы (метод Гаусса, метод главных элементов, метод простой итерации).

Обращение матрицы. Нахождение собственных значений и векторов матрицы. Понятие о методе Ньютона решения систем нелинейных уравнений.
7. Методы наилучшего приближения. Метод наименьших квадратов. Линейное аппроксимирование. Нахождение приближающей функции в виде степенной, показательной дробно - рациональной.
8. Обработка экспериментальных данных. Метод статистической обработки опытных данных.
9. Метод Монте-Карло. Идея метода Монте-Карло. Вычисление площади произвольной фигуры. Вычисление интегралов методом Монте-Карло. Решение систем уравнений методом Монте-Карло.
10. Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Решение дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов. Метод Пикара. Понятие устойчивости. Пример плохой обусловленности. Задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Эйлера. Метод Рунге-Кутта. Многошаговые методы.
11. Методы решения дифференциальных уравнений в частных производных. Метод конечных разностей – метод сеток. Погрешность аппроксимации. Явные и неявные разностные схемы. Разностные схемы для уравнений параболического, эллиптического и гиперболического типов.

5.3 Лабораторный практикум.

1. Основы теории погрешностей.
2. Отделение корней уравнения (аналитический, графический и машинный методы).
3. Метод половинного деления. Метод хорд. Комбинированный метод.
4. Формула Лагранжа и её погрешность.
5. Вычисление таблицы конечных разностей. Первая и вторая формулы Ньютона.
6. Обобщенные формулы трапеций и Симпсона.
7. Квадратурная формула Гаусса.
8. Решение системы методом Гаусса с выбором главных элементов.
9. Приведение системы к нормальному виду и решение её методом итераций.
10. Линейное аппроксимирование по методу наименьших квадратов.
11. Метод наименьших квадратов (аппроксимирование в виде степенной, показательной дробно – рациональной функциями).
12. Метод статистической обработки опытных данных.
13. Вычисление π и площади произвольной фигуры методом Монте-Карло.
14. Вычисление интегралов методом Монте-Карло.
15. Приближенные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений: с помощью степенных рядов, методом Пикара.
16. Приближенные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений: с помощью степенных рядов, методом Пикара.
17. Приближенные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений: с помощью степенных рядов, методом Тейлора
18. Численные методы. Метод Эйлера.
19. Первая модификация метода Эйлера.
20. Вторая модификация метода Эйлера.

6. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

6.1. Основная литература по дисциплине:

1. Разина, Г.К. Численные методы: методические указания/ Г.К. Разина; Федеральное агентство по образованию, ГОУ ВПО ГПУ.- Томск: издательство ТГПУ. Ч. 1.,-2006.-43 с.: ил.
2. Разина, Г.К. Численные методы: методические указания/ Г.К. Разина; Федеральное агентство по образованию, ГОУ ВПО ГПУ.- Томск: издательство ТГПУ. Ч. 2.,-2007.-34 с.: ил.
3. Разина, Г.К. Численные методы: методические указания/ Г.К. Разина; Федеральное агентство по образованию, ГОУ ВПО ГПУ.- Томск: издательство ТГПУ. Ч. 3.,-2007.-38 с.: ил.
4. Разина, Г.К. Численные методы: методические указания/ Г.К. Разина; Федеральное агентство по образованию, ГОУ ВПО ГПУ.- Томск: издательство ТГПУ. Ч. 4.,-2009.-32 с.: ил.
5. Разина, Г.К. Численные методы: методические указания/ Г.К. Разина; Министерство образования и науки РФ, ТГПУ.- Томск: издательство ТГПУ. Ч. 5.,-2011.-36 с.: ил.

6.2. Дополнительная литература:

1. Бахвалов Н.С. Численные методы [Текст]: учебное пособие для вузов / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков; МГУ.-5-е изд.- М.: Бином. Лаборатория знаний, 2007.-636 с. - (Классический университетский учебник)
2. Разина, Г.К. Интерполирование: [методическое пособие для выполнения лабораторных работ]/ Г.К. Разина.- Томск: издательство ТГПУ, 2001.-27 с.
3. Разина, Г.К. Методы обработки опытных данных: [Методическое пособие для выполнения лабораторных работ]/ Г.К. Разина.- Томск: издательство ТГПУ, 2002.-27 с
4. Разина, Г.К. Численное интегрирование: методические указания/ Г.К. Разина; ТГПУ.-Томск: издательство ТГПУ, 2003.-27 с.

6.3 Средства обеспечения освоения дисциплины.

Рекомендуемая литература и учебно-методические пособия по предмету. Вся основная литература, указанная в пункте 6.1 имеется в достаточном количестве в библиотеке ТГПУ.

В процессе реализации курса полезно воспользоваться информацией Интернет.

Интернет-источники:

http://www.knigafund.ru/ --электронная библиотечная система КнигаФонд

http://e.lanbook.com/-- электронная библиотечная система Лань

http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/student/an/examples.asp

6.4. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Все практические занятия проводятся в компьютерных классах.

№п/п	Наименование раздела (темы) учебной дисциплины	Наименование материалов обучения, пакетов программного обеспечения	Наименование технических и аудиовизуальных средств, используемых с целью демонстрации материалов
1	Итерационные методы		Компьютерный

		«PASCAL»	класс, интерактивная доска, проектор
2	Интерполяционный многочлен Лагранжа		
3	Интерполяционные многочлены Ньютона.		
4	Решение систем линейных уравнений		
5	Вычисление интегралов методом Монте-Карло	Наличие пакета «PASCAL»	Компьютерный класс
6	Метод Эйлера	Наличие пакета «PASCAL»	Компьютерный класс

7. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины.

7.1. Методические рекомендации для преподавателей по организации и выполнению самостоятельной работы:

Преподаватель должен ориентировать студентов на то, чтобы они учились оценивать полученные результаты. Ему необходимо обращать особое внимание на то, как студенты записывают результаты в тетрадь с монитора компьютера. Они должны записывать только верные цифры. Для этого следует преподавателю объяснять студентам о необходимости осмыслить результат, убедиться, что задача решена правильно. Он должен обратить внимание студентов на то, что при компиляции программы на языке Паскаль, выдаются сообщения о синтаксических ошибках в тексте программы, запуск программы на вычисление невозможен без исправления этих ошибок. Поэтому после прохождения компиляции у студентов может возникнуть иллюзия, что всё вычисляется верно, но это не всегда так. Преподаватель должен предложить студентам самостоятельно дополнить программу или выполнить какие-то действия с тем, чтобы они убедились, что программа выдаёт правильный результат. В каждом конкретном методе будут даны указания, что нужно делать для контроля результата.

1. **Введение.** Преподаватель должен обратить внимание студентов на значение метода математического моделирования при изучении реальных явлений.

2. **Теория погрешностей.** Теория погрешностей вынесена полностью на самостоятельное изучение студентами. Преподаватель должен проверить, как студенты усвоили основные понятия теории погрешностей. Особое внимание обратить на понятия предельной абсолютной погрешности и предельной относительной погрешности.

3. **Решение нелинейных уравнений.** Преподаватель должен обратить внимание студентов на то, что методы отделения корней не являются универсальными, они зависят от вида уравнения и студенты должны их выбирать самостоятельно и уметь обосновать свой выбор. Итерационные методы решения уравнения преподаватель должен излагать в общем виде, а затем рассматривать частные случаи. Такой подход в изложении даёт возможность студентам создать свой итерационный метод. Преподаватель должен предложить студентам решить уравнение разными методами и сравнить результаты по скорости сходимости. Для контроля вычислений им необходимо выдавать не только значение корня, но и значение функции в нём, и сравнивать визуально это значение с заданной точностью. Так, если точность $\varepsilon = 10^{-3}$, то значение функции в корне должно быть меньше этой величины. Дополнительно по этой теме студентам может быть предложено, рассмотреть геометрическую интерпретацию итерационных методов.

4. **Интерполяция.** Для определения погрешности формулы Лагранжа преподаватель должен предложить студентам выбор – решить её аналитически или с помощью вычислений на компьютере. Он должен объяснить студентам, что результат можно записать только тогда, когда будет определена погрешность. Для контроля вычислений необходимо проверить значения интерполяционного многочлена в узловых точках, они должны точно совпадать со

значениями исходной функции в узлах, и только после этого студент может использовать интерполяционный многочлен для произвольных точек. Для решения задачи обратного интерполирования в случае, когда исходная функция заменена 1 или 2 формулами Ньютона, необходимо использовать итерационный метод решения уравнения.

5. Численное дифференцирование и интегрирование. При изучении численного дифференцирования обратить внимание студентов на то, что данная задача является некорректной. При изучении численного интегрирования обратить внимание студентов, что вывод квадратурных формул изложен в общем виде, для произвольного n (формулы Ньютона-Котеса, Чебышева, Гаусса), а затем приведены их частные случаи. Узлы в формулах Гаусса и Чебышева не равноотстоящие. Студенты должны вычислить интеграл по разным квадратурным формулам, выполнить, так называемый вычислительный эксперимент, и определить, какая из формул более точная при равных условиях. Дополнительно студенты могут научиться вычислять коэффициенты Котеса при различных значениях n.

6. Вычислительные методы алгебры. При решении систем линейных алгебраических уравнений, число неизвестных n может достигать нескольких десятков, сотен и даже тысяч. Преподавателю следует обратить внимание студентов на то, что необходимо учитывать не только время, требуемое для проведения большого количества арифметических операций в каком – либо методе, но и на то, что происходит накопление ошибок округления, появляющихся в результате большого числа операций - это является очень серьёзной проблемой. Обратить внимание студентов на то, что математическое изложение метода главных элементов достаточно простое, но реализация этого метода на алгоритмическом языке для компьютера весьма сложная задача. Поэтому, чтобы уменьшить вычислительную погрешность им, необходимо использовать метод Гаусса с выбором главных элементов.

Дополнительно при вычислении обратной матрицы, студенты должны уметь расписать компактную формулу $\sum_{k=1}^{n} a_{ik} x_{kj} = \delta_{ij}, \quad i, j = 1,2,\ldots,n.$ в развёрнутом виде. Таким образом, они представят общий объём вычислений - это решение n систем уравнений, относительно n^2 неизвестных $x_{i,j}$.

В методах решения систем нелинейных уравнений студенты должны уметь записывать матрицу Якоби системы n функций относительно n переменных. Они должны понимать, что для нахождения очередного приближения необходимо на каждом шаге вычислять обратную матрицу.

7. Методы наилучшего приближения. Преподаватель должен обратить внимание студентов на отличие приближения функции по методу наименьших квадратов от приближения функции методом интерполирования. Преподаватель предлагает студентам таблично заданную функцию приближать различными аналитическими функциями. Они должны самостоятельно сделать вывод, какая функция лучше приближает данную таблицу. Дополнительно студенты могут выполнить самостоятельно аппроксимирование по методу наименьших квадратов логарифмической и гиперболической функциями.

8. Обработка экспериментальных данных. В методе статистической обработки опытных данных преподаватель должен объяснить студентам цель статистической обработки. Обратить их внимание на то, что величины D, S, C эта одна и та же характеристика случайной величины, отличаются только единицами измерения.

9. Метод Монте-Карло. Преподаватель должен обратить внимание студентов на математическое обоснование метода Монте-Карло, определить сходимость последовательности по вероятности и объяснить отличие детерминированного метода от недетерминированного метода. Важно понимать то, что для решения одной и той же конкретной задачи схема применения метода может быть существенно различной. Он должны обратить внимание студентов на то, как меняется классический алгоритм вычисления кратных интегралов с увеличением кратности и, что происходит в этой ситуации с методом Монте-Карло.

10. Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Преподаватель должен обратить внимание студентов на отличие приближенных методов от численных методов, на условия применения этих методов и на то, в каком виде они дают решение. Сформулировать им необходимые условия применения численного метода, чтобы задача была хорошо обусловлена или устойчива.
11. Методы решения дифференциальных уравнений в частных производных. Преподаватель должен объяснить, что в основе методов лежит сведение дифференциальной задачи к системе линейных алгебраических уравнений. В случае явной разностной схемы на самом деле получается рекуррентное соотношение, которое выражает значения искомого решения на последующем слое через значения на предыдущем слое.

7.2. Методические указания для студентов по организации и выполнению самостоятельной работы:

По курсу «Численные методы» студенты должны прослушать лекции, самостоятельно проработать теоретические вопросы и выполнить лабораторные работы, которые проходят в компьютерных классах. По данному курсу опубликовано семь методических разработок, в которых кроме изложения теории, рассмотрены примеры и приведены программы на языке Паскаль. Каждая тема заканчивается контрольными вопросами, с помощью их студент самостоятельно может проверить глубину усвоения соответствующей темы. Так как отдельные темы полностью вынесены на самостоятельное изучение, то наличие таких методических разработок, даёт студентам возможность, изучить, соответствующие темы, не обращаясь к другим источникам.

Для получения допуска к экзамену, студентам необходимо выполнить индивидуальные задания и пройти устный опрос теории по темам лабораторных занятий.

Студенты должны обращать особое внимание на точность того или иного метода, а так же на область его применения. При записи результата они должны записывать только верные цифры. Для этого им необходимо осмыслить результат, убедиться, что задача решена правильно. При компиляции программы на языке Паскаль, выдаются сообщения о синтаксических ошибках в тексте программы, запуск программы на вычисление невозможен без исправления этих ошибок. Поэтому после прохождения компиляции у студентов возникает иллюзия, что всё вычисляется верно, но это не всегда так. Они должны сами дополнить программу или выполнить какие-то действия с тем, чтобы убедиться, что программа выдаёт правильный результат.
2. Теория погрешностей. Теория погрешностей вынесена полностью на самостоятельное изучение студентами. В этой теме они должны обратить внимание на источники и классификации погрешностей, а так же на понятие – верная цифра и связь количества верных цифр с относительной погрешностью числа. Дополнительно к основным вопросам студенты могут рассмотреть, что происходит с погрешностью при умножении приближенного числа на точный множитель, а так же какая проблема возникает при вычитании близких чисел и каким образом можно решить эту проблему.
3. Решение нелинейных уравнений. При изучении методов решения уравнений с одним неизвестным студенты должны обратить внимание на то, что не только большинство трансцендентных уравнений не имеют формулы решений, но и алгебраические уравнения степень, которых выше четырёх. Они должны обратить особое внимание на то, что методы отделения корней не являются универсальными, зависят от вида уравнения. Студенты должны их выбирать самостоятельно и уметь обосновать свой выбор. Изложение итерационных методов решения уравнения выполнено в общем случае, затем рассмотрены частные случаи. Такой подход в изложении даёт возможность студентам создать свой итерационный метод. Студенты должны уметь выбирать начальное приближение в каждом методе, обосновывать этот выбор и определять условие, которое является критерием для достижения заданной точности. Студенты самостоятельно должны дополнить приведенную в методической разработке программу так, чтобы она выдавала количество итераций для

достижения заданной точности. Студенты решают уравнение разными методами, сравнивают количество итераций. Это позволит им сделать вывод о скорости сходимости того или иного метода. Дополнительно по этой теме студенты могут рассмотреть геометрическую интерпретацию итерационных методов.

4. Интерполяция. Формула погрешности интерполирования содержит производную (n+1) порядка от исходной функции. Студенты должны найти эту производную и определить её максимальное значение на заданном интервале. При решении этой задачи у них есть выбор – решить её аналитически или с помощью вычислений на компьютере. Он должны понимать, что результат можно записать только тогда, когда будет определена погрешность. Студенты должны усвоить понятие обобщенной степени числа и уметь записывать I и I I формулы Ньютона через обобщенную степень. Для контроля вычислений студенту необходимо проверить значения интерполяционного многочлена в узловых точках, они должны точно совпадать со значениями исходной функции в узлах, и только после этого он может использовать интерполяционный многочлен для произвольных точек.

Дополнительно для более полного усвоения этой темы студенты должны уметь расписывать формулу Лагранжа в развёрнутом виде. Они должны уметь пользоваться рекуррентными формулами для нахождения многочленов Чебышева.

5. Численное дифференцирование и интегрирование. При изучении численного дифференцирования студент должен обратить внимание на то, что данная задача является некорректной. Решение этой задачи опирается на интерполирование, в котором мера близости приближающей функции – это совпадение в узлах с исходной функцией, что. ещё не гарантирует близости на этом отрезке их производных, т.е. малого расхождения угловых коэффициентов касательных к рассматриваемым кривым при одинаковых значениях аргумента.

При изучении численного интегрирования студенты должны научиться выводить квадратурные формулы для произвольного n (формулы Ньютона - Котеса, Чебышева, Гаусса), а затем рассмотреть их частные случаи.

Дополнительно в этой теме студенты должны научиться вычислять коэффициенты Котеса при различных значениях n.

6. Вычислительные методы алгебры. Методы решения алгебраических задач разделяются на прямые, итерационные и вероятностные. Студенты должны изучить три метода решения систем линейных алгебраических уравнений: метод главных элементов, метод итерации и метод Монте-Карло. Они должны решить одну и ту же систему разными методами и сравнить полученные результаты, оценить достоинства каждого метода.

Дополнительно при вычислении обратной матрицы, студенты должны уметь расписать компактную формулу $\sum_{k=1}^{n} a_{ik} x_{kj} = \delta_{ij}, \quad i, j = 1,2,\ldots,n.$ в развёрнутом виде. Таким образом, они представят общий объём вычислений - это решение n систем уравнений, относительно n^2 неизвестных $x_{i,j}$.

7. Методы наилучшего приближения. Студенты должны знать, каким образом получается эмпирическая формула. Они должны обратить внимание на отличие приближения функции по методу наименьших квадратов от приближения функции методом интерполирования. Студенты должны знать, каким образом строится приближающая функция в виде различных элементарных функций. При выполнении лабораторной работы студенты таблично заданную функцию приближают различными аналитическими функциями. При сравнении результатов аппроксимирования определяющим является величина суммарной ошибки, по которой они должны самостоятельно сделать вывод - какая функция лучше приближает данную таблицу. Дополнительно студенты могут выполнить самостоятельно аппроксимирование по методу наименьших квадратов логарифмической и гиперболической функциями.

8. Обработка экспериментальных данных. В методе статистической обработки опытных данных студенты должны ясно представлять цель статистической обработки. Они должны уметь объяснить значение величин D, S, C. С какой целью эти величины введены, что характеризуют и в каких единицах измеряются по отношению к единицам измерения исходного массива.

9. Метод Монте-Карло. Студенты должны обратить внимание на математическое обоснование метода Монте-Карло. Они должны уметь объяснить сходимость последовательности по вероятности, чем отличается детерминированный алгоритм от недетерминированного метода. Студенты должны понимать, что для решения одной и той же конкретной задачи схема применения метода может быть различной. Они должны обратить внимание на то, как меняется классический алгоритм вычисления кратных интегралов с увеличением кратности и, что происходит в этой ситуации с методом Монте-Карло. Дополнительно студенты могут рассмотреть, в чем особенность решения системы линейных алгебраических уравнений методом Монте-Карло.

10. Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Студенты должны знать основные виды дифференциальных уравнений и методы их решения. Они должны представлять отличие приближенных методов от численных методов и то, в каком виде эти методы дают решение. Они должны знать условие, когда дифференциальное уравнение можно решить приближенным методом, когда численным методом. Студенты должны уметь объяснить, в чём основное преимущество многошаговых методов Адамса.

Дополнительно студенты могут рассмотреть геометрический смысл численных методов и сравнить их по точности результатов.

11. Методы решения дифференциальных уравнений в частных производных. Метод конечных разностей является универсальным методом решения дифференциальных уравнений. Студенты должны понимать что, в основе методов лежит сведение дифференциальной задачи к системе линейных алгебраических уравнений. Они должны знать, что такое погрешность аппроксимации, какая разностная схема является явной. В случае явной разностной схемы на самом деле получается рекуррентное соотношение, которое выражает значения искомого решения на последующем слое через значения на предыдущем слое. В случае неявной схемы студентам необходимо будет решать систему уравнений.

8. Формы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

8.1. Тематика рефератов. Не предусмотрено

8.2. Вопросы и задания по самостоятельной работе:

1. Определить полиномы Лежандра и их основные свойства.
2. Какая квадратурная формула является наиболее точной?
3. К какому типу методов - прямым или итерационным относится метод главных элементов?
4. Каким образом получается эмпирическая формула?
5. Чем отличается метод наименьших квадратов от метода интерполирования?
6. Каким образом строится приближающая функция в виде различных элементарных функций?
7. Цель статистической обработки.
8. Что значит детерминированный алгоритм?
9. На чем основан метод Монте-Карло?
10. Метод Монте-Карло для вычисления кратных интегралов.
11. Как меняется вычислительный алгоритм при изменении кратности интеграла для классических квадратурных формул и для метода Монте-Карло?
12. В чем особенность решения системы линейных алгебраических уравнений методом Монте-Карло?
13. Когда дифференциальное уравнение можно решить методом Пикара?
14. Когда дифференциальное уравнение можно решить численным методом?

8.3. Вопросы для самопроверки:

1. Какое соотношение связывает число верных знаков с погрешностью числа?
2. Какая проблема возникает при вычитании близких чисел?
3. Что происходит с погрешностью при умножении приближенного числа на точный множитель?
4. Каковы основные источники погрешностей?
5. Что значит отделить корни уравнения?
6. Когда можно отделить корни уравнения аналитическим методом, графическим методом и машинным методом?
7. Суть итерационного метода.
8. Какое условие является критерием для достижения заданной точности при решении уравнения комбинированным методом?
9. Постановка задачи интерполирования.
10. Почему приближают многочленами?
11. Интерполяционная формула Лагранжа имеет вид: $L_n(x) = \sum_{i=0}^{n} y_i \prod_{j=0, j\neq i}^{n} \frac{(x - x_j)}{(x_i - x_j)}$.

    Написать в развернутом виде два первых слагаемых суммы.
12. Как связана степень многочлена с количеством узлов интерполяции?
13. Свойства конечных разностей.
14. В чем заключается задача обратного интерполирования?
15. Как получаются формулы приближенного дифференцирования?
16. Задача численного дифференцирования является некорректной - что это означает?
17. Суть численного интегрирования.
18. Как получаются квадратурные формулы Ньютона - Котеса?
19. Каким образом находятся узлы в квадратурных формулах Гаусса?

8.4. Примеры тестов:

1 В структуру полной погрешности решения задачи не входит

а) неустранимая погрешность
б) погрешность метода
в) вычислительная погрешность
г) абсолютная погрешность (+)

2 Разность между точным числом А и его приближенным значением называется

а) абсолютной погрешностью
б) относительной погрешностью
в) истинной погрешностью(+)
г) неустранимой погрешностью

3 Абсолютная величина разности между точным числом А и его приближенным значением называется

а) истинной погрешностью
б) абсолютной погрешностью (+)
в) неустранимой погрешностью
г) относительной погрешностью

4 Отношение абсолютной погрешности числа А к модулю этого числа называется

а) абсолютной погрешностью
б) относительной погрешностью(+)
в) неустранимой погрешностью
г) истинной погрешностью

5 Определить верные цифры числа $A = 13{,}45372$, если $\Delta = 0{,}003$.

а) $A = 13{,}453$

б) $A = 13$

в) $A = 13{,}45$ (+)

г) $A = 13{,}454$

6 К методам отделения корней уравнения относятся

а) метод интерполирования Ньютона

б) метод итераций(+)

в) метод Гаусса

г) метод половинного деления(+)

7 Аналитический метод отделения корней применяется, если

а) возможно разбить функцию, определяющую уравнение на две известные

б) функция, определяющая уравнение, задана многочленом степени N

в) можно просто найти корни производной функции, определяющей уравнение(+)

г) если отрезок, заданный в условии задачи, делится пополам без остатка

8 Графический метод отделения корней применяется, если

а) возможно разбить функцию, определяющую уравнение на две известные(+)

б) функция, определяющая уравнение, задана многочленом степени N

в) можно просто найти корни производной функции, определяющей уравнение

г) если отрезок, заданный в условии задачи, делится пополам без остатка

9 Машинный метод отделения корней применяется, если

а) возможно разбить функцию, определяющую уравнение на две известные

б) функция, определяющая уравнение, задана многочленом степени N(+)

в) можно просто найти корни производной функции, определяющей уравнение

г) если отрезок, заданный в условии задачи, делится пополам без остатка

10 Метод последовательных приближений иначе называется

а) метод интерполирования Ньютона

б) метод Симпсона

в) метод итераций(+)

г) метод главных элементов

8.5. Перечень вопросов для промежуточной аттестации (зачет):

1. Способы отделения корней алгебраических и трансцендентных уравнений.
2. Итерационные методы решения нелинейных уравнений: метод хорд.
3. Итерационные методы решения нелинейных уравнений: метод Ньютона.
4. Итерационные методы решения нелинейных уравнений: комбинированный.
5. Интерполяционный многочлен Лагранжа и его погрешность.
6. Конечные разности различных порядков и их свойства.
7. Первая интерполяционные формулы Ньютона.
8. Вторая интерполяционные формулы Ньютона.
9. Численное интегрирование. Квадратурные формулы Ньютона - Котеса.
10. Формула трапеций и её погрешность.
11. Формула Симпсона и её погрешность.
12. Квадратурные формулы Гаусса.

13. Метод главных элементов для систем линейных алгебраических уравнений.
14. Метод итераций для систем линейных алгебраических уравнений.
15. Метод наименьших квадратов. Линейное аппроксимирование.
16. Нахождение приближающей функции по методу наименьших квадратов в виде степенной, показательной, дробно – рациональной функций.
17. Метод статистической обработки опытных данных. Основные понятия.
18. Метод Монте-Карло. Вычисление площади фигуры методом Монте-Карло.
19. Вычисление интегралов методом Монте-Карло.
20. Приближенные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений: разложение в степенной ряд, метод Пикара.
21. Приближенные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений: разложение в степенной ряд, метод Тейлора.
22. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Эйлера.
23. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Первая модификация метода Эйлера.
24. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Вторая модификация метода Эйлера.

Программа составлена в соответствии с ФГОС ВПО по направлению подготовки 44.03.05 - Педагогическое образование, профиль: математика и информатика.

Программу составила кандидат физ.- мат. наук.
доцент кафедры теоретической физики

Т.Г.Митрофанова

Программа дисциплины утверждена на заседании кафедры теоретической физики, протокол № 7 от 31 августа 2015 г

Заведующий кафедрой

И.Л. Бухбиндер

Программа дисциплины одобрена УМК физико-математического факультета ТГПУ, протокол № 1 от 31 августа 2015 г.

Председатель УМК физико-математического факультета

З.А.Скрипко