

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ТГПУ)



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

**Б.3.В.25 «ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ»**

ТРУДОЁМКОСТЬ (В ЗАЧЁТНЫХ ЕДИНИЦАХ) – 3

Направление подготовки: 050100.62 Педагогическое образование

Профили подготовки: Математика и Экономика

Степень (квалификация) выпускника – бакалавр

Форма обучения: очная

## **1. Цели и задачи учебной дисциплины**

**1.1. Цели:** Познакомить студентов с основными понятиями теории множеств. Охарактеризовать основные проблемы дисциплины, показать роль курса в образовании учителя.

### **1.2. Задачи курса**

- изучить дисциплину с точки зрения применения в школьном курсе математики;
- показать области применения дисциплины в научном знании;
- показать влияние и взаимодействие теории множеств и других математических дисциплин в процессе их становления и развития.

## **2. Место учебной дисциплины в структуре основной образовательной программы**

Данная дисциплина относится к числу дисциплин профессионального цикла (вариативной части). Она является неотъемлемой частью профессионального математического образования студента. Для освоения данной дисциплины требуются математические знания, полученные на первых курсах ВУЗа и в курсе средней школы.

Усвоение этой дисциплины необходимо для успешного освоения учебных дисциплин «Преподавание в классах с углубленным изучением математики», «Решение олимпиадных задач по математике» и подготовки выпускной квалификационной работы.

## **3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

- владение культурой мышления, способностью к обобщению, анализу и восприятию информации (ОК 1);
- способность использовать знания о современной естественнонаучной картине мира в образовательной и профессиональной деятельности (ОК 4);
- способность логически верно выстраивать устную и письменную речь (ОК 6).
- осознание социальной значимости своей будущей профессии (ОПК 1).
- способность решать задачи воспитания и духовно-нравственного развития личности обучающихся (ПК-2);
- способность использовать возможности образовательной среды для формирования УУД и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса (ПК-5);
- способность использовать в учебно-воспитательной деятельности основные методы научного исследования (ПК-13).

*В результате освоения курса студент должен знать:*

- основные положения теории множеств;
- основные проблемы теории;
- основные возможности применения теории множеств в высшей и элементарной математике;

*В результате освоения курса студент должен уметь:*

- использовать возможности теории множеств для решения задач.

*В результате освоения курса студент должен владеть:*

- навыками самостоятельной работы и умением находить и перерабатывать дополнительную информацию.

#### 4. Общая трудоемкость дисциплины 3 зачетных единицы и виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость (в соответствии с учебным планом)	Распределение по семестрам (в соответствии с учебным планом)
	Всего 108	9
Аудиторные занятия	33 (в том числе в интеракт. – 8)	33 (в том числе в интеракт. – 8)
Лекции		
Практические занятия	33	33
Семинары		
Лабораторные работы		
Другие виды аудиторных работ		
Другие виды работ		
Самостоятельная работа	75	75
Реферат		
Расчётно-графические работы		
Формы текущего контроля		
Формы промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом		зачёт

#### 5. Содержание программы учебной дисциплины

##### 5.1. Содержание учебной дисциплины

№ п /п	Наименование раздела дисциплины (темы)	Аудиторные часы				Самостоятельная работа (час)
		ВСЕГО	лекции	практические (семинары)	В т.ч. интерактивные формы обучения	
1	Множества. Операции над множествами.	4		4	2	13
2	Бинарные отношения и функции.	6		6		13
3	Эквивалентные множества.	6		6	2	13
4	Мощности множеств.	6		6		13
5	Парадоксы теории множеств. Аксиоматическая теория множеств	4		4	2	13
6	Алгебраические структуры на множествах	7		7	2	10
ИТОГО		33 / 0,9 зач. ед.		33	8 / 24%	75

##### 5.2. Содержание разделов учебной дисциплины

###### 1. Множества. Операции над множествами.

Понятие множества. Операции над множествами. Равенство множеств. Основные равносильности множеств. Диаграммы Эйлера-Венна.

###### 2. Бинарные отношения и функции.

Прямое произведение множеств. Примеры. Понятие и определение бинарного

отношения. Равенство бинарных отношений. Примеры. Свойства. Определение функции. Свойства функций. Порядок. Частичный порядок.

3. *Эквивалентные множества.*

Бинарные отношения и отношение эквивалентности. Разбиение. Классы эквивалентности. Свойства. Фактор-множество. Примеры.

4. *Мощности множеств.*

Конечные и счетные множества. Эквивалентные счетные множества. Алгебраические числа. Кардинальные числа. Мощность континуума. Теорема Кантора.

5. *Парадоксы теории множеств. Аксиоматическая теория множеств.*

Парадокс Кантора. Парадокс Рассела. Аксиоматика Э. Цермело-А. Френкеля.

6. *Алгебраические структуры на множествах.*

Основные алгебраические структуры (группа, кольцо, поле) на числовых и нечисловых множествах. Примеры.

### 5.3. Лабораторный практикум

Не предусмотрен

## 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы по дисциплине

### 6.1. Основная литература по дисциплине

1. Верещагин, Н.К., Шень, А. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 1. Начала теории множеств. – 4-е изд., доп. – М.: МЦНМО, 2012. – 112 с.

URL: <http://www.mccme.ru/free-books/shen/shen-logic-part1-2.pdf>. Дата обращения: 28.08.15

2. Игошин, В. И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов: учебное пособие для вузов / В. И. Игошин. – М.: Академия, 2008. – 302 с.

3. Игошин, В. И. Математическая логика и теория алгоритмов: учебное пособие для вузов / В.И. Игошин. – М.: Академия, 2008. – 446 с.

### 6.2. Дополнительная литература

1. Михайлов, А.Б. и др. Ведение в алгебру и математический анализ / А.Б. Михайлов – М., 1987. – 322 с.

2. Шапиро, С.И. Решение логических и игровых задач. / С.И. Шапиро - М., 1984. – 247 с.

### 6.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины

1) <http://www.exponenta.ru> (Образовательный математический сайт);

2) <http://www.allmath.ru> (Математический интернет-портал «Вся математика»);

3) <http://www.libserv.tspu.edu.ru> (Сайт научной библиотеки ТГПУ);

4) <http://www.knigafund.ru> (Сайт ЭБС «КнигаФонд»).

### 6.4. Рекомендации по использованию информационных технологий, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

№ п/п	Наименование раздела (темы) учебной дисциплины	Наименование материалов обучения, пакетов программного обеспечения	Наименование технических и аудиовизуальных средств, используемых с целью демонстрации материалов
1	1, 3, 5, 6 (см. таб. 5.1)	Табличный процессор (Microsoft Office Excel).  Набор электронных презентаций.	Мультимедийный компьютерный класс с оснащением: мультимедиа-проектор, ноутбук, экран, акустическая система. Интерактивная доска

## **7. Методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины**

### **7.1. Методические указания для студентов**

Студентам предлагается использовать указанную литературу и методические рекомендации, разработанные сотрудниками кафедры для более прочного усвоения учебного материала, изложенного на лекциях, а также для изучения материала, запланированного для самостоятельной работы. Студентам необходимо выполнять индивидуальные задания по основным темам курса. Задания, вынесенные на самостоятельную работу, проверяются преподавателем в течение семестра. Оценки за индивидуальные задания и самостоятельную работу учитываются при выставлении оценок на экзаменах.

Целью самостоятельной работы, т.е. работы, выполняемой студентами во внеаудиторное время по заданию и руководству преподавателя, является глубокое понимание и усвоение курса лекций и практических занятий, подготовка к выполнению контрольных работ, к сдаче зачета или экзамена.

### **7.2. Методические рекомендации преподавателю**

Основы информатики самым тесным образом связаны с дисциплиной «Математическая логика». Кроме того, данная дисциплина учит выстраивать цепочку логических рассуждений, решать многие задачи алгоритмически. Дисциплина основывается на школьных базовых знаниях студентов. Назначение – систематизировать и углубить эти знания.

Учебное занятие – главное звено дидактического цикла обучения. Цель – формирование у студентов ориентировочной основы для последующего усвоения материала методом самостоятельной работы. Содержание занятия должно отвечать следующим дидактическим требованиям:

- изложение материала от простого к сложному, от известного к неизвестному;
- логичность, четкость и ясность в изложении материала;
- возможность проблемного изложения, дискуссии, диалога с целью активизации деятельности студентов;
- тесная связь теоретических положений и выводов с практикой и будущей профессиональной деятельностью студентов.

Занятие по теме должна завершаться обобщающими выводами.

Цель практических занятий состоит в выработке устойчивых навыков решения основных задач дисциплины, на которых основана теория лекционного курса.

Практические занятия проводятся по узловым и наиболее сложным вопросам (темам, разделам) учебной программы. Главная и определяющая особенность любого практического занятия – наличие элементов дискуссии, проблемности, диалога между преподавателем и студентами и самими студентами.

## **8. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

### **8.1. Тематика рефератов**

Не предусмотрено учебным планом.

### **8.2. Вопросы и задания для самостоятельной работы, в том числе групповой самостоятельной работы обучающихся**

1. Метод математической индукции.
2. Количество подмножеств  $n$ -элементного множества.
3. Булеан. Теорема о количестве подмножеств данного множества.
4. Прямое (декартово) произведение множеств. Бинарное отношение. Свойства.
5. Отношение порядка. Примеры.
6. Отображение. Свойства отображений.

7. Композиция отображений.
8. Специальные бинарные отношения.
9. Кардинальные числа.

### 8.3. Вопросы для самопроверки, диалогов, обсуждений, дискуссий, экспертиз

1. Алгебраические структуры на множестве натуральных чисел.
2. Алгебраические структуры на множестве целых чисел.
3. Алгебраические структуры на множестве рациональных чисел.
4. Алгебраические структуры на множестве действительных чисел.
5. Алгебраические структуры на множестве комплексных чисел.
6. Алгебраические структуры на множестве кватернионов.
7. Является ли полем  $\langle a+b\sqrt{2}; +, * \rangle$ , где  $a$  и  $b$  – рациональные числа?
8. Доказать, что всякое подмножество конечного множества конечно.
9. Доказать, что всякое объединение конечного числа конечных множеств конечно.
10. Доказать, что прямое произведение конечного числа конечных множеств конечно.
11. Доказать, что объединение двух счетных множеств счетно.
12. Доказать, что объединение конечного числа счетных множеств счетно.
13. Доказать, что множество действительных чисел не является счетным.

### 8.4 Примеры тестов

1. Верно ли что:  $(A \setminus B) \times C = (A \times C) \setminus (B \times C)$ .? Ответ обоснуйте.
2. Верно ли что:  $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ .? Ответ обоснуйте.
3. Верно ли что:  $(A \cap B) \times (C \cap D) = (A \times C) \cap (B \times D)$ .? Ответ обоснуйте.
4. Верно ли что:  $(\bar{A} \cup B) \cap A = A \setminus (A \setminus B)$ .? Ответ обоснуйте.
5. Верно ли что:  $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$ .? Ответ обоснуйте.
6. Запишите все возможные отношения эквивалентности на множестве  $\{1, 2, 3\}$ .
7. Пусть  $\rho_1$  и  $\rho_2$  – симметричные на множестве  $A$  отношения. Верно ли, что если  $\rho_1 \cdot \rho_2 \subseteq \rho_2 \cdot \rho_1$ , то  $\rho_1 \cdot \rho_2 = \rho_2 \cdot \rho_1$ .?
8. На множестве  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  приведите примеры бинарных отношений: а) рефлексивных и транзитивных, но не антисимметричных; б) симметричных, но не транзитивных;
9. Найдите все 15 возможных разбиения множества  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ .
10. По эквивалентности  $\rho = \{(2, 3), (1, 1), (4, 5), (2, 2), (5, 4), (3, 3), (3, 2), (4, 4), (2, 1), (1, 2), (3, 1), (5, 5), (1, 3), (6, 6)\}$  на множестве  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  постройте соответствующее ей разбиение.
11. Найдите все отображения множеств  $A = \{1, 2, 3\}$  в множество  $B = \{b, c\}$ .
12. Найдите все возможные отношения эквивалентности на множестве  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ .
13. Укажите все инъективные отображения множества  $A = \{a, b, c\}$  во множество  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ .
14. Определите свойства отношения: «прямая  $x$  пересекает прямую  $y$ » (на множестве прямых).
15. Определите свойства отношения: «число  $x$  больше числа  $y$  на 2» (на множестве натуральных чисел)
16. Определите свойства отношения: «число  $x$  делится на число  $y$  без остатка» (на множестве натуральных чисел).
17. Определите свойства отношения: « $x$  - сестра  $y$ » (на множестве людей).
18. Установите взаимно однозначное соответствие между всеми прямыми на плоскости и всеми точками координатной оси  $Ox$ .
19. Верно ли, что: а)  $A \times B = \emptyset \Leftrightarrow A = \emptyset \vee B = \emptyset$ ; б)  $A \times B \subseteq C \times D \Leftrightarrow A \subseteq C \wedge B \subseteq D$ ; в)  $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ ; г)  $A \times (B \setminus C) = (A \times B) \setminus (A \times C)$ ?
20. Множество целых чисел по сложению образует абелеву . . .

21. Операция «вычитание» не является на множестве натуральных чисел . . .
22. Формула, принимающая при любых значениях переменных значение «истина» называется . . .
23. Формула, принимающая при любых значениях переменных значение «ложь» называется . . .

#### **8.5. Перечень вопросов для промежуточной аттестации (к зачёту)**

1. Количество подмножеств  $n$ -элементного множества.
2. Булеан. Теорема о количестве подмножеств данного множества.
3. Прямое (декартово) произведение множеств. Бинарное отношение. Свойства.
4. Отношение порядка. Примеры.
5. Отображение. Свойства отображений.
6. Композиция отображений.
7. Специальные бинарные отношения.
8. Кардинальные числа.
9. Метод математической индукции.
10. Множество. Операции над множествами. Свойства.
11. Основные тождества. Их доказательство.
12. Закон исключенного третьего, законы де Моргана, законы поглощения.
13. Мощность множества. Счетное множество.
14. Несчетность множества действительных чисел. Мощность континуума.
15. Прямое произведение множеств. Кортж. Свойства.
16. Эквивалентность на множестве, фактор-множество.
17. Порядок, виды порядка, признаки. Упорядоченные множества.
18. Отображение. Способы задания. Примеры.
19. Инъективность, сюръективность, биективность.
20. Понятие композиции. Обратимое отображение.
21. Виды теорем.

#### **8.6. Темы для написания курсовой работы**

Курсовая работа по дисциплине не предусмотрена.

#### **8.7. Формы контроля самостоятельной работы**

Текущие контрольные работы, индивидуальные беседы на консультациях, анализ индивидуальных домашних заданий.

Рабочая программа учебной дисциплины составлена в соответствии с учебным планом, федеральным государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования по направлению подготовки 050100.62 Педагогическое образование.

Рабочая программа учебной дисциплины составлена:

Рабочая программа учебной дисциплины составлена в соответствии с учебным планом, федеральным государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования по направлению подготовки 050100.62 Педагогическое образование


Рабочая программа учебной дисциплины составлена:

кандидат педагогических наук,  
доцент кафедры математики,  
теории и методики обучения математике  В.Н. Ксенева

Рабочая программа учебной дисциплины утверждена на заседании кафедры математики, теории и методики обучения математике, протокол № 1 от « 31 » августа 2015 года

Зав. кафедрой  / Е. А. Фомина /

Рабочая программа учебной дисциплины одобрена методической комиссией физико-математического факультета, протокол № 1 от « 31 » августа 2015 г.

Председатель методической комиссии ФМФ  /З. А. Скрипко/